

参赛队员姓名：彭翰林

中学：四川省温江中学

省份：四川省

国家/地区：中国

指导教师姓名：王伟

指导教师单位：四川省温江中学

论文题目：液滴撞击水平移动表面的动力学  
行为研究

# 液滴撞击水平移动表面的动力学行为研究

彭翰林

## 摘要

当一滴黏性液体撞击在水平运动的刚性疏水表面时，液滴会出现悬浮、铺展、回缩、部分反弹、完全反弹、飞溅等丰富的动态行为，与运动表面和黏性液体的相互作用性质有关。

本文将黏性液滴通过酸性滴定管滴在水平运动的传送带来定量研究上述过程。实验结果及理论分析表明黏性液滴出现各种丰富的动态行为与黏性液滴和刚性疏水运动表面间形成的边界层、黏性液滴撞击运动表面的速度、液滴黏度、水平面运动速度等有关。

本文运用边界层理论分析了黏性液滴的动态行为机制，发现黏性液滴与运动表面间会形成一层厚度为 $\delta$ 的边界层（ $\delta \ll 2R$ ， $R$ 为液滴半径），边界层内的液体流动情况是影响黏性液滴行为的重要因素之一。

同时本文理论分析了黏性液滴撞击过程中的能量转化情况、液滴的受力情况，理论推导出液滴与运动表面间形成的夹角 $\theta$ 与液滴重力、黏度系数等的定量关系，这些都对液滴出现丰富的动态行为有重要的影响。最后通过实验对理论预测进行了验证。

**关键词：**黏性液滴；撞击；水平运动刚性疏水表面；丰富的动态行为；边界层；动力学分析

## 变量说明：本文中字母的物理含义

$E$ 面：水平运动刚性疏水表面

$\delta$ ：边界层厚度

$\theta$ ：液滴与 $E$ 面间的夹角

$m$ ：液滴质量

$g$ ：重力加速度

$\sigma$ ：表面张力

$\Delta F$ ：液滴流体团间的压力差

$f_E$ ：液滴与 $E$ 面间的摩擦力

$A$ ：液滴与 $E$ 面间的接触面积

$v$ ： $E$ 面运动速度

$\mu$ ：液滴与 $E$ 面间的黏滞系数

$Re, Re_{cr}$ ：液体雷诺数、转捩点处的雷诺数， $Re_{cr} = 5 \times 10^5$ <sup>[2]</sup>

# 目录

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 摘要.....                      | 3  |
| 本文中字母的物理含义.....              | 4  |
| 一、引言.....                    | 6  |
| 1.1 选题背景及研究现状.....           | 6  |
| 1.2 本文主要研究内容.....            | 7  |
| 二、理论分析.....                  | 8  |
| 2.1 液滴的能量变化.....             | 8  |
| 2.2 液滴弹跳机制的微观分析.....         | 9  |
| 2.3 液滴的受力情况.....             | 11 |
| 三、实验探究.....                  | 16 |
| 3.1 实验装置.....                | 16 |
| 3.2 液滴行为与运动表面移动速度的关系.....    | 17 |
| 3.3 液滴行为与液滴下落高度的关系.....      | 20 |
| 四、总结.....                    | 24 |
| 参考文献.....                    | 25 |
| 致谢.....                      | 26 |
| 附录 1 最大铺展直径与最高回缩高度的测量方法..... | 27 |
| 附录 2 $\theta$ 的推导过程.....     | 28 |
| 附录 3 电机转动频率与表面运动速度的关系.....   | 29 |
| 附录 4 疏水表面的制备.....            | 30 |
| 实验时间与地点.....                 | 31 |

# 1. 引言

## 1.1 选题背景及研究现状

当一滴液体撞击在表面时，无论表面是运动、静止、倾斜或水平，液滴都会发生悬浮、铺展、回缩、部分反弹、完全反弹、飞溅等复杂的行为。

2013 年，*Henri Lhuissier* 等人将硅油滴在没有涂层、没有加热的旋转圆柱玻璃内表面来研究这一现象（图 1），发现液滴可以悬浮在运动表面（图 2）。他们发现产生于液滴与运动壁面间薄层空气膜内的升力对于液滴的悬浮至关重要。他们利用干涉测量技术得到了空气膜的三维形状，呈马蹄形（图 3），进而应用润滑理论计算了升力。

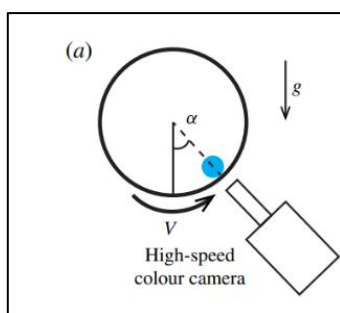


图 1<sup>[1]</sup> 文献中的实验装置

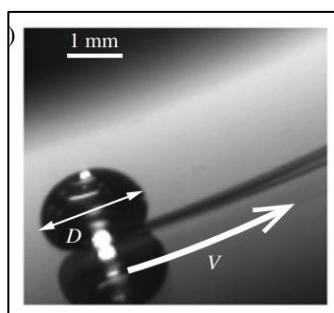


图 2<sup>[1]</sup> 硅油悬浮在玻璃表面

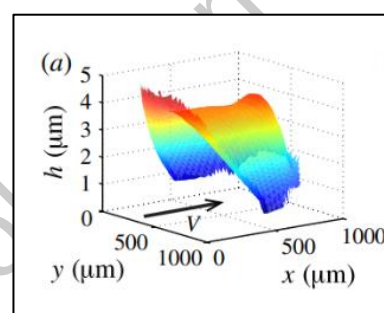


图 3<sup>[1]</sup> 液滴的厚度分布情况

2018 年，*Erina Sawaguchi* 等人在此基础上进一步探究了液滴的粘度、液滴的直径对液滴是否悬浮的影响，发现液滴的粘度和圆柱内壁速度决定了空气膜的稳定性<sup>[3]</sup>，进而影响了液滴的是否悬浮。

2017 年，南京师范大学孙志成将液体滴在水平静止或运动的表面，发现液滴撞击时的铺展过程呈非对称分布，在液膜后端形成液指，液膜前端无液指<sup>[4]</sup>，并通过实验得到了液滴的行为与液滴撞击韦伯数之间的定量关系；将液体滴在水平运动冷表面，发现液膜前端会出现瞬间冻结，而液膜后端会延迟冻结<sup>[4]</sup>，同时探究了运动表面温度对液滴铺展的影响。

## 1.2 本文主要内容

现有研究的不足：

现有文献多注重于研究液滴的宏观形态变化以及液滴悬浮或铺展时与运动表面的作用，未对液滴发生回缩、部分反弹、完全反弹等其他行为时与运动表面的作用进行探究，未从能量的角度来分析这个过程，且缺少对液滴的微观分析，因此本文将在前人基础上对上述问题进行完善。

本文主要研究内容如下：

1：创新性地运用边界层理论从微观来分析黏性液滴的弹跳机制。

2：在孙志成研究成果基础上进一步分析了黏性液滴在整个过程中的能量转换。

3：在 *Henri Lhuissier* 和孙志成等人的基础上研究黏性液滴不同形态下的受力情况，并推导出液滴与刚性运动疏水表面间形成的夹角 $\theta$ 与黏滞系数 $\mu$ 、液滴质量 $mg$ 等的定量关系式，理论验证了 *Erina Sawaguchi* 等人得到的结论：液滴黏度越大，液滴更易悬浮在运动表面。

4：探究了液滴撞击高度， $E$ 面运动速度对液滴行为的影响，实验结果与理论分析相吻合。

## 2. 理论分析

### 2.1 液滴的能量变化

液滴在接触 $E$ 面之前能量转换主要发生在重力势能与动能之间,如果液滴自更高点下落(液滴体积较小故忽略空气阻力),就会有更多的重力势能转化为动能,这使得液滴撞击 $E$ 面后的惯性速度增加(图解见图10),这对液滴撞击 $E$ 面后的铺展直径及回缩高度有影响,这在2.3中有具体分析,此处不再赘述。

自液滴接触 $E$ 面,能量的传递主要发生在液滴与运动表面之间,实验表明,液滴的行为主要有四种:

1. 悬浮在 $E$ 面(上半部分液滴由于流动性而呈现微小振荡);
2. 铺展、回缩、部分反弹或完全反弹(图4);
3. 铺展开后不回缩,呈长液条状静止在 $E$ 面;
4. 破碎成多个小液滴飞溅。



图4 液滴与刚性疏水表面碰撞后形态变化过程

情况1,将在2.2、2.3节具体分析,对于情况2、3、4:

在铺展的过程中, $E$ 面的动能会有一部分传递给液滴,把液滴“拉伸”的更长,即:使液滴铺展直径更大。此过程中液滴与 $E$ 面接触的部分存在一部分额外的能量,这部分能量称为表面能<sup>[4]</sup>,在液滴铺展直径达到最大时此能量最多,这种能量会促使液滴回缩成原来的形状。

在回缩与反弹的过程中,表面能不断减少。在 $E$ 面速度为0时,其未传递能量给液滴促使其“拉伸”,因此液滴很容易收缩为球形悬浮在表面,给 $E$ 面一个速度并不断增加, $E$ 面传递给液滴的动能增多,液滴也就有更多的能量,这使得其更易反弹,从而出现部分反弹与完全反弹的现象。



继续增加 $E$ 面运动速度， $E$ 面传递更多的能量给液滴，使液滴的表面能不足以提供液滴回缩的能量，从而使液滴在 $E$ 面上被“拉伸”为较长液条后短时间内无法回缩，甚至 $E$ 面传递给液滴的能量会远远大于表面能，使液滴破碎为小液滴。

综合以上分析，推测 $E$ 面运动速度会影响液滴行为。

以上猜想会通过实验进行验证。

## 2.2 液滴弹跳机制的微观分析

*Prandtl* 在 1904 年提出，在流体贴平面运动时，不忽略流体黏性的前提下，在贴近平面表面，有一层极薄的薄层，这一层薄层称为边界层，它对液滴的运动起到了重要的作用。由文献可知，液滴与运动表面接触，虽然有一层空气薄膜<sup>[1]</sup>，但液滴不是悬浮状态时，空气膜会破碎<sup>[1]</sup>，液滴会迅速与 $E$ 面接触，因此本文猜想空气膜破碎后（即液滴出现了非悬浮的其他行为时），液滴与 $E$ 面间存在这样一层边界层，为了验证猜想，假设液滴为不可压缩流体，黏性不变且符合牛顿内摩擦定律。

如图 5 所示，本文用 PowerPoint 绘制出液滴的二维模型：

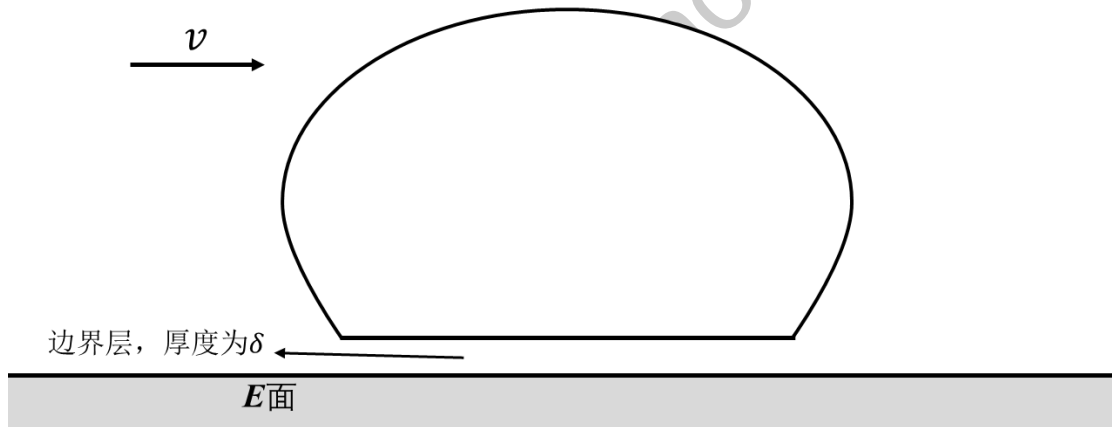


图 5 静止在表面的液滴及边界层示意图

假设液滴底部厚度 $\delta$ 以下为边界层（下文称液滴厚度 $\delta$ 以内为“内层”， $\delta$ 以外为“外层”），对于边界层的相对厚度有<sup>[2]</sup>（厚度与铺展直径之比）：

$$\frac{\delta}{L} = \frac{1}{\sqrt{Re}} \quad (1)$$

本实验采用的液滴为水， $Re \gg 1$ ，由(1)可知，此时边界层的厚度 $\delta$ 很小（ $\delta \ll 2R$ ， $R$ 为液滴半径），一般为毫米的量级<sup>[2]</sup>，不易在实验中直接观察。

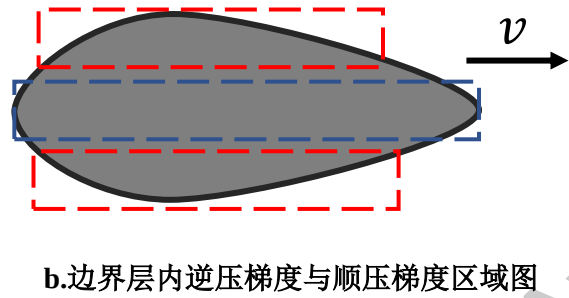
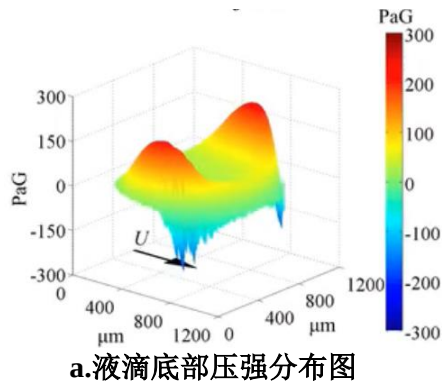


图 6

注：1:a 图引自 IYPT 青年物理学家

2: b 图为边界层俯视图，红框为逆压梯度区域，蓝框为顺压梯度区域

由图 6a 可知，液滴底部的压强分布不均一，对应图 6b 中的蓝框区域压强较小且减幅较小，相反，两侧的红框区域压强较大且增幅较大，因此，内区的蓝框区域会出现顺压梯度，可使其区域内液体流动加速，红框区域会出现逆压梯度，可使其区域内液体流动减速，直至为 0 后回缩。

在  $E$  面速度较小时，其传递给液滴的动能较少，使内层逆压梯度区域液体动能损失较快的同时无法得到足够的补充，从而铺展较短；顺压梯度区域液体同时存在黏性耗能也不会一直加速，但相对逆压梯度区域的液体会铺展的更长。当速度减为 0 后，在外区液体的表面张力作用下又会回缩，因此，液滴会在  $E$  面上呈现部分反弹的行为。

增大  $E$  面的速度会使内层液体的  $Re$  变大，因此其流动会有由层流向湍流转变的趋势，但不是瞬间转变，存在着一个连续的过程，由  $Re = \frac{\rho v_1 L}{\mu}$ （ $\rho$  为液滴密度， $v_1$  为液滴速度， $L$  为铺展直径， $\mu$  为液滴动力黏度系数）可计算本实验  $Re_{max} = 2293 < Re_{Cr}$ ，因此流动无法达到湍流，多处于层流与湍流间的过渡区段，内、外层流体团间动量交换的强度也因此逐渐增加，从而液体流动逐渐呈现出无序性，图 7 与图 8 分别为液体有序运动与无序运动情况下的各液滴质点速度方向示意图。

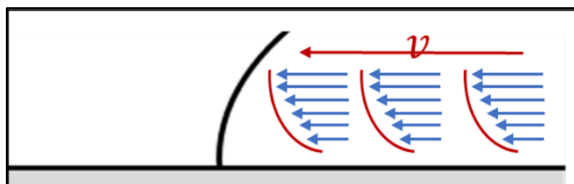


图 7 呈现有序性运动的液体

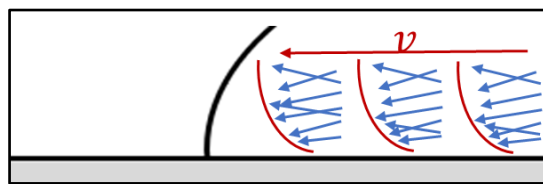


图 8 呈现无序性运动的液体

在内层过渡区段内，因  $E$  面并非完全光滑，所以会给液滴施加扰动，这使内层形成小尺度的漩涡<sup>[2]</sup>，这个漩涡使内层液体不断被排挤到外层，同时漩涡造成的力（漩涡力）与内外层液体间地表面张力不断抵消液滴的惯性力，使液滴更易反弹。

继续增加  $E$  面运动速度，此时即使存在逆压梯度，但强烈的动量交换也会不断补充能量促使液滴向前铺展，这使得液滴很难回缩，可能直接在  $E$  面上保持长液条形状，此时依然存在上文所提到的漩涡力，所以液滴可能在被“拉伸”的情况下反弹或者飞溅。

综合以上分析，可以总结出：

1: 黏性液滴会与  $E$  面形成一层边界层，定义厚度为  $\delta$ ，在  $E$  面运动速度较小时，内层多为层流，液滴会出现微小的振荡但液体质点间动量交换不强烈，所以不会铺展过长，加上表面张力的作用，会出现部分反弹，较难出现完全反弹。

2: 增加  $E$  面运动速度，内层液体产生的漩涡力与内外层液体间地表面张力不断抵消惯性力，使内层液体被排挤到外层，更易完全反弹。

3: 继续增加  $E$  面运动速度，强烈动量交换会不断促使液滴铺展，而加以漩涡力的作用，会使液滴在被“拉伸”的情况下反弹甚至飞溅。

以上猜想会通过实验进行验证。

### 2.3 液滴的受力情况

当液滴悬浮在  $E$  面上时，通过文献<sup>[1]</sup>可知，此时液滴与  $E$  面之间会形成一层空气膜(图 9):

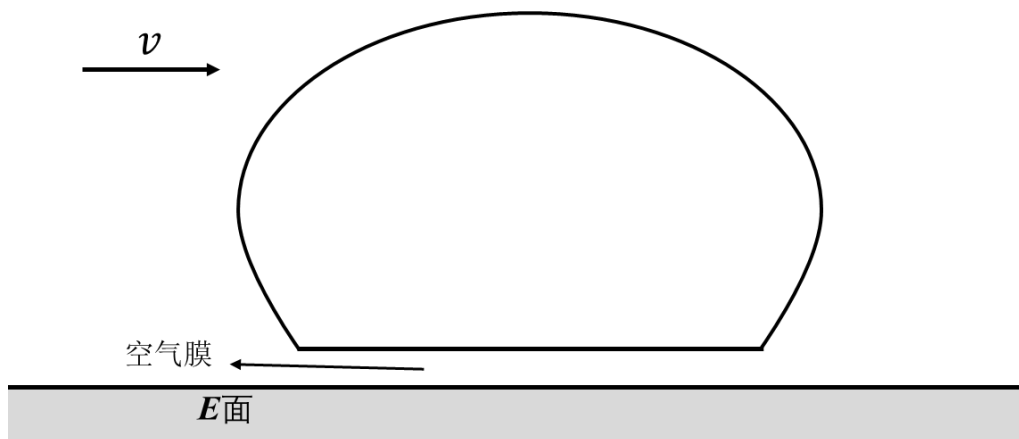


图 9 液滴悬浮在运动表面

随着 $E$ 面运动速度增加，液滴与 $E$ 面间的空气膜会破碎，液滴会迅速与 $E$ 面接触<sup>[1]</sup>，此时液滴会被“拉伸”。

这时前端液体的惯性流动速度方向与 $E$ 面速度方向夹角小于  $90^\circ$ ，后端液体的惯性流动速度方向与 $E$ 面速度方向夹角大于  $90^\circ$ ，因此 $E$ 面与液滴之间的摩擦力作用  $f_E$  给前端液体提供了动力，同时阻碍了后端液体运动，从而顺压梯度区域前端液体被“拉伸”，后端液体由于黏性耗能而堆积，这也就是 2.2 中所提到的顺压梯度区域存在黏性耗能，具体速度方向与受力情况分别如图 10、11 所示：

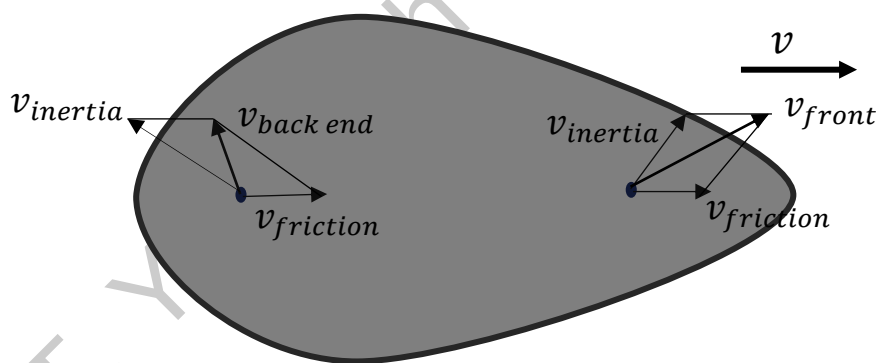


图 10 液滴铺展时的俯视图

注：图中所取质点为液体前端与后端与 $E$ 面接触部分任意质点， $v_{friction}$ 与 $v_{inertia}$ 分别为液滴的摩擦剪切速度与惯性速度， $v_{front}$ 与 $v_{back end}$ 为合成速度。

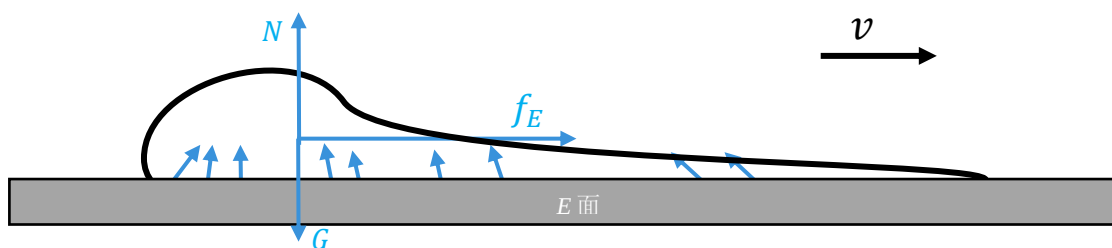


图 11 液滴被“拉伸”时的正视受力图

注：图中液滴与 E 面接触处的蓝色小箭头代表边界层内产生的漩涡力和边界层内外液体质点间的表面张力。

$v_{inertia}$  越大， $v_{front}$  与  $v_{back end}$  的方向就越趋近于与  $v_{friction}$  在同一直线，那么液滴也就越容易横向铺展，即：使最大铺展直径更大。因此，液滴下落高度也是影响其行为的重要因素之一。

因为液滴满足牛顿内摩擦定律，所以  $f_E$  满足：

$$f_E = \mu A \frac{dE}{dt} \quad (2)$$

式中  $\mu$  为液体与 E 面间的黏度系数， $A$  为与液体与 E 面间的接触面积， $\frac{dE}{dt}$  为液滴与 E 面的相对速度变化梯度。

随着“拉伸”的进行，当液滴表面能达到最大时，液滴开始回缩。由于液体与 E 面间的黏滞力比液体与空气间的黏滞力大，因此在出现部分反弹的情况时，会有如图 12 所示的行为：



图 12 液滴部分反弹过程中的行为

为了便于分析，绘制出此时液滴的模型(图 13)：

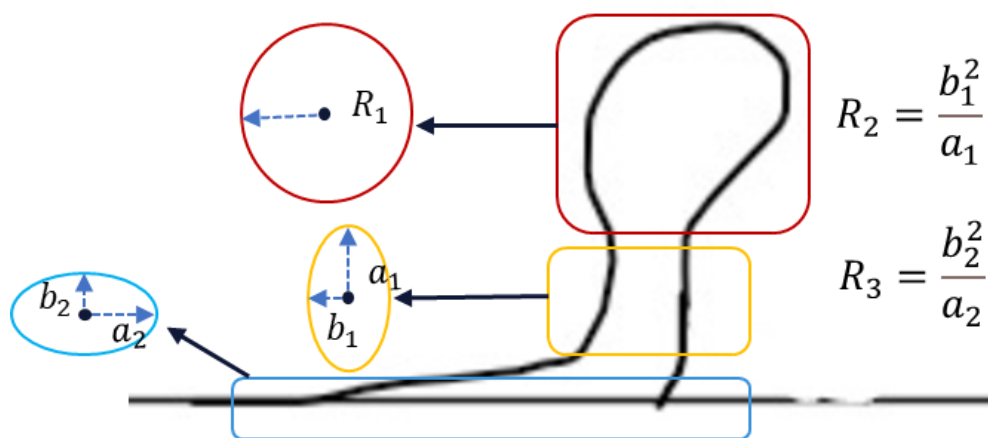


图 13 液滴部分反弹过程中的行为模拟图

将液滴划分为图中的“红框、黄框、蓝框”三个部分。若液滴最终部分反弹，黄框部分会被拉伸成椭圆形状，然后分别与红、蓝框部分结合（极限状态下最后黄框部分可以看作一条细线）。若液滴最终完全反弹，三部分会融合。

为了简化流体无规律流动性带来的复杂计算，本文将红框部分看成一个球体(曲率半径 $R_1$ )，黄框部分看作椭球体(曲率半径 $R_2$ )，蓝框部分看作半椭球体(曲率半径 $R_3$ )。

对红、蓝框部分进行受力分析，设 $m_1$ 、 $m_2$ 为两部分的液滴质量， $\theta$ 为液滴与E面间形成的夹角，受力示意图如图14所示，图中 $\Delta F_1$ 与 $\Delta F_2$ 分别是红、黄部分的压力差与黄、蓝部分间的压力差。

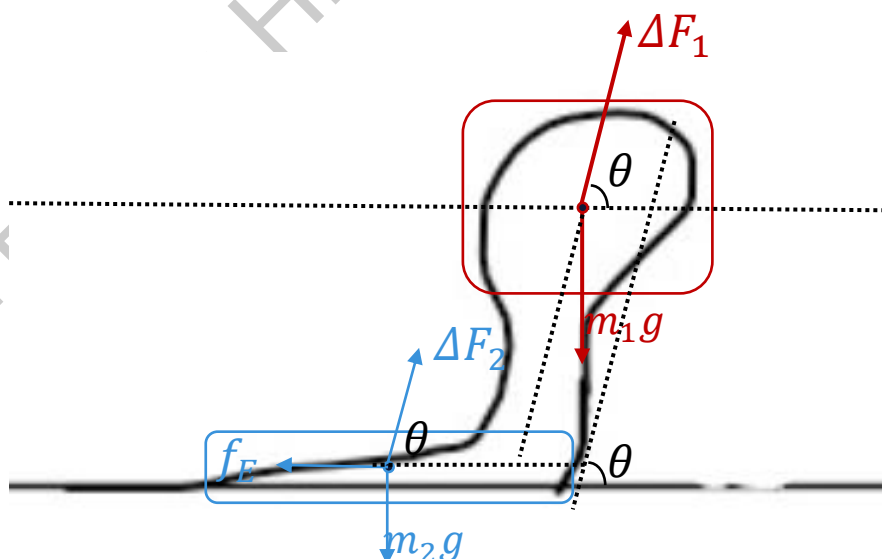


图 14 液滴受力示意图

根据 Young-Laplace 公式可以得到：

$$\Delta F_1 = \frac{2\sigma}{R_1} - \frac{2\sigma}{R_2} = 2\sigma \left( \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right) \quad (3)$$

$$\Delta F_2 = \frac{2\sigma}{R_1} - \frac{2\sigma}{R_3} = 2\sigma \left( \frac{R_3 - R_1}{R_1 R_3} \right) \quad (4)$$

将 $\Delta F_1$ 与 $\Delta F_2$ 分别在水平、竖直方向上分解，并分别与 $m_1 g$ 和 $f_E$ 、 $m_2 g$ 合成，根据牛顿第二定律（以水平向右、竖直向上为正方向）可以得到：

A 部分：

$$\Delta F_1 \cos \theta = m_1 a_{x_1} \quad (5)$$

$$\Delta F_1 \sin \theta - m_1 g = m_1 a_{y_1} \quad (6)$$

C 部分：

$$\Delta F_2 \cos \theta - f_E = m_2 a_{x_2} \quad (7)$$

$$\Delta F_2 \sin \theta - m_2 g = m_2 a_{y_2} \quad (8)$$

$$\tan \theta = \frac{a_{y_1}}{a_{x_1}} = \frac{a_{y_2}}{a_{x_2}} \quad (9)$$

式中的 $a_{x_1}$ 、 $a_{x_2}$ 为水平方向加速度， $a_{y_1}$ 、 $a_{y_2}$ 为竖直方向加速度。

前文也有所提及，实验中液滴与  $E$  面间形成的边界层、空气膜等的厚度量级太小，无法直接肉眼观察，而达到直观地体现液滴的动态行为的目的，因此，本文创新性地利用  $\theta$  的变化来表征液滴行为。

联解(2)至 (9)式可以得到（推导过程在附录 2 中）：

$$\theta = \arctan \frac{mg}{\mu A \frac{dE}{dt}} \quad (10)$$

由式(10)可以看出 $\theta$ 与液滴的重力 $mg$ 、 $E$ 面与液滴间的黏度系数 $\mu$ 、 $E$ 面与液滴间的接触面积 $A$ 以及液滴速度变化梯度 $\frac{dE}{dt}$ 有关。当液滴黏度增大， $\theta$ 减小，即：使液滴更靠近  $E$  面，使液滴更易悬浮在表面，这也很好地解释了 *Erina Sawaguchi* 等人提到的液滴粘度的增加会使液滴更容易悬浮在表面的现象，因 *Erina Sawaguchi* 等人已经做了相关实验，因此本文不再设计实验探究液体粘度对液滴行为的影响。

### 3. 实验探究

#### 3.1 实验装置

如图 15、16 所示，实验中主要利用了高速摄像机进行拍摄，三相异步电动机（250V，50Hz）用于给予传送带水平运动速度，变频器用于改变电机传动频率从而改变传送带运动速度（两者的对应关系放在附录 3），传送带作为水平运动表面（运动表面的形变可忽略；疏水表面的制备放在附录 4），张紧轮用于减弱传送带的抖动，酸性滴定管用于提供体积大小相同的竖直下落的液滴

相较于现有文献中的实验装置（将液滴滴在水平运动滑轨上和旋转的圆柱桶内），该实验装置存在可以快速改变运动表面速度且速度均匀，便于拍摄等优点，对于主动轴、次动轴不同步、传送带“跑偏”等问题，实验中通过增加张紧轮，调整两轴平行等方法来解决。

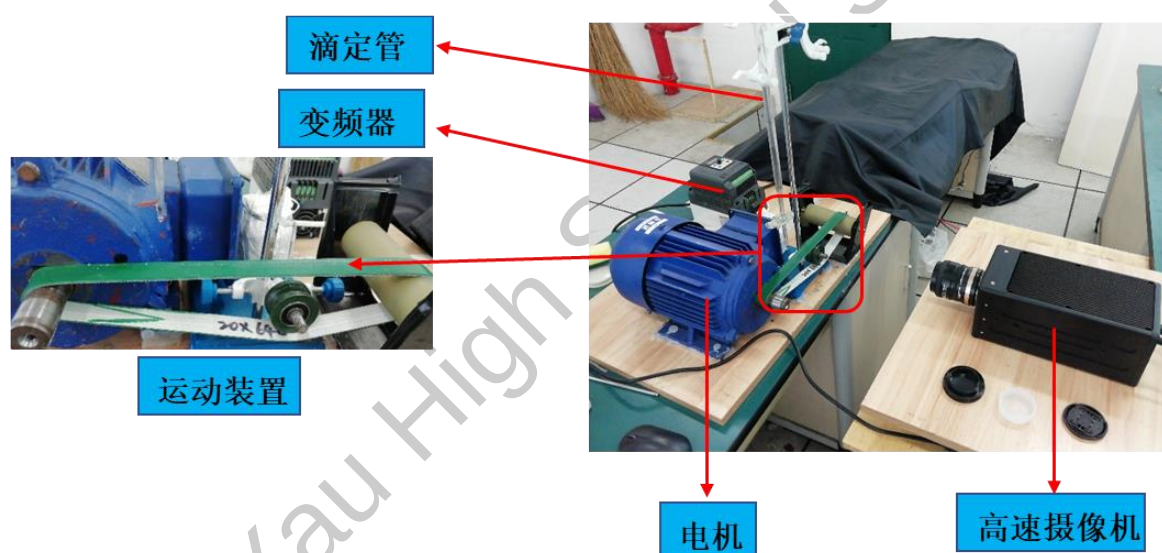


图 15 实验装置实物图



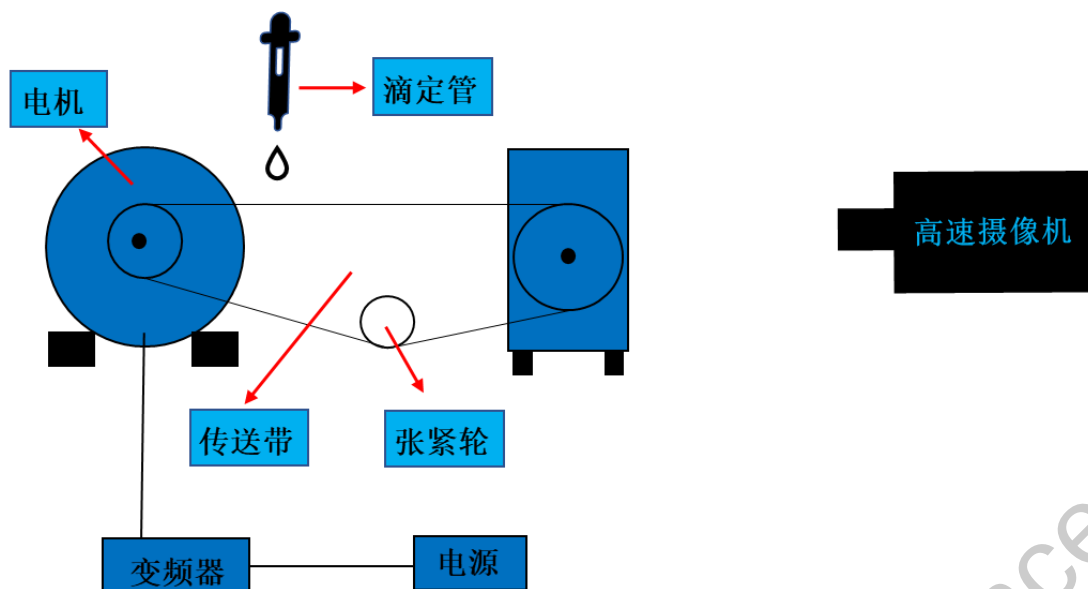


图 16 实验装置模拟图

实验中自变量有  $E$  面运动速度  $v$  和液滴撞击高度  $h$ (图 17); 因变量有液滴最高回缩高度与最大铺展直径(图 18、19)。

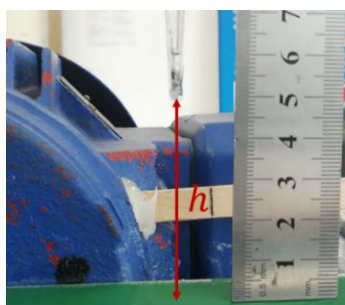


图 17  $h$  的大小



图 18 最高回缩高度

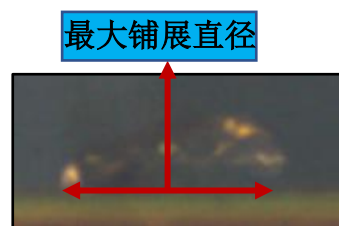


图 19 最大铺展直径

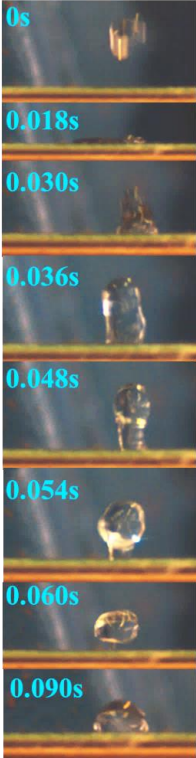
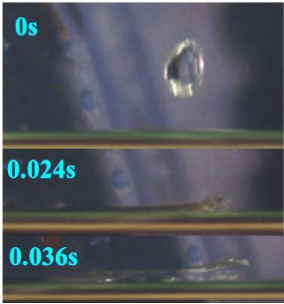
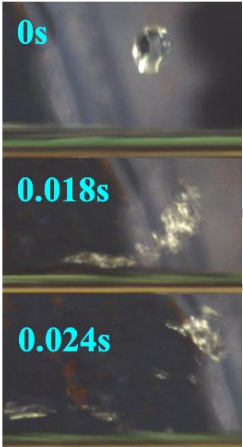
### 3.2 液滴行为与运动表面运动速度的关系

在 2.2 节中分析到  $E$  面速度会影响液滴的行为, 这一节将进行实验探究。

实验步骤如下:

1. 调整滴定管使  $h$  恒定为 5 cm
2. 接通电源, 使电机以 0.149 m/s 的速度带动传送带转动, 打开酸性滴定管下端活塞使液滴下落, 实时用高速摄像机录制视频。
3. 依次改变传送带运动速度为 0.342 m/s、0.534 m/s、0.725 m/s、0.921 m/s、1.115 m/s、1.267 m/s、1.420 m/s、1.607 m/s、2.316 m/s, 并重复第二步骤。
4. 处理数据, 分析实验现象, 得到实验图像(表 1):

表 1：传送带以不同速度运动时液滴的形态变化图

| 0. 149 m/s                                                                                                  | 0. 534 m/s                                                                                                 | 1.115 m/s                                                                                       | 1.607 m/s                                                                                                     | 2.306 m/s                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  <p>液滴有回缩的趋势，但最后悬浮在表面。</p> |  <p>液滴回弹趋势较大，但仍未完全反弹。</p> |  <p>液滴完全反弹</p> |  <p>液滴被拉伸为长条形后未回缩，直接反弹。</p> |  <p>液滴飞溅。</p> |

绘制出液滴最高回缩高度与 $E$ 面运动速度的关系(图 17):

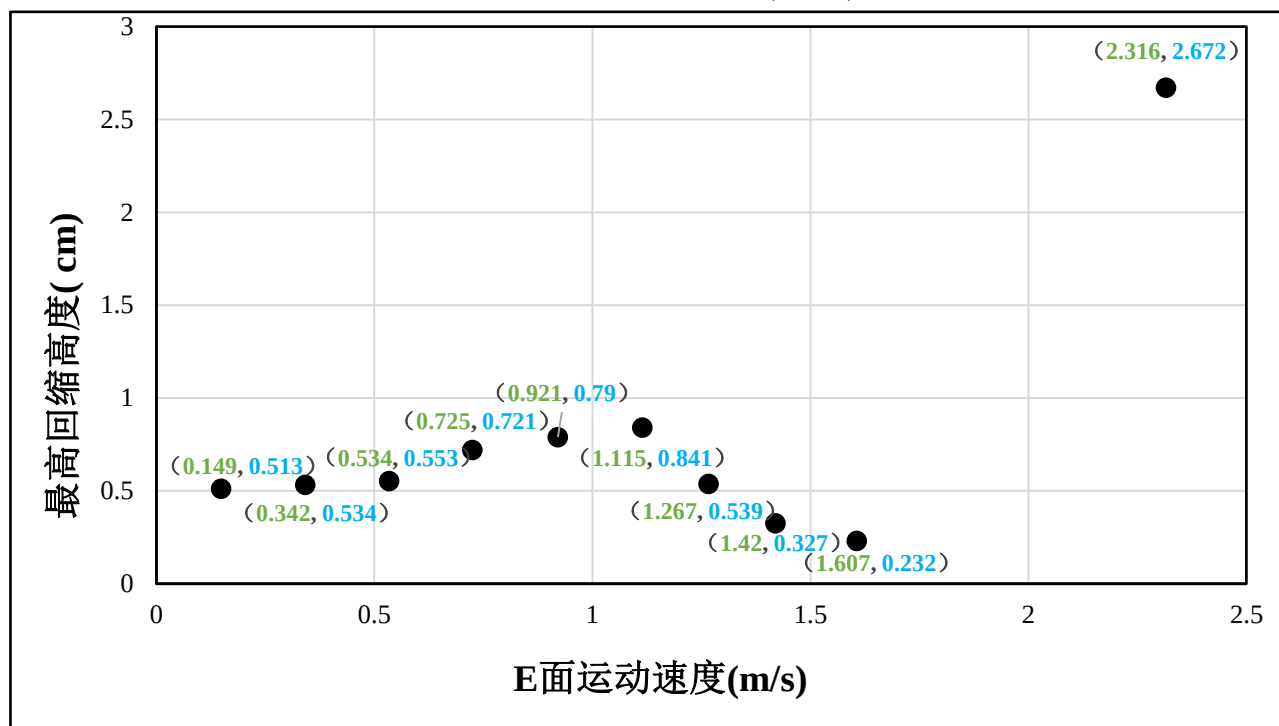


图 20 液滴最高回缩高度与  $E$  面运动速度间的关系

注：1：由于数据点过于密集，所以将点的横坐标标为绿色，纵坐标标为蓝色，防止看错点，下文图

21、22、23 皆如此。

2：图中的  $E$  面运动速度为 2.316 m/s 时液滴行为是完全飞溅，最高回缩高度为飞溅高度。

结合表 1 中 0.149 m/s, 0.534 m/s, 1.115 m/s 时的实验图像与图 20 可知，随着  $E$  面表面速度的增加，液滴的行为由悬浮、部分反弹向完全反弹转变，且此过程中最高回缩高度在增加，与理论分析 2.2 吻合，但当速度超过 1.115 m/s，液滴的最高回缩高度急速下降，此时绘制出最大铺展直径与 $E$ 面运动速度的关系(图 21):

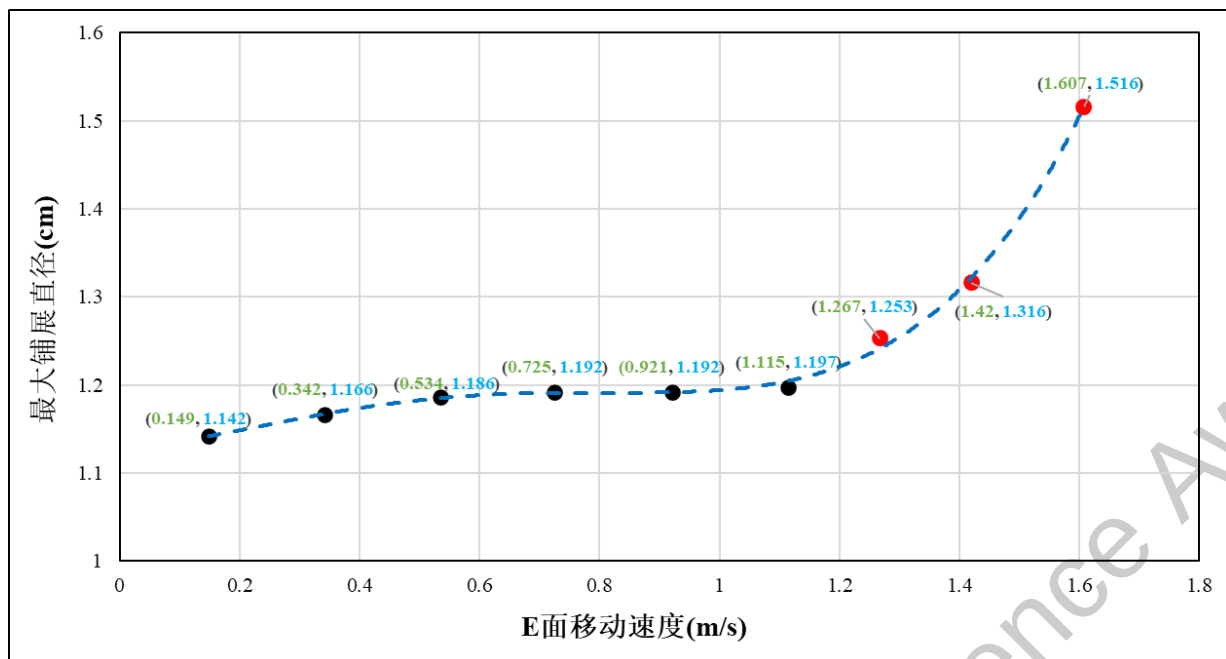


图 21 液滴最大铺展直径与 E 面运动速度间的关系

注：图中蓝色虚线为趋势线

由图 21 可知，在速度小于 1.115 m/s 时(黑色数据点)，趋势线斜率较小，液滴最大铺展直径呈现很小幅度的增长，但当速度超过 1.115 m/s(红色数据点)，趋势线斜率迅速增大，液滴最大铺展直径迅速陡升，这表明液滴表面能不足以使液滴回缩，液滴直接在 E 面被“拉伸”为液条，与理论分析 2.1、2.3 吻合，故此时最高回缩高度突然降低，继续增加速度到 2.306 m/s，液滴内部质点间的表面能达到极限，液滴接触表面后被迅速“拉伸”为小液滴后飞溅，故飞溅高度达到 2.672 cm。

### 3.3 液滴行为与液滴下落高度的关系

在 2.1、2.2 节中分析到了液滴撞击速度会影响液滴的形态变化，这一节将进行实验探究。本节采用与 3.2 节相同的分析方法。

此节通过改变液滴下落高度  $h$  来改变液滴撞击速度，通过测量  $h$ ，可以得到液滴撞击速度(式 11 与表 2)：

$$v = \sqrt{2gh} \quad (11)$$

表 2: 液滴撞击高度与液滴撞击速度的对应关系

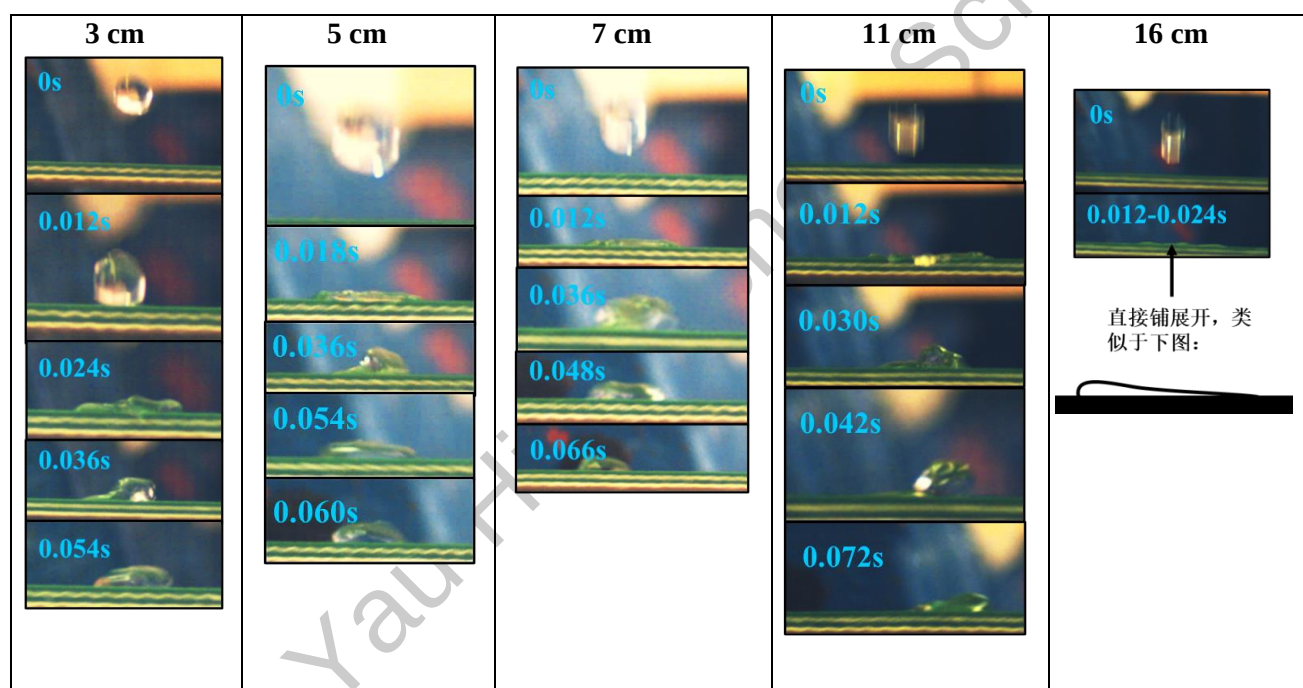
| 液滴撞击高度 (cm) | 液滴撞击速度 (m/s) |
|-------------|--------------|
| 1           | 0.140        |
| 3           | 0.242        |

|    |       |
|----|-------|
| 5  | 0.313 |
| 7  | 0.370 |
| 11 | 0.464 |
| 16 | 0.560 |

实验步骤如下:

1. 接通电源, 使电机以  $0.534 \text{ m/s}$  的速度带动传送带转动。
2. 调整滴定管使  $h = 1 \text{ cm}$ , 打开酸性滴定管下端活塞使液滴下落, 实时用高速摄像机录制视频。
3. 改变高度为  $3 \text{ cm}$ ,  $5 \text{ cm}$ 、 $7 \text{ cm}$ 、 $11 \text{ cm}$ 、 $16 \text{ cm}$  并重复步骤二。
4. 处理数据, 分析实验现象, 得到实验图像(表 3):

表 3: 液滴不同高度下落时液滴的形态变化图



绘制出液滴最大铺展直径以及最高回缩高度与下落高度之间的关系(图 22、23):

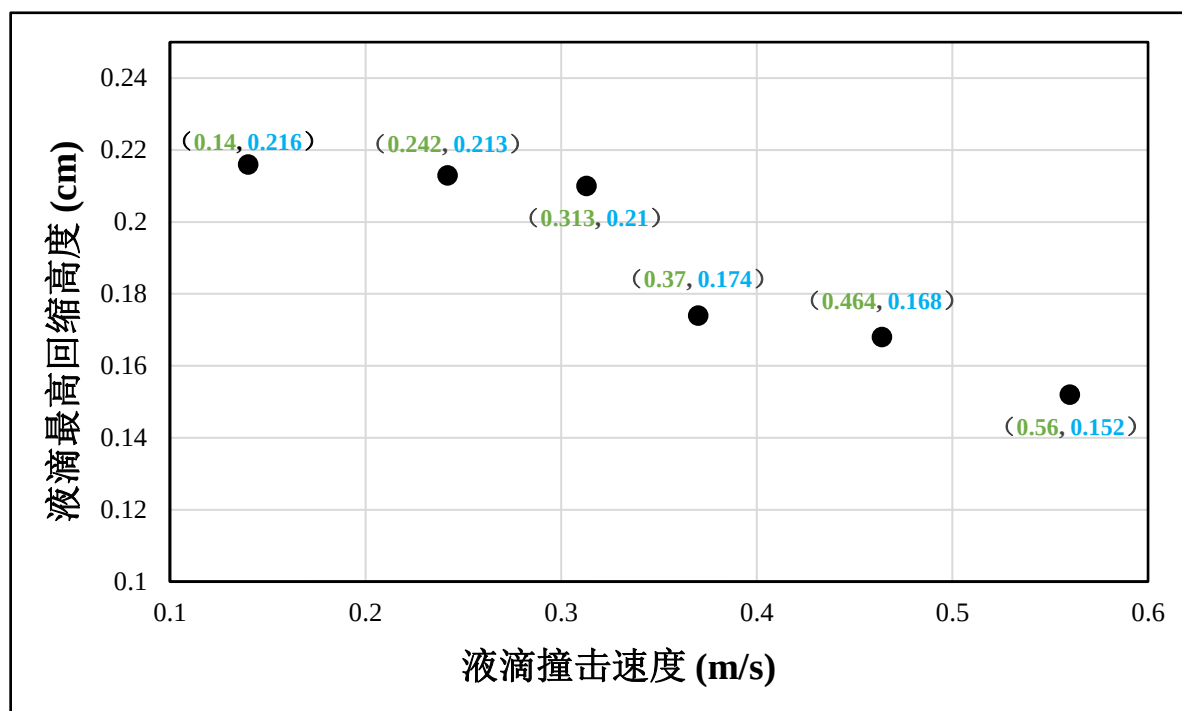


图 22 液滴最高回缩高度与液滴撞击速度间的关系

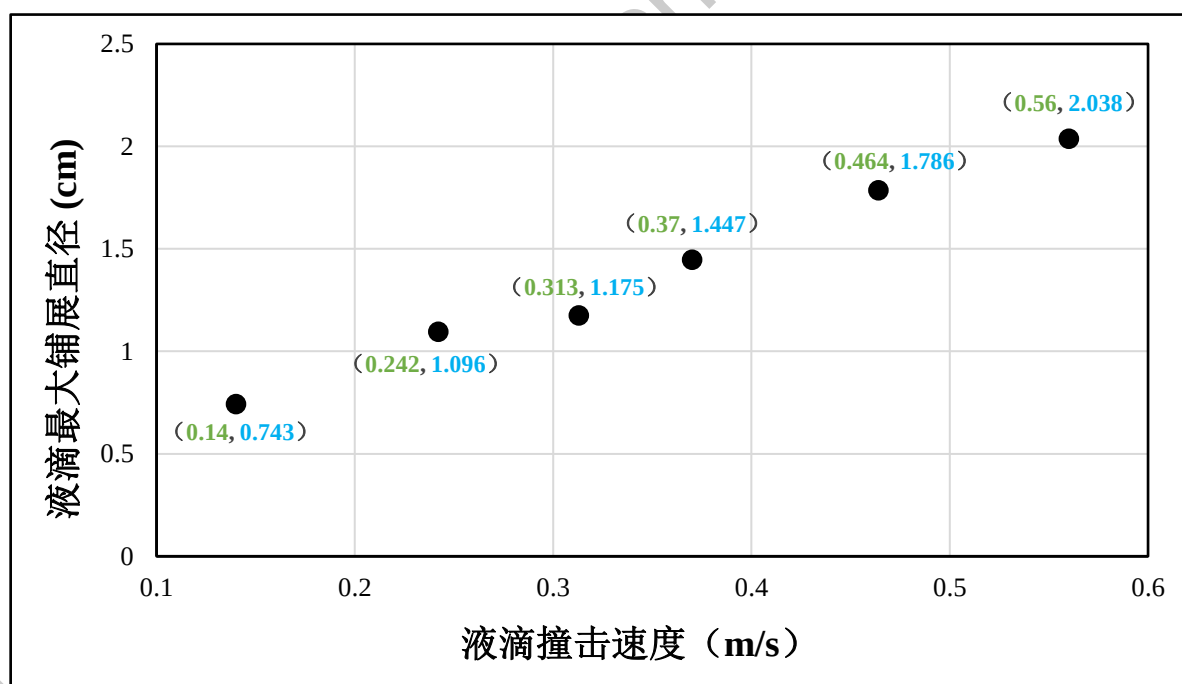


图 23 液滴最大铺展直径与液滴撞击速度间的关系

由图 22、23 可知，液滴下落高度越大，重力势能越多地转换为动能促使液滴铺展，同时液滴撞击的惯性速度增大，从而使液滴铺展直径更大，同时，表面能相

对液滴动能也就在减少，也就没有足够的能量促使液滴回缩，从而使液滴回缩高度减少，这与理论分析 2.1、2.3 相符。

2021 S.-T. Yau High School Science Award

## 4. 总结

本文基于黏性液滴撞击水平运动的刚性疏水表面的各种丰富动态行为展开了研究，简单运用边界层理论与能量守恒原理解释了液滴的行为变换原理，且对液滴进行动力学分析，推导出了部分参数间的定量关系，基于此，设计实验，改变液滴的下落高度、 $E$  面的运动速度，得到以下结论：

1: 液滴会与  $E$  面形成一层边界层，在  $E$  面运动速度  $0 \text{ m/s} \leq v \leq 0.149 \text{ m/s}$  时，边界层内黏性耗能与逆压梯度较大，加上液滴分子之间的表面张力作用，使得液滴无法铺展，只能悬浮在  $E$  面并轻微振荡，随着  $E$  面速度  $v$  增加至  $0.149 \text{ m/s} < v < 1.115 \text{ m/s}$ ，边界层内的流动会有由层流转向湍流的趋势(无法达到湍流，多处于过渡区段)，在转换的过程中，运动会逐渐呈现出无序性，漩涡力与表面张力抵消惯性力不断将液滴向上排挤，使得液滴更易反弹，从而出现部分反弹，当  $v = 1.115 \text{ m/s}$  时，液滴完全反弹，继续增加  $E$  面速度至  $1.115 \text{ m/s} < v < 1.607 \text{ m/s}$ ，边界层内外流体团间强烈的动量交换不断促使液滴向前铺展，在  $1.607 \text{ m/s} < v < 2.316 \text{ m/s}$  时液滴呈现被拉伸后反弹的行为，继续增加到  $v \geq 2.316 \text{ m/s}$ ，达到液滴内表面能的极限，使得液滴破碎成小液滴飞溅。具体液滴行为随  $E$  面速度增加的变化如表 4 所示。

2: 液滴与  $E$  面形成的夹角  $\theta$  满足:  $\theta = \arctan \frac{mg}{\mu A \frac{dE}{dt}}$ ，当液滴黏度系数  $\mu$  增加时， $\theta$  减小，从而液滴更容易悬浮在表面，与文献<sup>[3]</sup>实验结论吻合。

3: 增大液滴的释放高度，液滴的惯性撞击速度会随之增加，使得液滴的铺展直径增大，同时液滴的表面能不足以抵消增多的动能，使得液滴难以回缩，最高回缩高度减少。

表 4: 水平面以不同的速度运动时液滴的行为

|                                                |                      |
|------------------------------------------------|----------------------|
| $0 \text{ m/s} \leq v \leq 0.149 \text{ m/s}$  | 悬浮                   |
| $0.149 \text{ m/s} < v < 1.115 \text{ m/s}$    | 部分反弹                 |
| $v = 1.115 \text{ m/s}$                        | 完全反弹                 |
| $1.115 \text{ m/s} < v \leq 1.607 \text{ m/s}$ | 拉伸开铺展为液条(最大铺展直径不断增大) |
| $1.607 \text{ m/s} < v < 2.316 \text{ m/s}$    | 铺展为液条后反弹             |
| $2.316 \text{ m/s} \leq v$                     | 飞溅                   |



## 参考文献

[1] Lhuissier H , Tagawa Y , Tran T , et al. Levitation of a drop over a moving surface[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2013, 733.

[2]张亮.流体力学[M].哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社, 2001.

[3] ESawguchi, Matsuda A , Kai H , etal. Droplet levitation over a moving wall with a steady air film[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2019, 862:261-282

[4]孙志成. 液滴撞击运动常温和冷表面动力学特性研究[D]. 南京师范大学.

## 致谢

在此由衷感谢：

四川省温江中学对实验室、部分实验设备的提供。

干伟老师对实验装置的搭建、实验理论的指导、论文的撰写提供的帮助。

罗瑞阳同学在实验的过程中提供的帮助。

2021 S.-T. Yau High School Science Award

# 附录 1. 最大铺展直径与最高回缩高度的测量方法

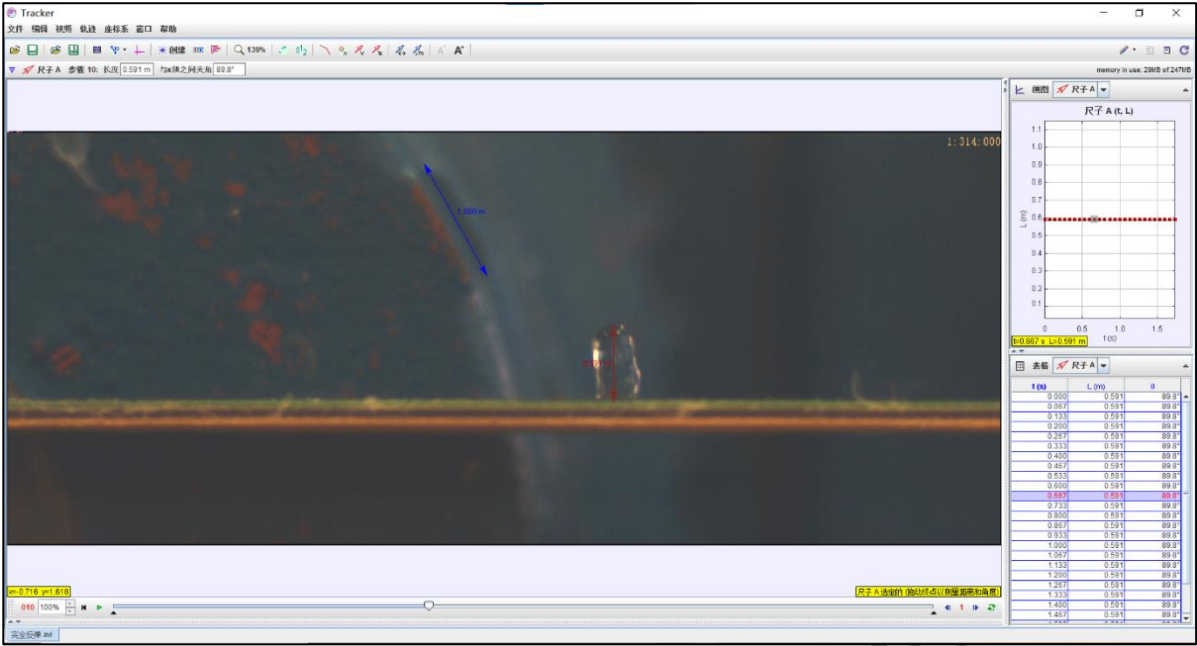


图 24 tracker 页面图

用 tracker 中的测量工具测量，图中蓝线为定标尺，红线为测量工具。

## 附录 2. $\theta$ 的推导过程

将 (7)、(8)、(9)、(10) 式相加并将 (11) 代入其中可以得到:

$$\begin{aligned}(\Delta F_1 + \Delta F_2)(\sin \theta + \cos \theta) \\ = (m_1 + m_2)g + f_E + (\tan \theta + 1)(m_1 a_{x_1} + m_2 a_{x_2})\end{aligned}\quad (12)$$

将  $(m_1 a_{x_1} + m_2 a_{x_2})$  替换为  $(\Delta F_1 \cos \theta + \Delta F_2 \cos \theta - f_E)$  得到:

$$\begin{aligned}(\Delta F_1 + \Delta F_2)(\sin \theta + \cos \theta) \\ = (m_1 + m_2)g + f_E + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + 1\right)(\Delta F_1 \cos \theta + \Delta F_2 \cos \theta - f_E) \\ = (m_1 + m_2)g + f_E + (\sin \theta + \cos \theta)\left(\Delta F_1 + \Delta F_2 - \frac{f_E}{\cos \theta}\right)\end{aligned}\quad (13)$$

在 (13) 式的两边同时除以  $(\Delta F_1 + \Delta F_2)$  得到:

$$\begin{aligned}\sin \theta + \cos \theta \\ = \frac{(m_1 + m_2)g + f_E}{\Delta F_1 + \Delta F_2} + (\sin \theta + \cos \theta) - \frac{(\sin \theta + \cos \theta)f_E}{(\Delta F_1 + \Delta F_2)\cos \theta}\end{aligned}\quad (14)$$

化简 (14) 式并将  $f_E = \mu A \frac{dE}{dt}$  代入其中得到最终表达式:

$$\theta = \arctan \frac{mg}{\mu A \frac{dE}{dt}}\quad (15)$$

附录 3. 电机传动频率与表面运动速度关系

表 5：电机转动频率与表面运动速度的关系

| 电机转动频率 (Hz) | 表面运动速度 (m/s) |
|-------------|--------------|
| 5           | 0.149        |
| 7.5         | 0.342        |
| 10          | 0.534        |
| 15          | 0.725        |
| 17.5        | 0.921        |
| 20          | 1.115        |
| 22.5        | 1.267        |
| 25          | 1.420        |
| 30          | 1.607        |
| 40          | 2.316        |

注：表中的表面运动速度测量方法为：水平录制传送带运动视频并导入 tracker 中打点获得多个速度点，并导入 excel 中求平均值，其中一次测量的界面操作图如图 25 所示：

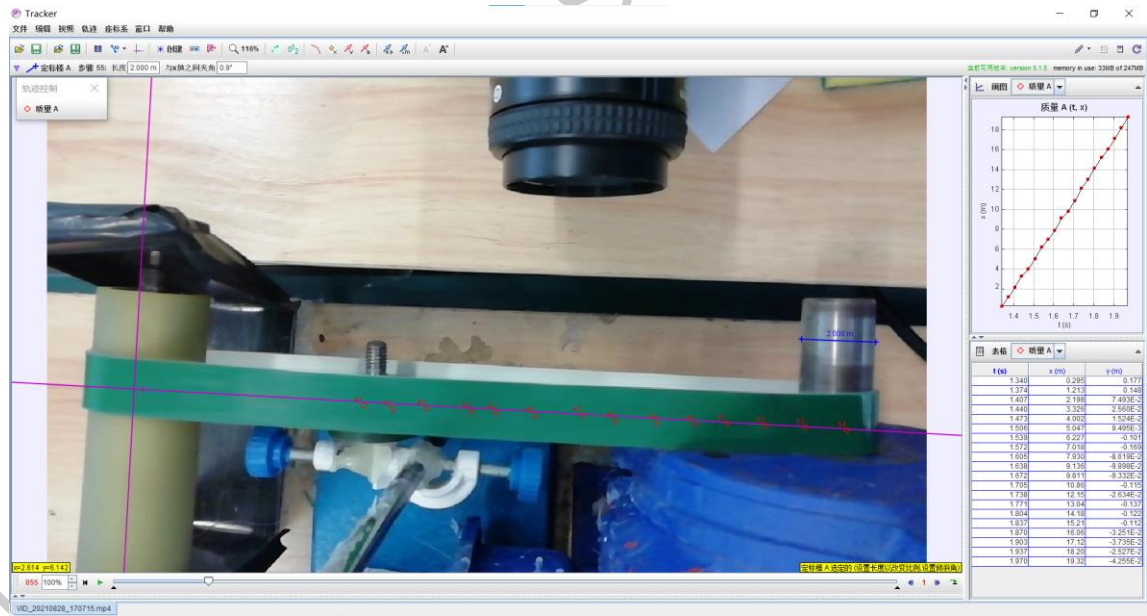


图 25 测量速度时的 tracker 页面

## 附录 4. 疏水表面的制备

将电机启动使其带动传送带匀速运动，同时将 EYKOSY 牌疏水喷雾相对地面静止，相对传送带反方向运动地喷涂疏水喷雾(即：使传送带匀速运动，而手持疏水喷雾静止喷涂，保证了喷涂的均匀)，如图 26 所示。

喷涂后等待 10 分钟使其干燥，用胶头滴管滴 1-2 滴水在表面，观察到静态接触角小于九十度，疏水表面即制作完成。

每次实验之前均进行上述过程保证表面的疏水性。



图 26 疏水表面的制备

## 实验地点及时间

在确定研究课题后，2020 年 8 月 1 日进行了预实验，分析预实验结果与不足，改进了实验装置，同时建立了理论模型，8 月 10 日到 2021 年 1 月期间不断对实验原理、过程等进行摸索，优化了实验装置与理论模型，于 2 月初正式进行了改变表面移动速度与液滴撞击高度的实验，将实验结果与理论进行比较分析，修正理论，同时不断补充实验，完善报告。2021 年 7 月 26 日完成全部研究工作，之后对论文进行了整体补充与修改。

实验地点在四川省温江中学实验楼二楼实验室。