参赛队员姓名: 蒋子悦

中学: 北京市第八中学

省份:北京市

国家/地区:中国

指导教师姓名: 刘来福, 侯越

指导教师单位: 北京师范大学, 北京市第八中学

论文题目: 莫奈印象派名著《干草堆》的数学分析

Science

莫奈印象派名著《干草堆》的数学分析

北京市 北京市第八中学 高中二年级 蒋子悦 指导教师: 北京师范大学 刘来福

【摘要】为了对莫奈干草堆组画进行早中晚三个作画时间与阴晴两种 天气情况的判断,通过将图片用 python 转化为 RGB 像素值,用数学 模型将 RGB 转换为 HSI,获得每幅画中主体干草堆的特征数字,计算 特征数字距离,判断对象与标准图的相似情况,从而判断干草堆的光 线情况。通过模型得出的判断结果与实际情况一致。本文首次将油画 中的色彩数字化,并用 RGB、HSI 模型分析莫奈运用色彩表现光线的 独特印象派画法,将色彩运用理论化,判断莫奈干草堆画作的光线情 况。

【关键词】莫奈 干草堆 印象派 色彩数字化分析的 RGB、HSI 模型

目录

1 引言	4
2 方法与过程	
2.1 通过 python 提取图像像素	6
2.2 取主草垛	10
2.3 RGB 到 HSI 的转换	12
2.4 建立草堆的特征数字	14
2.5 特征数字的距离度量	15
3 结果与分析	17
3.1 像素提取结果	17
3.2 草堆的特征数字	18

	3.3 草堆特征数字距离的度量结果	18
Z	4 讨论	20
Ę	5 结论	20
6	6 创新与展望	21
	6.1 创新	
7	7 参考文献	23
		24
		3

1 引言

克劳德·莫奈(1840-1926)是法国著名印象派画家,印象派的代表人物与创始人之一。莫奈一生致力于追求在室外光线下的绘画手法,他的作品注重于色彩对光的表达。《干草堆》是莫奈在 1890 年夏末到次年春季完成的一套组画,为莫奈在同一位置不同时间下对同一干草堆所画下的多幅画作。《干草堆》组画以勾勒不同时间下光线决定的色彩称名,很好地体现了莫奈对光的敏锐度,他用快速的笔触捕捉下了阳光下光线的变换与整体的冷暖关系。美术界谓其为"一次对光与影的完美诠释"。

光线决定了画面的色彩。同一物体呈现于人眼的色彩由它的固有色、光源色和环境色共同形成。在以莫奈为代表的抽象派出现以前的学院派,十分重视基本功的训练,以素描为主,认为色彩在艺术造型中的作用并不大。而莫奈摆脱了学院派的写实风格的束缚,淡化了物体的体积感与线条,并且不受物体的固有色束缚凹。莫奈最杰出的贡献就是在色彩方面首创了加入大量的环境色的影响色彩,不再单调的利用物体本色的变化来表现画面^[2]。他曾说过:"当你去画画时,要设法忘记你面前的物体,一棵树、一片田野。只是想这是一小块蓝色,这是一条黄色,然后准确地画下你所观察到的颜色和形状,直到它达到你最初的印象为止。"他用色彩打破轮廓的束缚,打破了学院派僵硬的作图。在干草堆中,起决定作用的是一瞬间的光影,定格在画面之中,形成了丰富多彩的颜色。莫奈通过高超的绘画技艺抒发色彩的感

情,实现了转瞬即逝的美好颜色冲击在一起的效果^[3]。因此,莫奈被誉为"追光者"。他对色彩的表现力和他观察事物的方式,推动了艺术观念的转变和革新^[4]。

进入 21 世纪,信息技术快速发展,色彩理论也愈渐完善。然而在美术界,对油画的认识主要为感性的创造而非理性的论证,很少有人从色彩数字化的角度分析画家对色彩的运用方式。而莫奈运用色彩表达光的独特画法为运用色彩模型分析他的画作打下了基础。为了从理论角度分析莫奈通过运用色彩表达光的特殊方式,本文运用图像处理理论中的 RGB 与 HSI 色彩、数学模型,对色彩进行数字化、对莫奈的组画《干草堆》建立特征性数字。基于建立的模型对其画作的光线情况(分为天气情况与一天中的时间)进行判断,天气情况分为晴阴天的判断,时间分为上午、中午与晚上的判断。

本文运用到的色彩、数学模型为 RGB、HSI 模型。RGB 模型利用了色光三原色原理,为红、绿、蓝三色。RGB 模型的建立以杨-赫尔姆豪兹三色学说为基础。该学说建议任何颜色可以由此三原色以不同比例混合而成。HSI 模型为美国色彩学家孟塞尔(H.A.Munsell)于1915 年时提出,体现了人对色彩感知的三要素:色调、饱和度与亮度的感知情况。比起 RGB 模型,HSI 模型完全反映了人对色彩的感知,与人的感知结果一一对应,因此更适用于本文所研究的油画体系中。

本文运用 python 编程提取图片的像素值,在过程中生成 R、G、B 三个通道,通过数学模型进行转换,生成 H、S、I 三个通道。用三个通道分别的平均值与标准差代表其数值分布情况,得出每幅画作的

特征数字,通过欧氏距离算出特征数字之间的距离,判断新的图片与哪种光线条件下的色彩情况更为相近,从而判断其时间或天气情况。

2 方法与过程

2.1 通过 python 提取图像像素

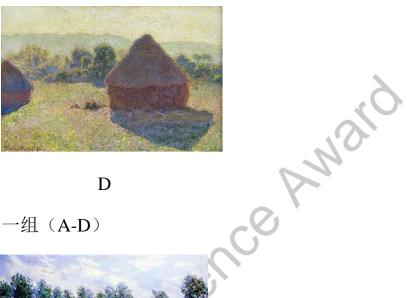
本文以七幅《干草堆》组画作为材料,分为两组平行参与模型的建立。选择的七幅图在标题中均含有作画时间或天气的信息。图 1 中的 A、B、C、D 为第一组,以判断干草堆作画时间(早、中、晚)为目的,以 A、B、C 三张图建立模型,A 为清晨,B 为正午,C 为傍晚;以图 D 带入模型作为验证,图 D 的真实作画时间为傍晚。图 2 中的 E、F、G 为第二组,以判断干草堆天气情况(晴天、阴天)为目的,以 E、F 两张图建立模型,E 为阴天,F 为晴天;以图 G 作为验证图,图 G 的真实天气情况为阴天。





A B





C

D

图 1 第一组 (A-D)





E

F



G

图 2 第二组 (E-F)

通过 python 编程, 使图片通过 RGB 三个通道读入, 转换为矩 输出三个通道的像素值,并对应 excel 中相应的坐标。具体程序 如图 3 所示。生成的 excel 表格名为 Sheet、SheetB、SheetG 三个表 格,分别对应 R、B、G 三通道的图片像素值。每个像素的取值范围

均为[0,255],0为强度最大,255为强度最小。为了验证程序运行的准确性,通过程序2中的img.putpixel函数将表格中的数值对应位置像素生成图片已验证程序1的正确性,如图4。以图F为例,经过第一步程序处理生成360*286的表格final-sunny,图5为其SheetG的部分截图。共七幅图,每张图三个通道,每个通道有超过一万个的像素数值。将final-sunny输入第二步程序中,运行成果的屏幕截图为图6,生成图片与原图一致,生成表格正确,第一步程序正确。

```
from openpyx1 import Workbook
from openpyxl.utils import get_column_letter
wb = Workbook()
ws1 = wb.active
ws2 = wb.create_sheet(index=1, title="sheetG")
ws3 = wb. create sheet(index=1, title="sheetB")
import cv2
from PIL import Image
img = cv2.imread("D:\\anaconda\\AAA\\sunny.jpg")
(b, g, r) = cv2. split(img)

cv2. imwrite("D:\\anaconda\\AAA\\R-sunny. jpg", r)

cv2. imwrite("D:\\anaconda\\AAA\\G-sunny. jpg", g)

cv2. imwrite("D:\\anaconda\\AAA\\B-sunny. jpg", b)
img = Image.open("D:\\anaconda\\AAA\\sunny.jpeg")
img_r = Image.open("D:\\anaconda\\AAA\\R-sunny.jpg")
img_g = Image.open("D:\\anaconda\\AAA\\G-sunny.jpg")
img_b = Image.open("D:\\anaconda\\AAA\\B-sunny.jpg")
h = img.height
w = img. width
for col in range (w):
     for row in range(h):
           x = img_r. getpixel((col, row))
           y = img_g.getpixel((col, row))
           z = img_b.getpixel((col,row))
           ws1. cell (row=row+1, column=col+1). value = x
           ws2. cell(row=row+1, column=col+1). value = y
           ws3. cell(row=row+1, column=col+1). value = z
     wb. save("D:\\anaconda\\AAA\\final-sunny. x1sx")
```

图 3 程序 1

```
from PIL import Image
import x1rd
wb = x1rd.open_workbook('D:\\anaconda\\AAA\\final-sunny.x1sx')
sheetR = wb. sheet_by_index(0)
sheetB = wb. sheet_by_index(1)
sheetG = wb. sheet_by_index(2)
                                                                                      ince Minary
row = sheetR. nrows
col = sheetR.ncols
img = Image.new("RGB", (col, row))
for i in range(row-1):
     for j in range(col-1):
          r = int(sheetR.row_values(i+1)[j+1])
g = int(sheetG.row_values(i+1)[j+1])
b = int(sheetB.row_values(i+1)[j+1])
           img. putpixel((j, i), (r, g, b))
img. show()
```

图 4 程序 2

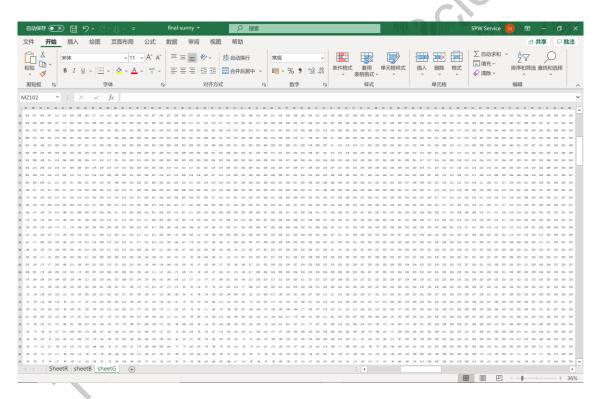


图 5 表格 final-sunny

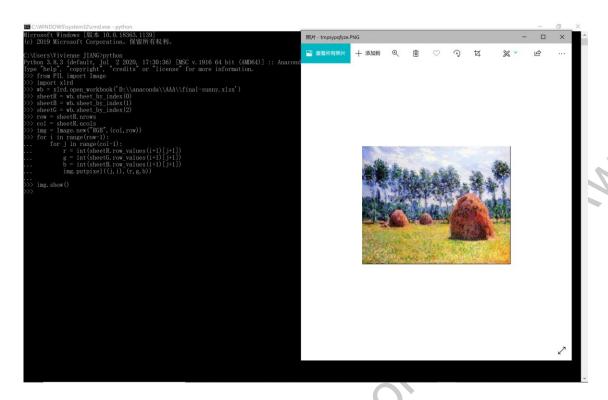
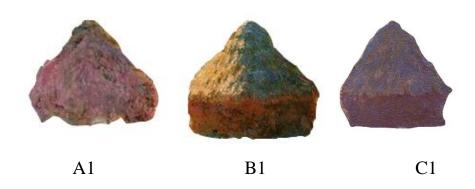


图 6 final-sunny 中数据生成的图片,原图为图 F

2.2 取主草垛

为了将问题简单化,将图片的主体草堆通过 Photoshop 软件截出。将干草堆定为研究对象。

图 7 中, A1、B1、C1、D1、E1、F1、G1 分别为 A、B、C、D、E、F、G 七张图的草堆截图。



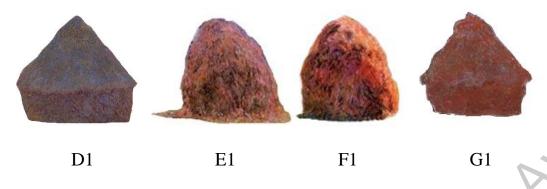


图 7 A1-G1 的草堆截图

注意,草堆有时会明显在轮廓范围外有介于 255 到 250 的散乱数值,几乎为纯白色,是在截图过程中出现的错误,为了避免后续计算中会使标准差误差过大,通过在编程中 for 循环下加入 if 语句将其归化为 255 以忽略。具体改动如图 8。

```
for col in range (w):
    for row in range(h):
        x = img_r.getpixel((col, row))
        y = img_g.getpixel((col, row))
        z = img_b.getpixel((col, row))
        if z > 250:
            x = 255
            y = 255
            z = 255
        else:
            x = img_r. getpixel((col, row))
            y = img_g.getpixel((col, row))
            z = img b. getpixel((col, row))
        ws1.cell(row=row+1,column=col+1).value = x
        ws2. cell(row=row+1, column=col+1). value = y
        ws3.cel1(row=row+1, column=col+1).value = z
    wb. save("D:\\anaconda\\AAA\\final-xx-another.xlsx")
```

图 8 消除截图的影响的程序

2.3 RGB 到 HSI 的转换

RGB 模型是色光三原色的运用,以杨-赫尔姆豪兹三色学说为基 础。此学说阐述了视网膜上有三种视锥细胞,分别对红、绿、蓝这三 种颜色最为敏感。该学说充分说明了各种颜色的混合现象,即任一颜 色可以通过红、绿、蓝三种颜色通过不同比例调和而成。于是将这三 种颜色确定为色光三原色。色光三原色在 RGB 模型中,出现在空间 上的三个坐标上,形成一个实心立方体的立体模型,如图 9。正方体 中每个点对应一个颜色。图中 x、v、z 轴分别对应 B、R、G, 黑色位 于原点处, 白色位于离原点最远的地方。黑点与白点构成的体对角线 为灰度等级。由于 RGB 模型主要用于显示器系统,并不能很好地解 释人感官感受到的颜色。人运用色调、饱和度和亮度对色彩进行描 述,色调描述了纯色的属性,比如是红色、黄色还是绿色。饱和度指 颜色的鲜艳程度, 饱和度降低, 颜色会逐渐变得暗淡直到为灰度颜 色。亮度指颜色的明暗程度。由于 RGB 模型并不能很好的描述人对 色彩的感知,而画家在作画时以感官为主,并非通过电子显示器等工 具,所以 RGB 显然不适于对莫奈画作的描述。于是在这里引进一个 新的模型,名叫 HSI 模型。H 为色调,S 为饱和度,I 为亮度。其与 RGB 模型的对应关系为: 定义颜色, 对应 RGB 立方体中的一个点, 过点垂直于黑-白轴作平面(有三角形有六边形,在此以六边形的图 10 为例),交黑-白轴处的数值为强度(亮度)的大小。点到平面与 黑-白轴的交点的距离为饱和度,其连线与此点到正红色的逆时针夹角 为色调。之后通过几何变换,将模型整理为图 11 模样的立体模型。通过它,便可以将色彩数字化的数值进行处理后得到直观的体现。HSI模型的优点为:更接近人对色彩的感知,并且三个通道互不影响。所以在对莫奈绘画过程的模拟中,运用 HSI 模型更为有效。

RGB 转换为 HSI 的具体公式如图 12。其中,RGB 三个通道的取值范围均为[0,255],H 通道的取值范围为[0,360](角度制),S 与 I 通道的取值范围为[0,1]。

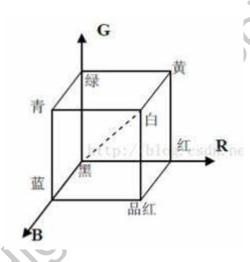


图 9 RGB 模型的空间正方体示意图 (图片来自网络)

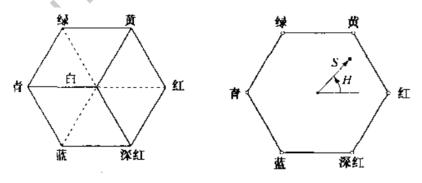


图 10 垂直黑白轴的正六边形平面示意图 (图片来自《数字图像处理第二版》)

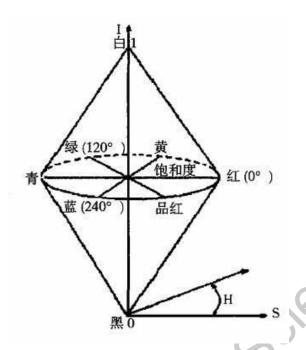


图 11 HSI 最终模型示意图(图片来自网络)

$$\theta = \cos^{-1} \left\{ \frac{\left[(R-G) + (R-B) \right]/2}{\sqrt{(R-G)^2 + (R-B)(G-B)}} \right\}$$

$$H = \begin{cases} \theta & B \le G \\ 360 - \theta & B > G \end{cases}$$

$$S = 1 - \frac{3 \cdot \min(R, G, B)}{R + G + B}$$

$$I = \left(R + G + B \right)/3$$

图 12 RGB 到 HSI 的换算公式(来自网络)

2.4 建立草堆的特征数字

由于图片 HSI 的数值分布可以用平均值与标准差来表示,将每张图片的特征数字定义为: HSI 三个通道分别的标准差与平均值。所以每张图片有六个特征数字。

运算由 Excel 完成。

2.5 特征数字的距离度量

采用欧几里得度量定义计算每组特征数字的距离,及图片色彩范畴的相似度。距离最小者即为相似度最大者,以此可以通过未知图片与建立模型图片相似度大小的比较,判断未知图片的天气状况与时间。欧氏距离的计算公式如图 13,通过将每个图像的特征值带入计算欧氏距离。具体程序如图 14 与图 15(数值已带入),图 14 为计算D1 与 A1、B1、C1 的特征数字欧氏距离,分别在程序中命名为 test、morning、noon、evening。图 15 为计算 G1 与 E1、F1 的特征数字欧氏距离,分别在程序中命名为 winter_cloudy、cloudy、sunny。

$$dist(X,Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2}$$

图 13 欧氏距离的计算公式

```
import numpy as np
import math
morning = np.matrix([[91,29,35],[168,58,152]])
noon = np.matrix([[34,78,59],[94,140,112]])
evening = np.matrix([[83,17,70],[216,31,148]])
test = np.matrix([[88,23,51],[201,37,138]])
t = 0
for i in range(0,2):
  for j in range(0,3):
    x = morning[i,j]
    y = test[i,j]
    t = t + (x - y)**2
print(math.sqrt(t))
q = 0
for i in range(0,2):
  for j in range(0,3):
    x = noon[i,j]
    y = test[i,j]
     q = q + (x - y)**2
print(math.sqrt(q))
e = 0
for i in range(0,2):
  for j in range(0,3):
     x = evening[i,j]
    y = test[i,j]
     e = e + (x - y)**2
print(math.sqrt(e))
```

图 14 计算 D1 与 A1、B1、C1 的特征数字欧氏距离的程序

```
import numpy as np
import math
sunny = np.matrix([[70,92,71],[115,156,122]])
cloudy = np.matrix([[72,45,53],[122,98,146]])
winter_cloudy = np.matrix([[106,48,91],[55,84,163]])
t = 0
for i in range(0,2):
  for j in range(0,3):
     x = sunny[i,j]
     y = winter cloudy[i,j]
     t = t + (x - y)**2
print(math.sqrt(t))
q = 0
for i in range(0,2):
  for j in range(0,3):
     x = cloudy[i,j]
     y = winter_cloudy[i,j]
     q = q + (x - y)**2
print(math.sqrt(q))
```

图 15 计算 G1 与 E1、F1 的特征数字欧氏距离的程序

ieuce Willary

3 结果与分析

3.1 像素提取结果

以图 F 的草堆为例,图 16 是程序生成的 excel 表格通道 R 的部分截图。

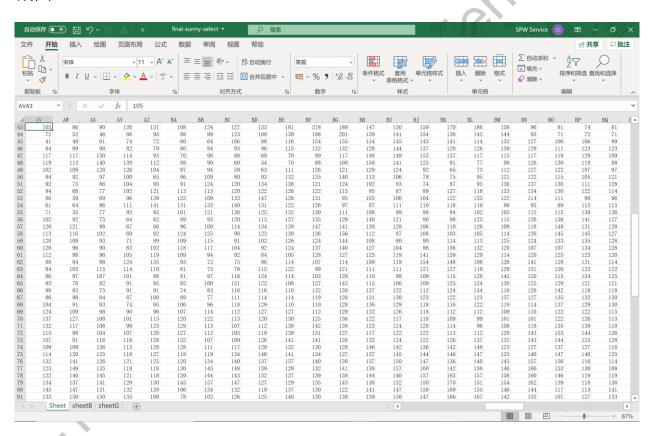


图 16 图 F 生成表格的部分截图

3.2 草堆的特征数字

共七张草堆图,每张图生成 H、S、I 三个通道,每个通道分别计算其平均值与标准差。其中 1、2、3 为对 H、S、I 三个通道计算的标准差,4、5、6 为对 H、S、I 三个通道计算的平均值。这六个数字数值在一起作为此草堆的特征数字。具体数值见表 1。

						6 (1 平均
	<i>差</i>)	<i>差</i>)	差)	值)	值)	值)
A	91	29	35	168	58	152
В	34	78	59	94	140	112
C	83	17	70	216	31	148
D	88	23	51	201	37	138
E	72	45	53	122	98	146
F	70	92	71	115	156	122
G	106	48	91	55	84	163

表 1 七个草堆的特征数字

3.3 草堆特征数字距离的度量结果

分别运行图 14 与图 15 的程序,结果如图 17 与图 18,度量结果在表 2 中呈现。D1 与 C1 的特征数字距离最为接近,G1 与 E1 的特征数字距离最为接近。即图 D1 为傍晚所画,图 G1 为阴天所画,与真实结果完全符合。由此证明数学模型 RGB、HSI 建立正确。

图 17 计算 D1 与 A1、B1、C1 欧氏距离的结果

图 18 计算 G1 与 E1、F1 欧氏距离的结果

表 2 计算欧氏距离的结果

特征数字	D1-A1	D1-B1	D1-C1	G1-E1	G1-F1
距离	45	170	28	87	119

4 讨论

本文通过运用图像处理中的 RGB 与 HSI 模型,将电脑提取的颜色的 RGB 格式转化为 HSI 格式,通过每个通道的平均值与标准差表示其数值分布情况,建立其草堆的特征数字。最终把要判断的图片放入计算欧式距离比较相似度。比较相似度后与实况符合,证明 RGB、HSI 数学模型正确。

本文将 RGB 与 HSI 模型运用到画作中,有效地将符合机器识别的 RGB 系统转换为了适应人眼对色彩描述的 HSI 系统。HSI 模型中的三个变量之间的联系性很小,每个通道的独立性强,因此改变一个变量对其他两个变量没有影响,在通过高斯混合模型取得每个正态分布模型的平均值、方差时也就可以分通道处理,不相互影响。

5 结论

1. 由于可以根据莫奈画作的色彩特征判定其天气与作画时间,可以得出莫奈用色彩表达了时间与天气信息的独特画法。

- 2. 通过用 HSI 三个通道的平均值与标准差表示其数值分布情况,可以建立每个草垛的特征值表示其颜色特征,并用其判断莫奈干草堆画作的时间与天气情况。
- 3. 在基于 RGB 与 HSI 色彩模型的图像处理上,HSI 可以更好地表达光线的情况。

6 创新与展望

6.1 创新

首次尝试以数字化色彩、运用 RGB、HSI 模型的角度分析画作,运用色彩、数学模型并建立草堆的特征数字以判断其他莫奈画作的光线情况(天气情况与作画时间)。

6.2 展望

本文对光线情况的分类为天气与时间两类,对其他由光线情况决定的季节等并未进行模型的建立与判断。对季节的判断可以结合气候学知识,运用此模型进行更加深入的分析与讨论。并且由光线决定的时间与天气的分类都较为简单,在此基础上时间可以通过收集资料分为更多的样本点(如早上九点、晚上七点等),天气可以并列加入雨天、雾天等的情况。

本文主要以判断莫奈画中的光线情况为研究目标,以此给出了一个通过色彩数字化判断光的描述方法。此后不仅可以通过更加深入分析本文建立的数学模型从而得出莫奈画中其他光线情况的判断方法,还可以扩展到其他画家之上建立对应的模型,研究其技法,比如梵高等印象派画家,以得出印象派的特点。

最后,还可以运用比较画作数字特征的方法鉴别画作真伪。

7 参考文献

[1]周子玉.莫奈笔下光与色的世界[J].北方文学,2018(06):138.

[2]孙晓菲.融入色彩中的光——对莫奈作品的研究[J].明日风尚,2016(16):259.

[3]王娟.莫奈作品中的色彩运用研究[J].艺术教育,2020(04):162-165. [4]孙霁.莫奈绘画中表现出的时间的无尽变化[J].艺术品鉴,2020(12):15-16.

[5]Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods.数字图像处理(第二版)[M]. 阮秋琦,阮宇智译,电子工业出版社,2009-12-1 [6]林俊延.莫奈风景油画作品中色彩的情感表达[J].明日风尚, 2019(06):39.

[7]张咪.浅析莫奈绘画作品中的光影与色彩[J].美术界,2017(05):88. [8]阮艳. 莫奈作品中的时间性色彩特征探析[D].宁夏大学,2019. [9]张哲.流光闪烁下的色彩交响乐——莫奈作品色彩观分析[J].美术界,2016(11):80-81.

[10]曹耀文.浅谈莫奈绘画的艺术特色[J].西部皮革,2020,42(23):97-99.

8 致谢

本文是我于英才计划期间在我的导师刘来福教授的无偿指导下完成的,倾注了导师大量的心血。在课题的选择上,刘老师给予了我很大的自主权,让我得以从我的兴趣方面发展探寻数学问题。我一直对油画很感兴趣,于是选择了这个题目。从课题的选择到最终完成,刘老师与崔莉老师给予了我极大的帮助与鼓励。感谢白真老师在数学之路上对我的培养,让我喜欢上数学,选择数学,感谢刘建老师在计算机方面对我的指引与帮助;感谢侯越老师与王文志老师无微不至的关怀与鼓励!同时,感谢所有在过程中帮助我的同学,他们给予了我许多的启发与支持。感谢我的家长,他们为我在科研学习的过程中提供了大量的帮助,使我顺利完成了论文的写作。

衷心感谢过程中所有老师的帮助!