

参赛队员姓名： 李其玲

中学： 四川省成都市新都一中

省份： 四川

国家/地区： 中国

指导教师姓名： 赵博涵、黄敏

论文题目： 对液膜成泡及分离颗粒性质的研究

2020 S.-T. Yau High School Science Award

本参赛团队声明所提交的论文是在指导老师指导下进行的研究工作和取得的研究成果。尽本团队所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。若有不实之处，本人愿意承担一切相关责任。

参赛队员：李其玲

指导老师：黄敏、赵博涵

2020年 9月 1日

对液膜成泡及分离颗粒性质的研究

李其玲

摘要：针对液体膜的性质，本文深入研究了液体薄膜在风压条件以及固体颗粒撞击下的行为，并对其性能进行了测试。基于相关文献进行理论推导，设计变量实验，研究了泡泡液的张力系数 σ 、风速 v_g 、风压半径 R_0 、风压角度 θ 、表面活性剂种类对液膜受风压时行为的影响。得出了 $K-H$ 不稳定条件下泡泡的形成位置、吹出泡泡的临界风速，基于实验数据对 $K-H$ 不稳定理论进行修正，并通过实验定性探究了影响泡泡数量 n 、存在时间 t 等的因素。通过理论推导和实验探究证明了当液膜满足一定条件时对固体颗粒有筛选作用。以实物颗粒对液体膜的分离性质进行检验，测试了液体膜的稳定性与分离产率，证明了完全由液体组成的独立膜具有一定的稳定性及良好的颗粒筛选性能，可设计成用于分离给定惯性特性的粒子的分离器。本研究进一步证明，该液体薄膜可应用到更多领域如气体屏障、杂质吸附等。

关键词：液体薄膜；表面活性剂；球状空腔；过滤作用；筛选性能

目录

0. 引言.....	5
1. 液体膜在风压条件下的行为研究.....	6
1.1 理论分析.....	6
1.1.1 形成球状空腔的大小.....	6
1.1.2 稳定风速及形成位置.....	6
1.1.3 影响泡泡其它性质的因素分析.....	8
1.2 实验设计及装置介绍.....	9
1.2.1 实验设计.....	9
1.2.2 实验装置.....	9
1.2.3 实验仪器.....	10
1.2.4 稀释后泡泡液的表面张力系数测定.....	10
1.3 实验结果.....	11
1.3.1 稳定风速与风压半径的关系.....	11
1.3.2 出口风速与泡泡形成位置的关系.....	12
1.3.3 探究影响泡泡大小的因素.....	13
1.3.4 探究影响泡泡存在时间的因素.....	15
1.3.5 探究影响泡泡个数的因素.....	16
1.3.6 出风口与液体薄膜的夹角对泡泡的影响.....	17
1.3.7 其余表面活性剂对泡泡的影响.....	19
2. 液体膜与颗粒的相互作用的行为研究.....	20
2.1 理论分析.....	20
2.1.1 由膜拉伸引起的表面能改变.....	20
2.1.2 膜沿颗粒滑动时的摩擦（膜钉扎）引起的能量损耗.....	22
2.1.3 不同能量项数量级的相对大小.....	22
2.2 实验设计及装置介绍.....	24
2.2.1 实验设计.....	24
2.2.2 实验装置.....	24
2.2.3 实验材料.....	25
2.3 实验结果.....	25
2.3.1 液体薄膜对颗粒的筛选作用探究.....	25
2.3.2 用实际常见颗粒对液膜分离作用的检验.....	26
2.3.3 对液体薄膜分离产率的检验.....	28
2.3.4 对液体薄膜稳定性的测试.....	29
3. 研究结论.....	30
3.1 误差分析.....	31
3.2 未来展望.....	31
4. 参考文献:	32
5. 实验数据补充.....	33
6. 实验地点与时间.....	33
7. 致谢.....	34

0.引言

将圆环伸入由清水与表面活性剂按照一定配比制成的泡泡液，圆环上会附有一层液体膜，该液体膜在不同条件下展现出不同的性质。例如，向圆环中的薄膜吹气时，液膜会发生不稳定的波动，若吹气体的速度处于一个合适的范围，液膜就会形成一个球状空腔把气体包起来，从而形成泡泡。随着泡泡表面的水分不断蒸发，泡泡最终会破裂。

当然，上述的分析只能定性地描述液膜的行为、泡泡形成以及消失的过程，而不能给出各因素如何影响泡泡性质的具体规律。前人的研究^[1-3]总结了泡泡形成的稳定风速 v_c 、形成位置 $y(x,t)$ 及半径 r 的影响因素，理论分析较为完善。本文将基于上述现象，对相关文献中的已有结论进行理论推导，通过实验佐证观点，探究液膜在风压条件下的运动情况。在上述研究之外，探究相关因素如何决定一张泡泡液薄膜所产生的泡泡的特性，如泡泡的个数 n 及存在时间 t 等。

除此之外，当具有一定速度的颗粒穿过液体薄膜时，液体薄膜对颗粒施加了阻力，使其动能减小，最终留在膜上或穿过膜，从而达到过滤的效果。Birgitt Boschitsch Stogin^[7-10]等人通过对膜表面能、颗粒重力势能等能量项的计算、比较得出了使颗粒停留在液体薄膜上的条件，并进行了一定的模拟实验，但缺少对常见不规则形状颗粒与液体薄膜作用的相关探究及膜在不同条件下的稳定性测试。故本研究借助相关文献，从能量守恒角度，引入膜表面能的概念，讨论了具有一定惯性特性的固体粒子停留在液体薄膜上的条件，从实验和理论上对液体薄膜在颗粒碰撞条件下的运动方式进行了研究。在上述研究之外，以实物颗粒对液体膜的分离性质进行检验，测试了液体膜的稳定性与分离产率，证明了完全由液体组成的独立膜具有一定的稳定性及良好的筛选性能。在此基础上，对“特殊颗粒分离器”进行了设计。

1. 液体膜在风压条件下的行为研究

1.1 理论分析

1.1.1 形成球状空腔的大小

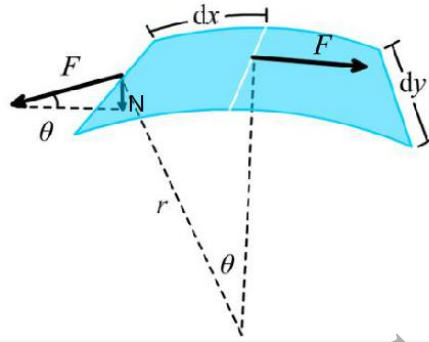


图 1. 泡泡在理想状态下受张力示意图

如图 1 所示, 设泡泡液的张力系数为 σ , 形成的泡泡(即球状空腔)的内外压强差为 ΔP , 球状空腔半径的大小为 r 。在这里, 本研究假设 ΔP 为定值, 在肥皂泡表面选肥皂泡长为 dx , 宽为 dy 的一个微元参考面, 则泡泡对此微元在沿宽度方向的力为

$$F = 2dy\sigma \quad (1)$$

指向泡泡几何中心的合力即为

$$N = F \sin \theta \quad (2)$$

且压强的计算式为

$$\Delta P = \frac{N}{S} \quad (3)$$

由图 1 可看出 $\sin \theta \approx \frac{dx}{r}$, 且 $dS = dx \times dy$

由 (1)、(2)、(3) 式联立方程可以得出

$$r = \frac{2\sigma}{\Delta P} \quad (4)$$

根据上述理论推导, 在压强差 ΔP 恒定的情况下, 形成的球状空腔半径只与泡泡液的表面张力系数 σ 有关。

1.1.2 稳定风速及形成位置

球状空腔的形成位置是指上下液体薄膜相对于泡泡环的闭合位置，可由 $K-H$ 不稳定理论导出。本研究引入以下几个参量：液体膜纵向速度为 v_n ，圆环处风速为 v_g ，液体薄膜张力系数为 σ ，密度为 ρ ，风的压力半径即风对液体薄膜施加作用力的区域圆半径为 R_0 ，如图 2 所示。

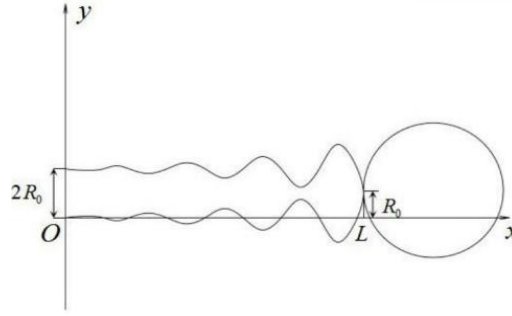


图 2. 液体薄膜在风压下的不稳定状态示意图

液体薄膜上下表面存在空气流动时离散关系的经典模型可以使用 $K-H$ 不稳定定理^[4]描述为：

$$\frac{\omega}{k} = \frac{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1}{\rho_1 + \rho_2} \pm \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \frac{g}{k} - \frac{\rho_1 \rho_2 (v_2 - v_1)^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2}} \quad (5)$$

由于风速不高，因此本研究可以假设 $\rho_1 = \rho_2$ ，再向式中加入表面张力系数项 $\frac{2\sigma}{\rho R_0}$ ，那么将该式代入，(5) 式就可以被表达为

$$\frac{\omega}{k} = \frac{1}{2} v_g \pm \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho R_0} - \frac{v_g^2}{4}} \quad (6)$$

因此当 $\sqrt{\frac{2\sigma}{\rho R_0} - \frac{v_g^2}{4}} = 0$ 时，即可求得临界速度为

$$v_c = \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho R_0}} \quad (7)$$

此时能够形成一个稳定的状态。将临界速度 v_c 代入波动方程

$$y(x, t) = A e^{i(kx - \frac{1}{2} k v_c t)} \quad (8)$$

有

$$y(x,t) = Ae^{\pm \sqrt{\frac{v_g^2}{4} - \frac{2\sigma}{\rho R_0}} t} e^{i(kx - \frac{1}{2}kv_g t)} \quad (9)$$

式中 $e^{i(kx - \frac{1}{2}kv_g t)}$ 项对液膜的最大振幅 A' 没有影响, 因此 $A' = Ae^{\sqrt{\frac{v_g^2}{4} - \frac{2\sigma}{\rho R_0}} t}$ 。

由此本研究可以写出液体薄膜的轨迹方程

$$y(t) = Ae^{\sqrt{\frac{v_g^2}{4} - \frac{2\sigma}{\rho R_0}} t} \quad (10)$$

所以当 $y = R_0$ 时, 能够形成泡泡。

1. 1. 3 影响泡泡其它性质的因素分析

1. 1. 3. 1 泡泡的形状

液体的表面都存在表面张力(即上层空间气相分子对它的吸引力小于内部液相分子对它的吸引力), 所以该分子所受合力不等于零, 其合力方向垂直指向液体内部, 结果导致液体表面具有自动缩小的趋势, 会把液体表面的粒子往内拉伸, 直至表面面积缩至最小(即球体)为止。

泡泡液同样因受表面张力的影响而收缩。当泡泡成为球体时, 表面面积是最小的。在无气流干扰的条件下, 泡泡会一直维持球体形状。

1. 1. 3. 2 泡泡的维持时间

泡泡的形成是泡泡水薄膜的张力与泡泡内压力的短暂平衡, 这种平衡一旦被破坏泡泡便会破裂。泡泡会因水分蒸发而消失。加入表面活性剂后, 表面活性分子会把亲油性的一端伸出水的表面, 减慢水分蒸发。即表面活性分子相对水分子越多, 泡泡能够维持的时间就会越长。

1.2 实验设计及装置介绍

1.2.1 实验设计

为了验证（7）式，本研究改变了风压半径，分别测量临界风速大小；另外也将泡泡液浓度作为影响临界风速的变量进行探究。为了验证（10）式，本研究改变了出口风速，并记录泡泡的形成位置。为了验证（4）式，本研究改变了泡泡液浓度，再测量不同情况下形成的泡泡半径；同时也将出风口半径作为影响泡泡半径的变量进行探究。

除此之外，本文还研究了泡泡的稳定性与各因素的关系，记录并比较了在不同条件下形成的泡泡的存在时间及个数。为了探究泡泡存在时间及个数受影响的因素，本研究将出口风速、泡泡液浓度、出风口半径、泡泡环与出风口夹角以及是否加入其它表面活性剂作为变量进行探究。

1.2.2 实验装置

如图 3 所示，实验装置由鼓风机、不同大小的出风口、带有固定底座的泡泡环（内径为 14cm）、铁架台组成。

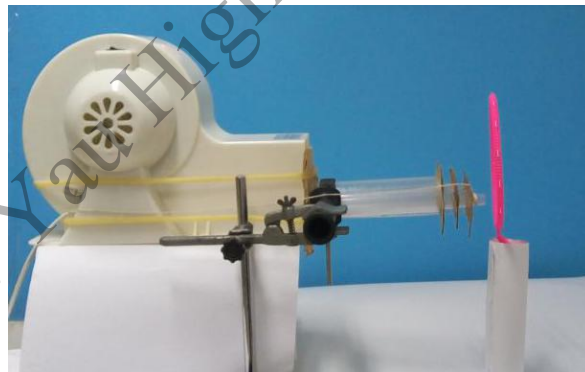


图 3.吹泡泡装置

鼓风机可以确保出风速度大小和方向的稳定，通过变压器能够在非常大的范围内连续地改变风速大小。不同大小的出风口均由亚克力材料制成，其截面形状可近似认为是一个正圆；用砂纸打磨出风口两端使其尽量平整，以减小其对风的摩擦阻力；鼓风机与出风口之间通过用橡皮筋缠绕的方式固定，出风口上的瓦楞纸板通过热熔胶与出风口粘连，能够保证风不在出风口处外逸。铁架台的设立是为了避免出风口在风力作用下发生抖动，能够确保出风的稳定。

1.2.3 实验仪器

实验中还会用到的仪器有：浓缩泡泡液（其成分包括椰子油、氢氧化钠、聚乙烯醇、甘油及香料等），以降低水的表面张力从而更容易地形成泡泡；风速仪，用于测量出口风速的大小；20 微升毛细管和电子放大镜能够准确地测量泡泡液的表面张力系数。



图 4.浓缩泡泡液



图 5.风速仪



图 6. 20 微升毛细管



图 7.电子放大镜



图 8.甘油（丙三醇）

1.2.4 稀释后泡泡液的表面张力系数测定

表面张力系数可通过毛细现象测出，参数由图 9 给出。由受力分析可知，在 H 高度内有水的重力和表面张力相平衡，则

$$2r\pi\sigma \cos\theta = \pi r^2 H\rho \quad (11)$$

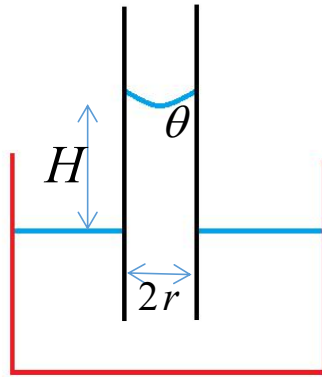


图 9.毛细管测张力系数原理示意图

电子放大镜能够准确测出以上部分参数，再联合已知参量便可求得泡泡液的表面张力系数。

1.3 实验结果

1.3.1 稳定风速与风压半径的关系

由（7）式可以得出吹泡泡时稳定风速的理论值，此理论值由图 10 中的曲线给出，而图 10 中的散点给出了在相同情况下吹泡泡时的稳定风速随风压半径变化的实际值。

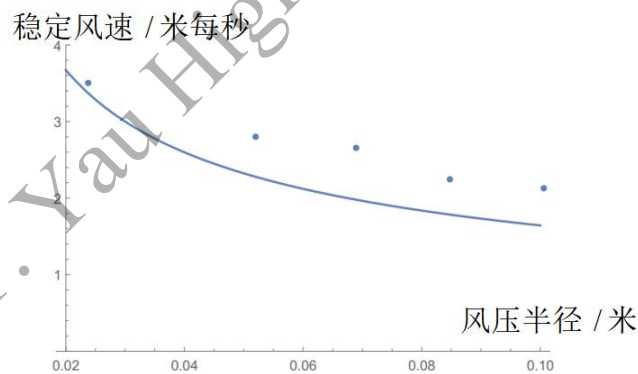


图 10.吹泡泡时的稳定风速与风压半径的关系

图 10 给出了使用浓缩泡泡液与水等量混合而成的泡泡液时，在实验中吹出泡泡的稳定风速大小。可以看出，稳定风速与风压半径间存在负相关关系，但吹泡泡时的稳定风速的实际值与（7）式给出的理论值之间存在一定偏差。在实验范围内，实验获得的稳定风速恒大于理论值，本研究认为，这与风力在出风口处的耗散有关。出风口与液膜间存在一定间距，导致实际的风压半径大于出风口半径，风速小于出风口处的测量速度。与此同时，稳定风速也会受到其他因素的影响。猜想稳定风速会受泡泡液浓度影响，于是本研究改变水体积：泡

泡液体积（本文由此以后简称为浓度体积比）的值，从而改变泡泡液的表面张力系数，测定不同情况时的临界风速，如图 10 所示。

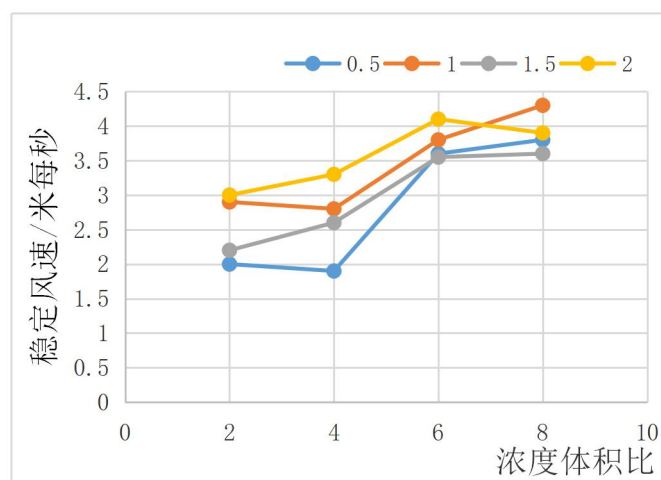


图 11.吹泡泡时的稳定风速与出风口大小、泡泡液浓度关系的图像

如上图 11，不同颜色的折线分别代表着当出风口半径为 0.5 (cm)、1 (cm)、1.5 (cm)、2 (cm) 时，在一个较小的泡泡液的浓度（即横坐标，代表了泡泡液的浓度体积比）范围内时，在实验中吹出泡泡的稳定风速大小（即纵坐标，单位为 m/s）。

综合图 10 与图 11 可知，吹泡泡时的稳定风速与 $K-H$ 不稳定理论不能完全自洽。本研究将 $K-H$ 不稳定理论对出口风速的描述修正如下：在泡泡液浓度较小时，由 $K-H$ 不稳定理论推导出的稳定风速与风压半径间的负相关关系能够成立，而当泡泡液浓度较大时，稳定风速与风压半径实际存在正相关关系。

1.3.2 出口风速与泡泡形成位置的关系

由 (10) 式可以得出泡泡形成位置的理论值，此理论值由图 10 中的曲线给出，而图 10 中的散点给出了在同一泡泡液的情况下得出泡泡的形成位置随出口风速变化的实际值。

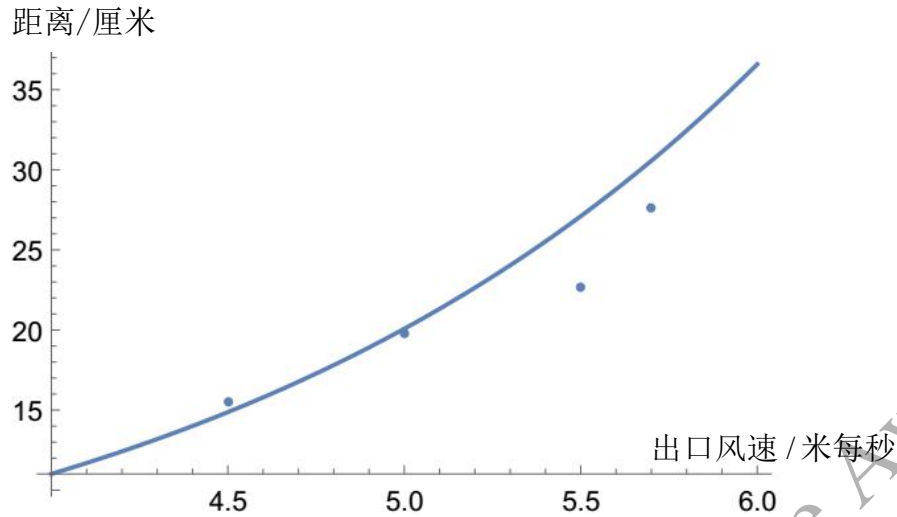


图 12. 泡泡的形成位置与出口风速的关系

可以发现，实验数据与由（10）式给出的理论曲线拟合较好，由此本研究通过实验，验证了 $K-H$ 不稳定理论对泡泡形成位置描述的正确性。

1.3.3 探究影响泡泡大小的因素

在实验中，本研究改变了浓度体积比，以改变泡泡液的表面张力系数。图 13 所示为本研究测出的液体表面张力系数随浓度体积比的变化关系。

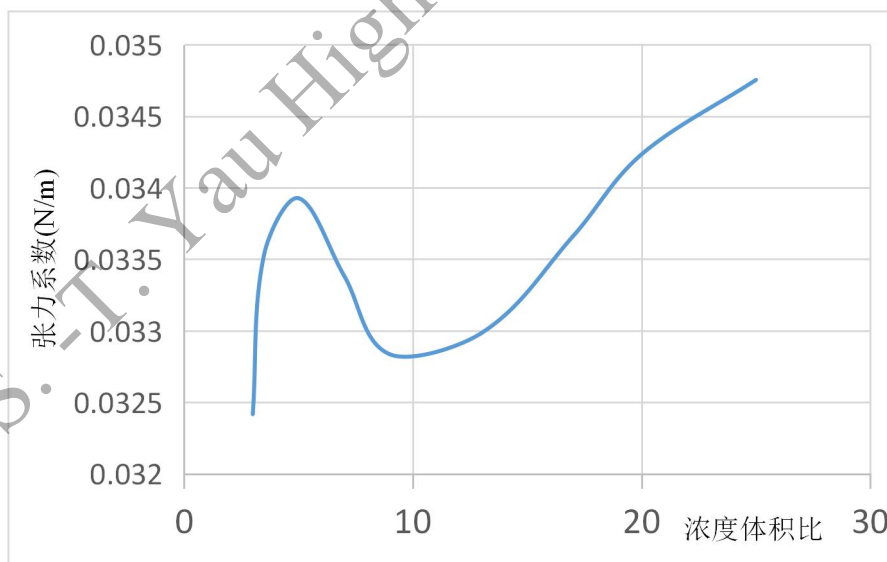


图 13. 稀释后的泡泡液的张力系数与浓度体积比的关系

由上图可知，浓缩泡泡液中的不同成分对泡泡液张力系数对泡泡液张力系数的影响成非线性变化。通过表面张力系数的测定，由（4）式可以得出泡泡半径的理论值如图 14 中曲线所示。图 14 中的散点给出了泡泡的理论半径及在稳定风速的情况下，得出泡泡半径实际值的平均值，即图 14 展示了泡泡半径随体积比变化的理论与实验的关系对比。

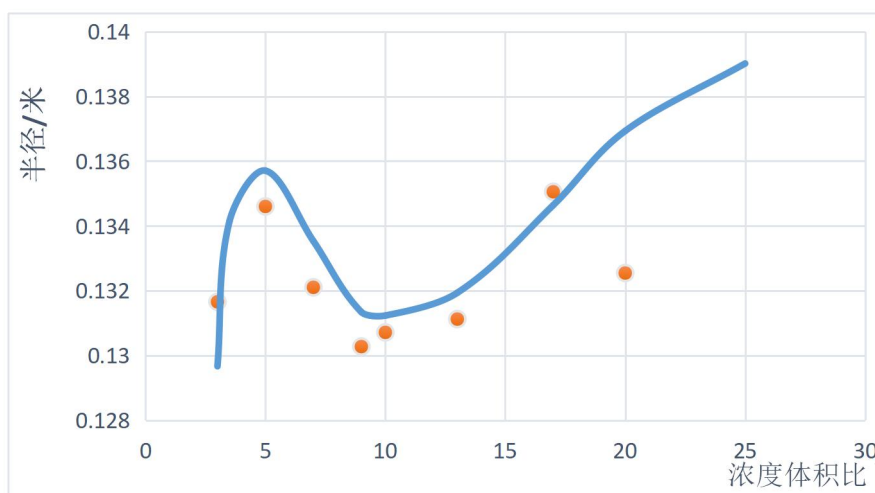


图 14. 泡泡半径的大小与浓度体积比的关系

由该图可以看出，实验值与理论值之间存在较大偏差，这是由于理论计算出的泡泡半径为理想自然条件下形成泡泡的半径最大值。在本研究的实验条件下，泡泡是由鼓风机“吹出”而非自然形成的，因此通过实验获得的泡泡半径小于理论值。同时，泡泡的半径还受其形成方式的影响。于是本研究改变了出风口的大小并对影响泡泡半径的因素进行了探究。

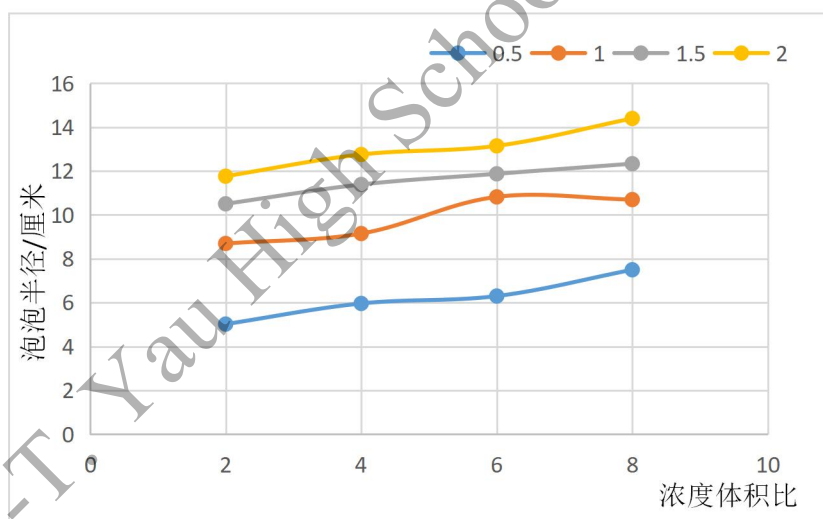


图 15. 泡泡半径大小与出风口半径、泡泡液浓度的关系图像

如上图 15，不同颜色的折线分别代表着当出风口半径为 0.5 (cm)、1 (cm)、1.5 (cm)、2 (cm) 时，在一个较小的泡泡液的浓度（即横坐标，代表了泡泡液的浓度体积比）范围内，使用临界风速，在实验中吹出泡泡的半径大小（即纵坐标，单位为厘米）。由此可见，泡泡的半径大小与泡泡液张力系数间存在正相关关系，但二者的线性关系并不成立，出风口的大小也能够影响到泡泡的半径。在理论部分本研究探讨的只是理想状态下泡泡形成时的半径大小，与风压条件下的形成方式有差异。

1.3.4 探究影响泡泡存在时间的因素

对泡泡的存在时间进行探究，即“对形成泡泡稳定性的测试”。本研究认为，在不受外加干扰的条件下，泡泡的存在时间能够衡量泡泡的“稳定性”，即稳定地包裹住气体颗粒，保持一段时间不破裂的能力。具体操作为：记录下一定条件下形成的泡泡从形成到破裂的整个过程持续的时间，在同一条件下多次测量求得平均值。

1.3.4.1 风压半径与泡泡液浓度对泡泡存在时间的影响

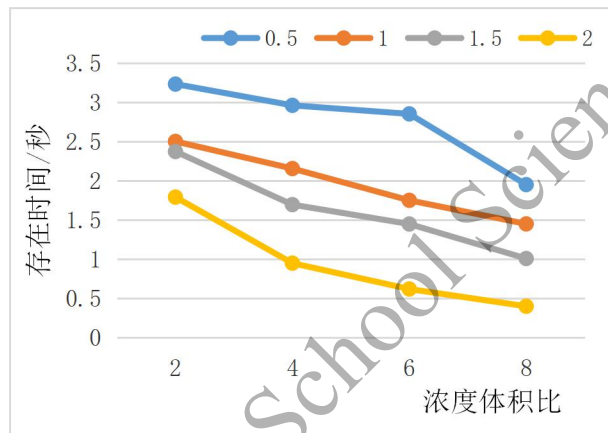


图 16.泡泡存在时间与体积比和风压半径的关系

如上图 16，不同颜色的折线分别代表着当出风口半径为 0.5 (cm)、1 (cm)、1.5 (cm)、2 (cm)，在一个较小的泡泡液的浓度（即横坐标，代表了泡泡液的浓度体积比）范围内，使鼓风机的出口风速为稳定风速时，在实验中吹出泡泡的存在时间（即纵坐标，单位为秒）。由该图可见，在实验范围内，出风口越小、泡泡液浓度越高时，吹出泡泡的存在时间越长。

1.3.4.2 出口风速对泡泡存在时间的影响

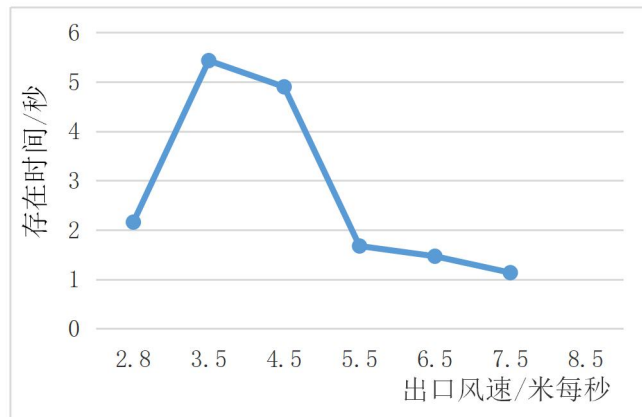


图 17.泡泡存在时间与出口风速的关系

如上图 17，在出风口半径为 1cm、浓度体积比为 4 的情况下，在稳定风速到极限风速（即恰能吹破液体薄膜的风速）的范围内改变风速（即横坐标，单位为米每秒），在实验中吹出泡泡的存在时间（即纵坐标，单位为秒）。由此可见，风速略高于稳定风速时，吹出的泡泡能够维持的时间最长；在该风速逐渐增大的过程中，吹出的泡泡能够维持的时间减短，直至液体薄膜被吹破，不能形成泡泡。

1.3.5 探究影响泡泡个数的因素

1.3.5.1 风压半径与泡泡液浓度对泡泡个数的影响

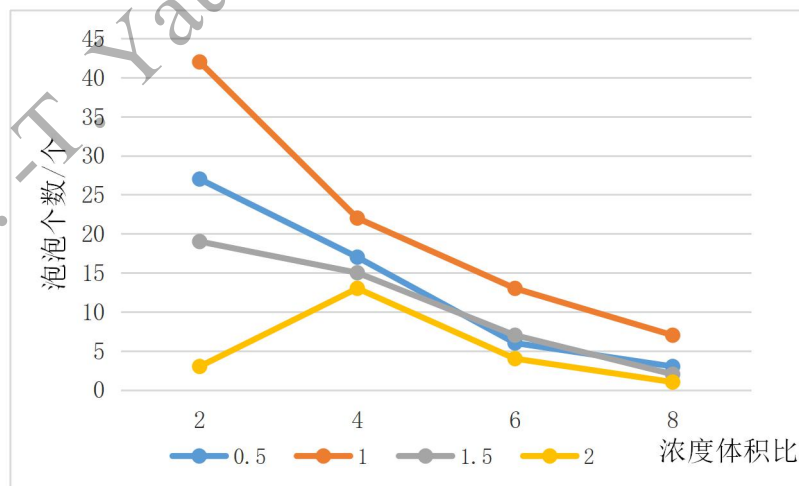


图 18.泡泡个数与体积比和风压半径的关系

如上图 18，不同颜色的折线分别代表着当出风口半径为 0.5 (cm)、1 (cm)、1.5 (cm)、2 (cm)，在一个较小的泡泡液的浓度（即横坐标，代表了泡泡液的浓度体积比）范围内，

使鼓风机的出口风速为 4.5m/s 时，在实验中吹出泡泡的个数（即纵坐标）。由该图可见，在实验范围内，出风口半径为 1cm 时，吹出泡泡的个数最多；随着泡泡液浓度的减小，能吹出的泡泡数量减少（出风口半径为 2cm 时例外）。

1.3.5.2 出口风速对泡泡个数的影响

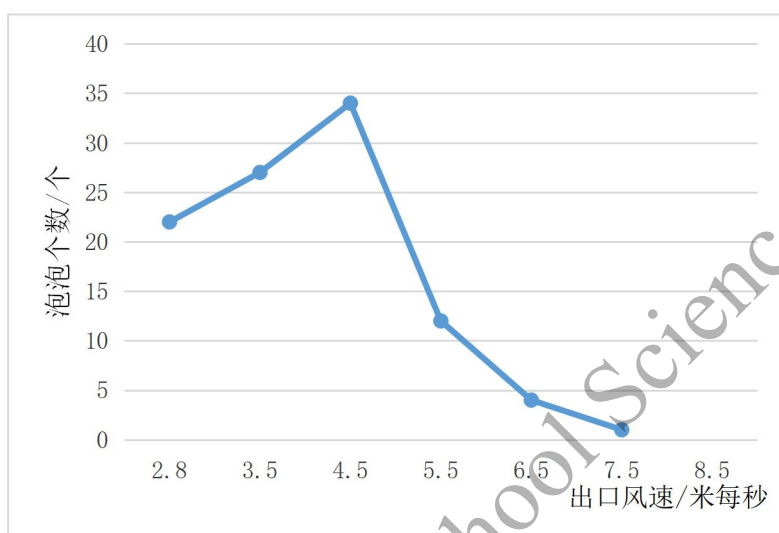


图 19.泡泡存在时间与出口风速的关系

如上图 19，在出风口半径为 1cm、浓度体积比为 4 的情况下，在稳定风速到极限风速（即恰能吹破液体薄膜的风速）的范围内改变风速（即横坐标，单位为米每秒），在实验中吹出泡泡的存在时间（即纵坐标，单位为秒）。由此可见，风速略高于稳定风速时，吹出的泡泡最多；在该风速逐渐增大的过程中，吹出的泡泡减少，直至液体薄膜被吹破，不能形成泡泡。

1.3.6 出风口与液体薄膜的夹角对泡泡的影响

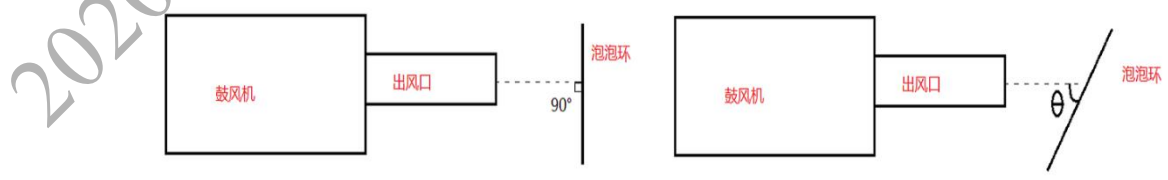


图 20.泡泡出风口与泡泡环呈不同夹角的示意图

如图 20 所示，是从俯视角度观察出风口与泡泡环，前文所述皆为垂直情况，所以在接

下来的探究中，本研究改变了 θ 的大小，在出风口半径为1cm、泡泡液浓度体积比为4，出口风速为4.5m/s的情况下，探究其对形成的泡泡性质的影响。

1.3.6.1 夹角 θ 与泡泡个数的关系

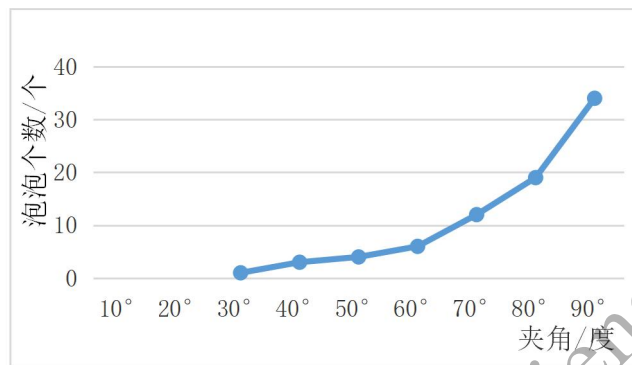


图 21.泡泡个数与夹角 θ 关系图象

如上图 21 可以得知，当 θ 越接近 90° ，即风压越均匀时，吹出的泡泡越多。

1.3.6.2 夹角 θ 与泡泡大小的关系

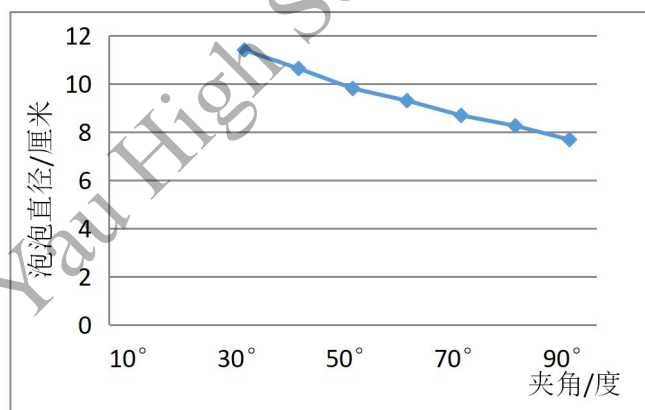


图 22.泡泡半径与夹角 θ 关系

由上图 22 可以明显地看出， θ 较小，即风压面积较大时，形成的泡泡会较大。

由上述有关改变出风口夹角的实验数据可以得出，使出风口夹角减小确实会使风压面积增大从而吹出较大的泡泡。但与此同时，夹角越小，形成的泡泡数量会越少，甚至不能够形成泡泡。且我们在实验中观察到，该情况下液体薄膜以及形成的泡泡稳定性也较差，易于破裂。因而，受风压较均匀时，液体薄膜及形成的泡泡会较稳定。

1.3.7 其余表面活性剂对泡泡的影响

在本文上述实验中，均采用同一种浓缩泡泡液与水调和而成的泡泡水，对不同表面活性剂对泡泡性质的影响的探究较局限。因此，本研究在配置泡泡液时加入甘油，以探究其对泡泡个数和存在时间的影响。

1.3.7.1 其余表面活性剂对泡泡个数的影响

如图 23, 在出风口半径为 1cm, 泡泡液浓度体积比为 4、体积为 20mL, 出口风速为 4.5m/s 的情况下，向泡泡液中中加入不同量的甘油，探究形成泡泡的个数。

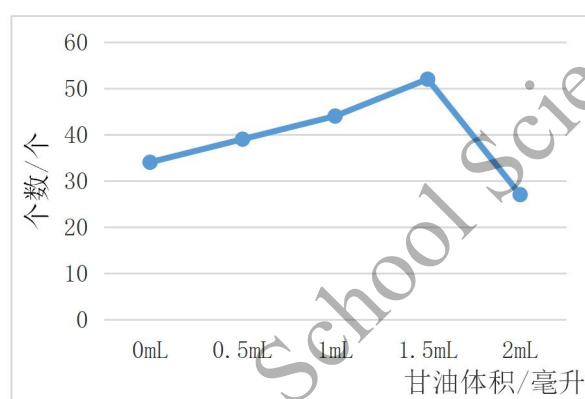


图 23. 泡泡个数与加入甘油体积的关系

由上图 23 可以得知，加入一定量的表面活性剂有利于形成更多的泡泡，且存在最适用量，但过多反而不利。由此可知，向泡泡液中加入甘油能够增强液体薄膜的稳定性，从而使其能够连续地吹出泡泡。

1.3.7.2 其余表面活性剂对泡泡存在时间的影响

如图 24, 在出风口半径为 1cm, 泡泡液浓度体积比为 4、体积为 100mL, 出口风速为 4.5m/s 的情况下，向其中加入不同量的甘油，探究形成泡泡的个数。

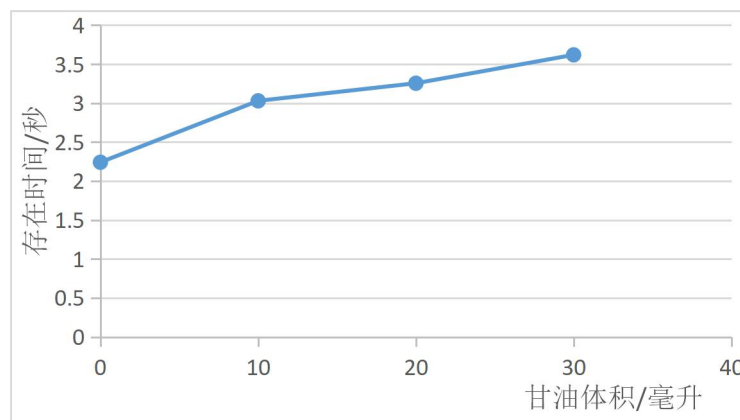


图 24. 泡泡的存在时间与加入甘油体积的关系

由上图 24 可以得知，在实验范围内，泡泡的存在时间与加入甘油的体积成正相关。由此印证了 2.1.3.2 中“表面活性分子相对水分子越多，能够减小所形成的泡泡中水分子的蒸发速率，泡泡能够维持的时间就会越久”的理论。

2. 液体膜与颗粒的相互作用的行为研究

2.1 理论分析

当颗粒撞击到一张液膜上，二者间的相互作用将导致其能量的相互转换与耗散。在颗粒穿过液膜的过程中，膜被拉伸变形，使颗粒的一部分动能转化为膜的表面能。另外，膜与颗粒的接触线（以下简称“颗粒膜接触线”）也许会沿着颗粒表面滑动，从而产生“膜钉扎”现象导致体系能量耗散。为探究不同能量项的影响，本研究定义相关参量如下。（见图 25）

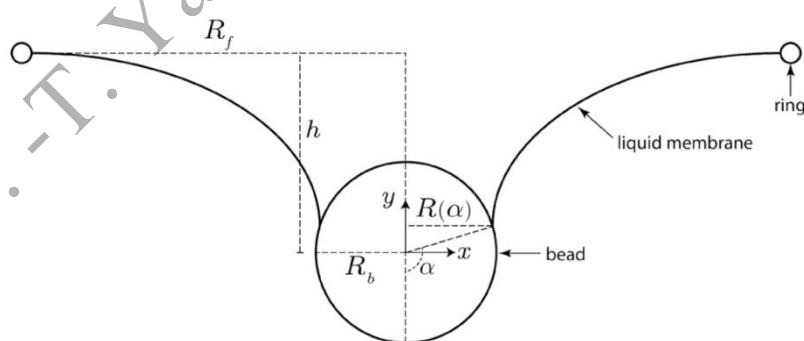


图 25. 颗粒与液体薄膜相互作用时的状态及引入的各参量示意图

2.1.1 由膜拉伸引起的表面能改变^[7-9]

颗粒穿过液膜的过程中，液膜被拉伸，表面能增加。当上述情况发生时，颗粒膜接触线可能沿颗粒表面滑动，从而改变使膜的边界条件随时间改变。本研究预测这种滑动及其移动

的接触角是基于系统动力学与几何特征的函数。为了粗略估计膜拉伸的最大形变以及表面积的最大变化量，本研究假设颗粒膜接触线保持在颗粒赤道面上。可以测得，颗粒以相对较小的速度穿过膜，已有的研究证明：颗粒在低韦伯数条件（ We ）下与膜相互作用会产生链状表面（最小曲面）。本研究假设在所有实验中，膜被拉伸的任何时候都几乎是一个最小曲面。最小曲面表面任何位置的平均曲率 κ 都为零，膜表面的压强差 Δp 接近于零。设泡泡液的张力系数为 γ ，基于 *Young-Laplace* 方程有 $\Delta p = 2\gamma\kappa$ ，故认为薄膜移动引起的能量损失可忽略不计。由两个同心圆边界形成的最小曲面即为链状曲面，可由（关于 y 轴）旋转表面的方程给出：

$$x = \alpha \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \quad (11)$$

其中 α 为一常数。

假设膜持续地与颗粒赤道面相接触，且膜形成了一个链状面（以膜环与颗粒赤道面为边界）本实验估计膜拉伸后的最大面积就是膜与颗粒赤道面在颗粒膜接触线处相切时所形成的链状曲面的面积。任何进一步的拉伸将计算出膜与颗粒相交，这是非物理的。基于假设的边界条件如下：

$$\begin{aligned} x(y_{\max}) &= R_f \\ x(y=0) &= R_b \\ \left. \frac{dx}{dy} \right|_{y=0} &= 0 \end{aligned}$$

R_f 为圆形液体薄膜半径， R_b 为球形颗粒半径， y_{\max} 为与膜最大拉伸面积相关的膜与颗粒中心最大垂直距离。

用上述边界条件解式（11），与研究最大拉伸条件相关的悬链线为

$$x_{\max} = R_b \cosh\left(\frac{y}{R_b}\right) \quad (12)$$

最大拉伸距离

$$y_{\max} = R_b \cosh^{-1}\left(\frac{R_f}{R_b}\right) \quad (13)$$

关于 y 轴的旋转表面在此形状（即链状）的面积由下式给出

$$A_{cat} = \pi R_b^2 (\sinh \phi + \phi) \quad (14)$$

$$\text{其中 } \phi = 2 \cosh^{-1} \left(\frac{R_f}{R_b} \right)$$

本研究将膜表面能最大变化量视为面积为 A_{cat} 的膜与最初颗粒作用下平面环形膜（内径为 R_b ，外径为 R_f ）表面能的差值。从而最大表面能变化由

$$E_s = \pi \gamma R_b^2 [\sinh \phi + \phi] - 2\pi \gamma (R_f^2 - R_b^2) \quad (15)$$

给出。

注意，上述理论条件的基础为 $mg \leq 2\pi \gamma R_b$ 。

2.1.2 膜沿颗粒滑动时的摩擦（膜钉扎）引起的能量损耗

当颗粒膜接触线沿颗粒表面滑动时，能量可能因摩擦而耗散。这种能量耗散可以被钉扎能捕获。钉扎力由 *Furmidge*^[10] 给出

$$F_p = 2\gamma \pi R(\alpha) (\cos \theta_R - \cos \theta_A) \quad (16)$$

其中 $R(\alpha) = R_b \sin \alpha$ ，且 $2\pi R(\alpha)$ 是颗粒膜接触线与竖直方向成 α 角时的周长（见图 1）。

功是力与距离的乘积，当 α 角的值变化时，因摩擦而耗散的能量由下式给出

$$E_p = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} 2\gamma \pi R_b^2 \sin \alpha (\cos \theta_R - \cos \theta_A) d\alpha \quad (17)$$

因为膜最初的运动更像包裹颗粒而不是滑动，本研究假设膜滑动过程中 $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi$ （可能导致所得 E_p 偏大），则有：

$$E_p = 2\pi \gamma R_b^2 (\cos \theta_R - \cos \theta_A) \quad (18)$$

2.1.3 不同能量项数量级的相对大小

颗粒的动能可大致表示为

$$E_{\mu_b} = \rho_b g H \left(\frac{4}{3} \pi R_b^3 \right) \quad (19)$$

其中 ρ_b 为颗粒密度， g 为重力加速度， H 为颗粒释放点距膜的高度。设一切能量都转化为动能，根据式（15）、式（18）与式（19）与本实验条件， $E_p/E_{\mu_b} \ll 1$ 但 E_s 大小与 E_{μ_b} 类似（见图 25），因此本研究认为，对于本实验， E_p 是可忽略的。

引入参数 E^*

$$E^* = \frac{E_s}{E_{ub}} \quad (20)$$

本研究中, $\ln E^*$ 与 0 的大小关系能够直观地反映出颗粒动能与表面能的大小关系, 便于从理论上判断具有一定惯性特性的粒子是否能够克服液体薄膜的作用并从其中穿过。

2.1.4 E_s 及 E^* 的理论曲线

统一量纲为国际单位制, 将各参量设置为一定常数, m 取 $0.00001(\text{kg})$, g 取 $10 (\text{m/s}^2)$, h 取 $0.01(\text{m})$, γ 取 $0.035(\text{N/m})$, R_f 取 $0.01(\text{m})$, R_b 取 $0.001(\text{m})$ 。作膜表面能 E_s 以及新引入的物理量 E^* 随颗粒半径 R_b 变化的曲线。

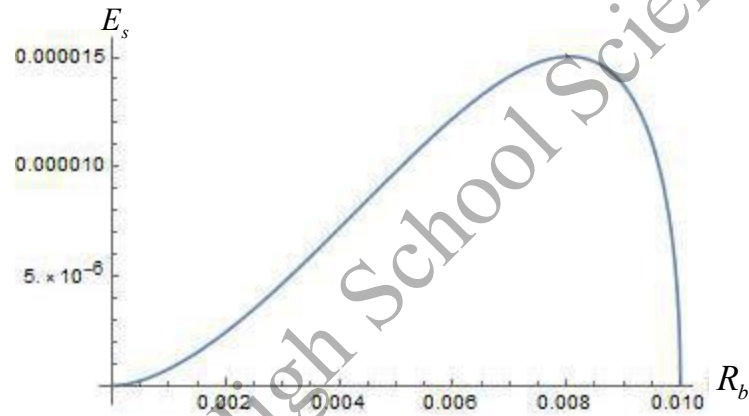


图 26. E_s 随 R_b 变化的理论曲线

由图 26 可知, 在颗粒半径 R_b 范围大约在 $0 \sim 8\text{mm}$ 内时, 随着颗粒半径增大, 颗粒拉伸膜时的表面能 E_s 增大, 而在此之后, 颗粒拉伸膜所需最大表面能随 R_b 减小。

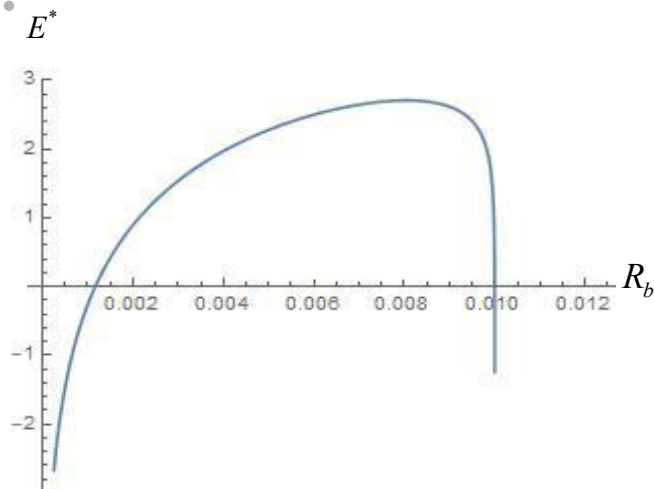


图 27. E^* 随 R_b 变化的理论曲线

由图 27 可知，在颗粒半径 R_b 范围大约在 0~1mm 内时， $\ln E^*$ 小于零，即颗粒的动能大于拉伸时引起表面能变化时，颗粒能够“穿过”液体薄膜。而在此之后（颗粒半径 R_b 小于液体薄膜半径 R_f 的条件下）， $\ln E^*$ 大于零，即颗粒的动能小于拉伸时引起表面能变化时，颗粒能够“停留”在液体薄膜上。

2.2 实验设计及装置介绍

2.2.1 实验设计

为了验证 (20) 式在理论上对颗粒能否通过液体薄膜现象判断的正确性，在实验上确定粒子是否会通过或留在薄膜中，本研究将固体颗粒从不同高度滴入具有给定表面张力的液膜中，并记录颗粒是否停留在薄膜中或通过薄膜。

此外，测试了液膜的稳定性并计算其分离产率，证明将液体薄膜作为特殊颗粒分离器的可行性。

2.2.2 实验装置

如图 28 所示，实验装置由不同内径的圆环、颗粒收集器、铁架台组成。

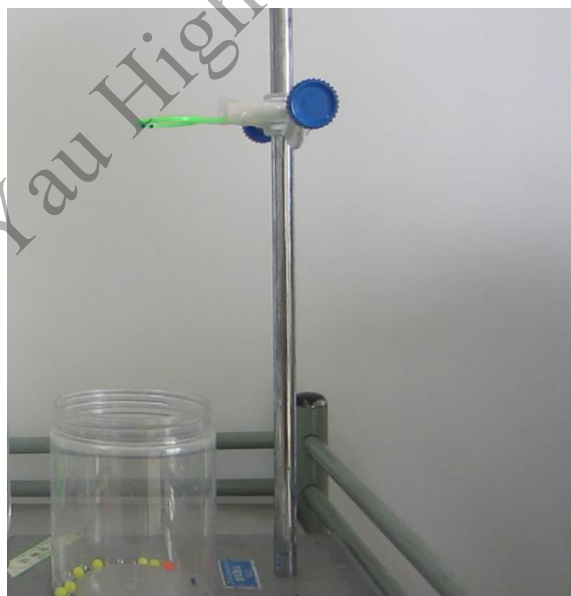


图 28. 颗粒撞击装置

在实验过程中，使用镊子夹持颗粒，在液体薄膜正中央上方的一定高度无初速度地释放颗粒，用视频拍摄设备记录其运动状态。

2.2.3 实验材料

实验中还会用到的材料包括多种固体颗粒以及内径不同的泡泡环。

实验过程中，采用多种小型轻质颗粒（“轻质”即重力小于液体薄膜对其施加的毛细力）以及重颗粒（“重”即重力大于液体薄膜对其施加的毛细力），包括聚苯乙烯泡沫球、聚丙烯酰胺吸水弹、各种佐料、粗糙程度不同的 bb 弹。



图 29.四种型号的泡沫球



图 30.不同大小的吸水弹



图 31.直径为 3-6mm 的钢珠



图 32.各种佐料：（左起）决明子、盐、鸡精、芝麻、小米、花椒



图 33.三种粗糙程度不同的 bb 弹（直径为 6mm）



图 34.内径分别为 1cm、2cm、3cm、4cm、5cm 的泡泡环

2.3 实验结果

2.3.1 液体薄膜对颗粒的筛选作用探究

如图 35，表格中的数据点呈现了不同大小聚丙烯珠分别由不同的高度释放时，穿过液体薄膜时“穿过”或“停留”的状态。每一纵列为不同的颗粒，纵坐标为 $\ln E^*$ 的计算值。蓝色的数据点表明颗粒“停留”在液体薄膜上而红色数据点则表明颗粒“穿过”液体薄膜。

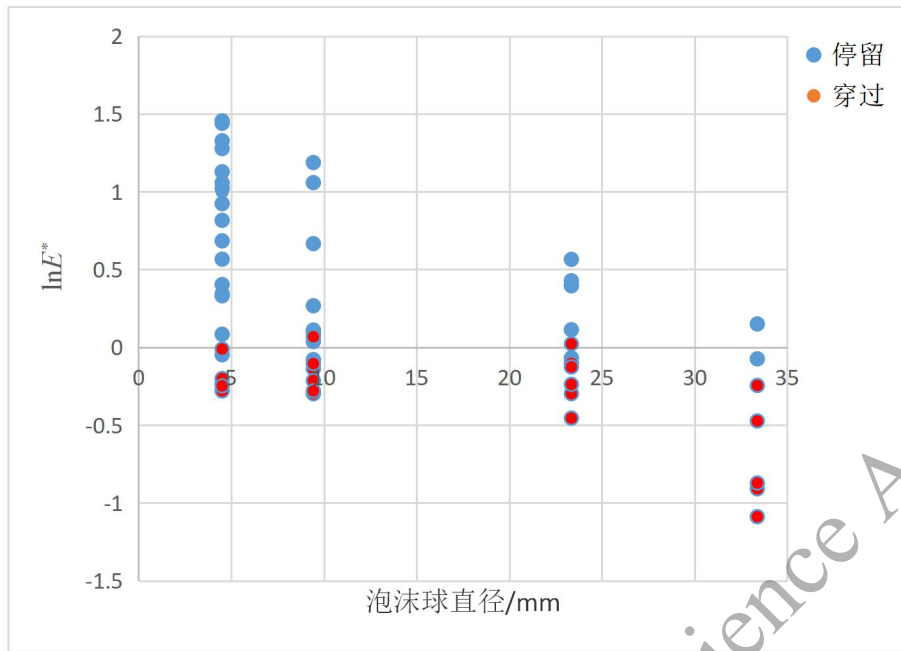


图 35. E^* 与液体薄膜对不同颗粒的筛选作用的关系

由上述图像可以看出，当固体颗粒的 $\ln E^*$ 计算值大于零，即颗粒的动能小于拉伸时引起表面能变化时，大多数颗粒能够“停留”在液体薄膜上；固体颗粒的 $\ln E^*$ 计算值小于零，即颗粒的动能大于拉伸时引起表面能变化时，大多数颗粒能够“穿过”液体薄膜。并且，在空气阻力和“膜钉扎”的作用下，表示“穿过”或“停留”两种现象的数据点并不完全分布于图像横轴上下两侧。

2.3.2 用实际常见颗粒对液膜分离作用的检验

引入符号 A、B、c、C，A 代表颗粒停留在液体薄膜上，B 代表颗粒经震荡后穿过液体薄膜，c 代表颗粒不经震荡，但在液体薄膜的作用下速度减为零后穿过液体薄膜，C 代表颗粒径直穿过液体薄膜。当同时释放若干轻质微小颗粒如小米、鸡精、盐时，同一小堆同种颗粒会在同一张液体薄膜上呈现出不同的现象。简单地说，就是既有颗粒“穿过”液体薄膜，又有颗粒“停留”在液体薄膜上。

如图 36-42 所示，表格中的横轴为颗粒的释放高度，不同颜色的点代表佐料颗粒与液体薄膜作用时的不同现象。

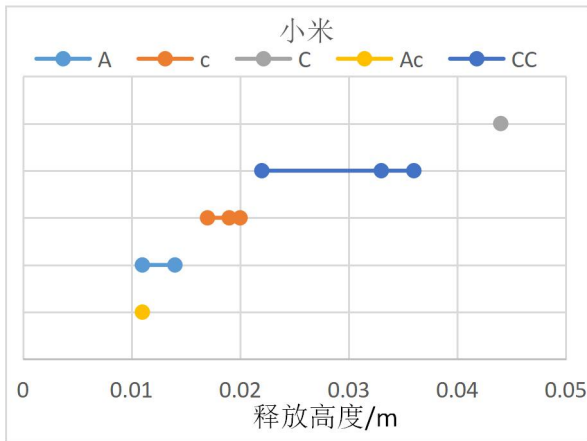


图 36.颗粒、薄膜间作用现象与颗粒释放高度的关系

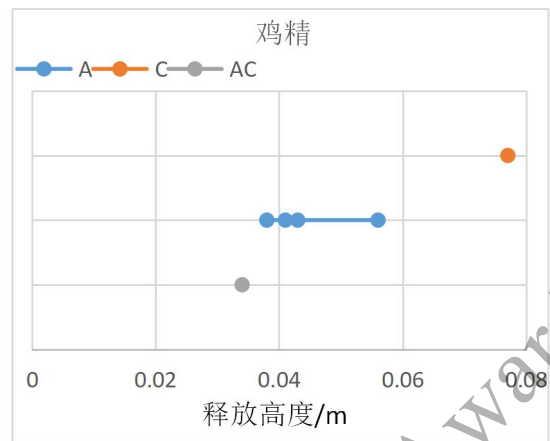


图 37.颗粒、薄膜间作用现象与颗粒释放高度的关系

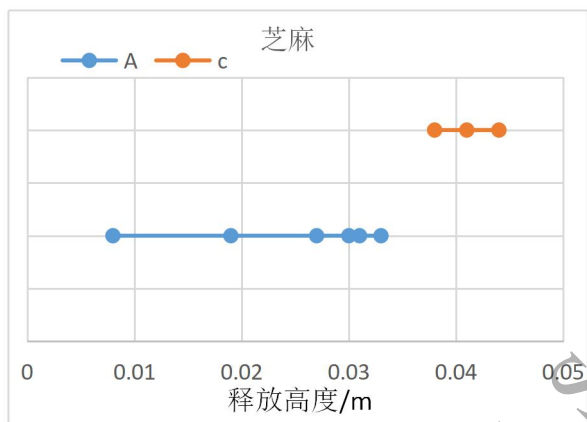


图 38.颗粒、薄膜间作用现象与颗粒释放高度的关系

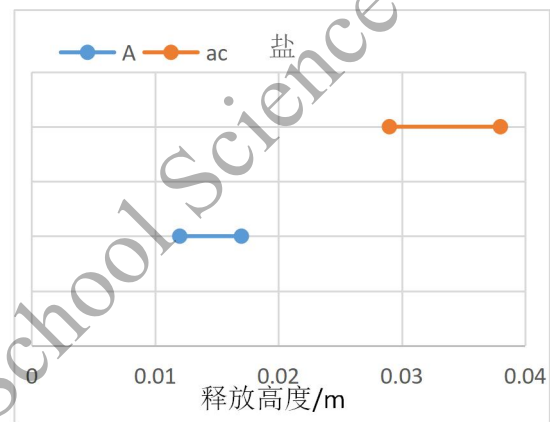


图 39.颗粒、薄膜间作用现象与颗粒释放高度的关系

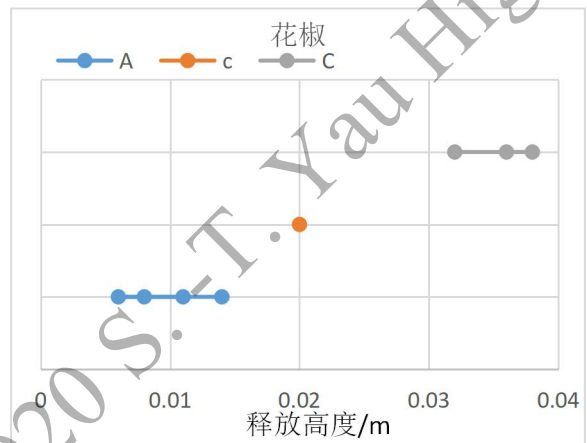


图 40.颗粒、薄膜间作用现象与颗粒释放高度的关系

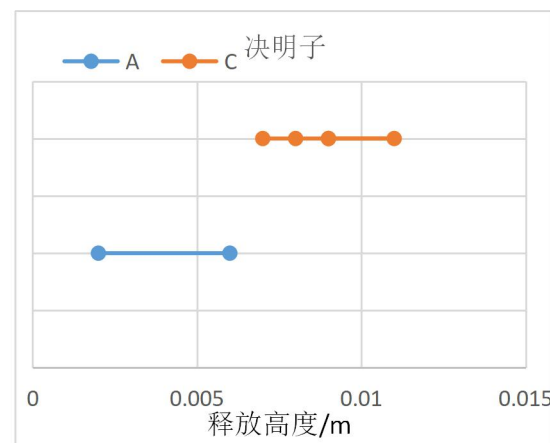


图 41.颗粒、薄膜间作用现象与颗粒释放高度的关系

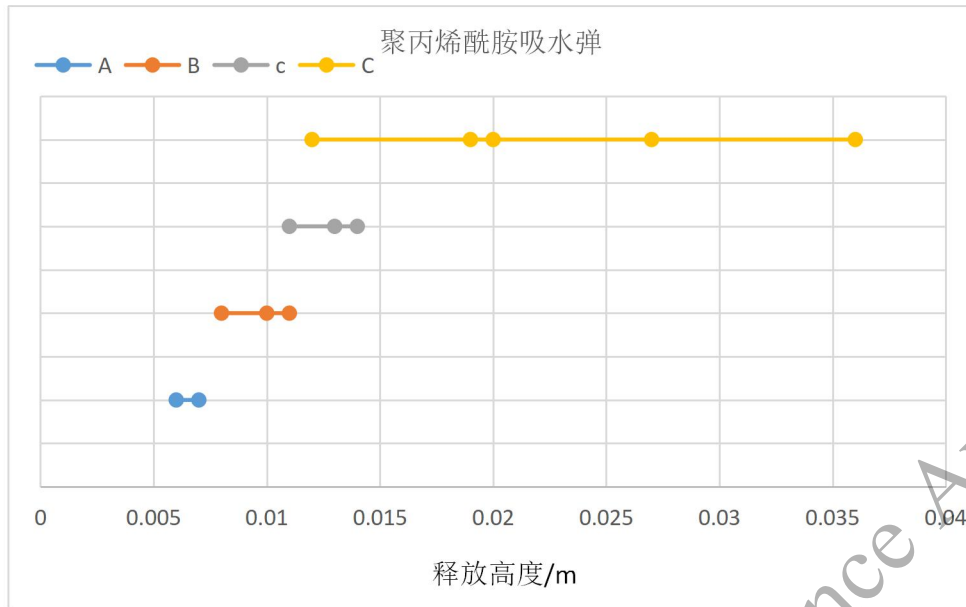


图 44.颗粒、薄膜间作用现象与颗粒释放高度的关系

由上述图 36-42 可以看出，对于同一种佐料颗粒而言，其能够“穿过”液体膜时往往是释放高度较大的情况；对于不同颗粒而言，达到“穿过”要求的释放高度不同，例如密度相对较大的决明子在释放高度小于 0.01m 时就能穿过液体薄膜，而鸡精、小米等密度相对较小的颗粒仍能“轻易”地“停留”在液体薄膜上。

由此可见，当其他条件不变时，固体颗粒密度、质量及释放的高度较大时更易穿过具有一定张力系数的液体薄膜，且“是否穿过”的情况较为稳定。

2.3.3 对液体薄膜分离产率的检验

为了检验液体薄膜对颗粒的分离能力，本研究进行了有关液膜“分离产率”的计算。再实验中运用花椒和决明子两种密度相差较大的颗粒，将其混合物从同一高度释放，大部分决明子颗粒会穿过液体薄膜而大部分花椒颗粒会停留在液体薄膜上。记录花椒与决明子混合之前各自的质量（初质量）以及穿过薄膜的花椒与决明子的质量（末质量）。定义分离产率为决明子末初质量之比与花椒末初质量之比的差值。

质量/g	①	②	③	④	⑤
初 花椒质量	0.165	0.205	0.215	0.224	0.148
初 决明子质量	0.313	0.325	0.367	0.380	0.349
末 花椒质量	0	0.048	0	——	0.008
末 决明子质量	0.233	0.269	0.331	——	0.349
分离产率	74.4%	59.4%	91.2%	——	94.6%

图 43.液体膜对颗粒的分离产率

如图 43，由上述几组探究中，液体薄膜对混合物大多有较高的分离产率。在第四组实验中，由于薄膜破裂，未能达到分离效果，认为是混合物重力过大，超出液体薄膜对其施加的毛细力所致。经上述有关液膜“分离产率”的计算，本研究证明，在颗粒混合物的质量、密度处于一定范围内时，液体膜对颗粒混合物具有一定的分离能力。

2.3.4 对液体薄膜稳定性的测试

本研究定义“液体薄膜稳定性”为液体薄膜多次抵抗颗粒穿过而不破裂的能力。实验过程所用材料为不同密度、大小、表面性质的粒子（重力大于液体薄膜对其施加的毛细力），用以穿过张力系数为 $3.5 \times 10^{-2} \text{N/m}$ 的泡泡液形成的内径为 2cm 的液体薄膜。将粒子从接近液体薄膜的高度（不超过 1mm）无初速度地释放，在一段连续的时间内尽可能迅速地使其通过液体薄膜，中途不补充薄膜上的液体，记录液体薄膜破裂之前能够通过的颗粒数。重复以上实验获得颗粒个数的平均值 p 。

bb 弹	粗糙	中等	光滑
可通过的颗粒数 p	4.63	8.76	11.29

图 44. 液体薄膜能够承受粗糙程度不同的 bb 弹的个数

如图 44，数据“可通过的颗粒数 p ”为在同一张液体薄膜上，能够通过不同粗糙程度的 bb 弹的个数的平均值。由以上数据可看出，同一张液体薄膜更易承受相对光滑的珠子穿从而使自身不破裂。本研究认为，当越粗糙的颗粒穿过液体薄膜时，颗粒对液体的“携带”作用越强，导致液体膜上的液体损失，当液体损失到无法维持形成一张液体薄膜的状态时，液体薄膜破裂。

钢珠	3mm	4mm	5mm	6mm
可通过的颗粒数 p	8.93	4.35	2.77	1.43

图 45. 液体薄膜能够承受大小不同的钢珠的个数

如图 45，数据“可通过的颗粒数 p ”为在同一张液体薄膜上，能够通过不同大小、质量的钢珠的个数的平均值。由以上数据可看出，同一张液体薄膜更易承受相对较小的珠子穿从而使自身不破裂。本研究认为，当越粗糙的颗粒穿过液体薄膜时，颗粒对液体的“携带”作用越强，导致液体膜上的液体损失，当液体损失到无法维持形成一张液体薄膜的状态时，液体薄膜破裂。

3.研究结论

本课题研究了在表面活性剂作用下,以水为主要成分的液体薄膜在风压条件及颗粒撞击下的行为。基于文献调研,对液膜成泡及分离颗粒性质的相关理论进行推导,通过实验证明了理论的合理性并对部分理论进行了修正和补充。除此之外,进行了其它变量实验并测试液体薄膜的稳定性,以进一步探究液体膜的性质。

在改变泡泡液的浓度、风压面积、出口风速、出风口夹角等条件下,探究了泡泡的大小、个数、形成位置、形成泡泡的临界风速、存在时间等特性。证明了泡泡的半径与泡泡液的表面张力系数存在正相关关系以及 $K-H$ 不稳定理论对泡泡形成位置的描述的正确性,并对理论推导出的 $K-H$ 不稳定条件下的稳定风速进行修正。在改变泡泡液的浓度、颗粒释放高度、圆环大小、颗粒大小等条件时,研究液体薄膜对固体颗粒的阻挡行为。理论上计算了颗粒的初动能、颗粒与液体膜间相互作用引起的表面能变化,在实验范围内证明了二者的相对大小能够决定颗粒能否“停留”在液体薄膜上。并且,上述结论成立的前提为颗粒重力小于液体薄膜对其施加的毛细力。

同时,分析了泡泡能够吹出的条件。要吹出泡泡,需达到一定的风速(即处于临界风速到极限风速)且风压较为均匀、稳定,以及需要泡泡液本身一定的浓度体积比(至少约为10),且出风口不能过大。定性研究了影响泡泡其他特性如存在时间及个数的因素,在实验范围内,半径为1cm的出风口及“水:浓缩泡泡液”浓度体积比约为2:1的泡泡液能够吹出最多的泡泡,半径越小的出风口吹出的泡泡能够存在相对更长的时间;低浓度、大出风口(在能够吹出的范围之内)往往能吹出更大的泡泡。

除此之外,测试了液体薄膜对颗粒的分离筛选作用以及其多次承受颗粒穿过而不破裂的能力。将一定量的固体混合物从液体薄膜上方释放,当固体混合物总质量较小时,运用液体薄膜可实现物质分离,且具有较高的分离产率;若固体混合物总质量过大,则会直接导致液体薄膜的破裂,无法实现物质分离。在实验范围内,膜张力系数越大,泡泡环越小,对颗粒的作用越强,颗粒越不易从液体薄膜中穿过。对不同颗粒而言,密度相对较大的颗粒更易从薄膜中穿过;对同种颗粒而言,释放高度越大,则越易从薄膜中穿过。能够停留在薄膜上的颗粒满足一定条件,即其动能小于其拉伸液体薄膜时的表面能,且穿过颗粒越“重”(此处的“重”即颗粒质量、密度等相对较大)、初动能越大、表面性质越粗糙时,液体薄膜越容易破裂。

3.1 误差分析

在本课题的研究中, 未从理论与实验上讨论泡泡环对液体薄膜张力的作用, 然而实际上, 泡泡环对于液体薄膜的张力的作用会对实验结果造成一定影响。

在实验过程中, 风力在出风口径及空气阻力的作用下有所衰减; 出风口不完全光滑, 可能会造成局部风力不均。手动释放颗粒可能会使颗粒具有一定的初速度; 颗粒在下落过程中受到空气阻力的作用, 使其动能小于理论值; 在探究液膜对固体颗粒的分离筛选作用部分, 由于球形颗粒的质量会随其表面粗糙程度及大小的改变而发生变化, 因此实验在变量控制上有所不足; 对于较轻的固体颗粒而言, 空气阻力对其动能影响相对较大, 会引起系统误差。

在泡泡环上形成的液体薄膜厚度不均匀, 并且其组成会随时间、温度发生变化。而拍摄时的视差及实验器具的精确度也会对本研究的实验造成影响。

以上所述, 均可成为造成实验值与理论值不能完全符合的误差来源。

3.2 未来展望

传统的固体膜对颗粒的分离筛选一般表现为对其形状大小的选择, 通常允许低于临界尺寸的颗粒通过膜孔, 同时阻止大于临界尺寸的颗粒通过, 对颗粒其他性质的选择作用并不常见。

本研究通过理论推导及实验操作, 证明了完全由液体组成的薄膜能够作为颗粒分离器, 以对颗粒的速度、密度、大小等进行筛选, 且液体薄膜能够在一段时间内维持较稳定的状态。

在“液体薄膜在风压条件下的行为研究”部分, 本研究得出形成“泡泡”需要的具体条件, 形成的“泡泡”可在空气中稳定存在一定时间, 液体薄膜的这一性质可运用到气体屏障、空气净化等方面; 在“液体薄膜与颗粒的相互作用”部分, 本研究总结了颗粒能够被液体薄膜阻挡的具体条件。液体薄膜的这一性质可用于粒子筛选、杂质吸附等。

值得指出的是, 经本研究验证, “作为颗粒分离器的独立液膜”在经性能测试之后, 能够投入到具体的实际应用中, 对当前物质分离、污染治理等有着重要意义^[5-6], 前景广阔, 作者也会在未来继续进行相关研究。

4.参考文献:

- [1]M.L.Zhou,M.Li,Z.Y.Chen,J.F.Han*,D.Liu.Formation of soap bubbles by gas jet.
- [2]Salkin L, Schmit A, Panizza P, et al. Generating Soap Bubbles by Blowing on Soap Films[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(7):077801.
- [3]G.Pucci,D.M.Harris,and J.W.M.Bush.Partical coalescence of soap bubbles[J].*Physics of Fluids* 27,061704 (2015) ; doi:10.1063/1.492321
- [4]Mostafa A.Foda.A Kelvin-Helmholtz Instability Mechanism for Seismic Faulting.*Mathematical and Physical Science*,Vol.435,No.1894 (Nov.8,1991) ,pp.
- [5] P.Yager,T.Edwards,E.Fu,K.Nelson,M.R.Tam,B.H.Weigl,Microfluidic diagnostic technologies for global public health.*Nature* 442,412-418(2006)
- [6]J.R.Werber,C.O.Osuji,M.Elimelech,Materials for next-generation desalination and water purification membranes.*Nat.Rev.Mater.* 1,16018(2016)
- [7]A.Le Goff,L.Courbin,H.A.Stone,D.Quere,Energy absorption in a bamboo foam.*Europhys.Lett.*84,36001(2008)
- [8]Birgitt Boschitsch Stogin, Luke Gockowski,Hannah Feldstein,Houston Claire,Jing Wang,Tak-Sing Wong,Free-standing liquid membranes as unusual particle separators.*Sci.Adv.*2018;4:eaat3276
- [9]T.Killian,J.Huey,J.Bryson,T.Truscott,Self healing soap films.<https://arxiv.org/abs/1210.3797>(2013)
- [10]C.G.L.Furmidge,Studies at phase interfaces.I.The sliding of liquid drops on solid surfaces and a theory for spray retention.*J.Colloid Sci.* 17,309-324(1962)

5. 实验数据补充

bb 弹	粗糙	中等	光滑
质量 g/粒	0.1427	0.1095	0.1137
直径/mm	6	6	6

钢珠直径/mm	3	4	5	6
质量 g/粒	0.1118	0.2578	0.5117	0.8827

泡沫球	①	②	③	④
直径/mm	4.51	9.43	23.35	33.38
质量 g/粒	0.005	0.034	0.557	1.14

6. 实验地点与时间

实验地点：四川省成都市新都一中

实验时间：2018 年 8 月-2020 年 8 月

2020 S.-T. Yau High School Science Award

7.致谢

本文选题来自 2017IYPT 第 15 题及 2019IYPT 第 8 题, 基于查阅的文献及相关资料展开研究。

感谢赵博涵老师对实验与理论的指导, 对实验进行及拍摄提供的帮助, 对论文提供的修改建议; 感谢黄敏老师提供的实验建议及理论指导, 指导均为无偿。

感谢冯学广、邹钰涵同学对论文提供的修改建议; 感谢赵芸赫老师对实验思路的指导, 对论文提供的修改建议; 感谢马宇翰博士对对实验思路的指导, 对论文提供的修改建议。

2020 S.-T. Yau High School Science Award