

参赛队员姓名：刘意美，徐望，彭恩豪

中学：华南师范大学附属中学

省份：广东省

国家/地区：中华人民共和国

指导教师姓名：杨晓安，胡金平

指导教师单位：华南师范大学附属中学

论文题目：居里点相变热机的运动规律：
实验与理论研究

居里点相变热机的运动规律：实验与理论研究

摘要

对一块磁体加热，当磁体升温至某一特定温度（即居里温度）后，其磁性会急剧减小，而待该磁体冷却至该温度以下后，其磁性又恢复。利用磁体的铁磁相变进行热-功转换的特性，人们制造了居里点热机。居里点热机形态万千，机械运动方式复杂多样。由于其复杂运作机制，其机械运动部分和热力学部分的关系很难被完全量化，居里点热机的功率、效率问题也没有结合力学考虑进行过优化。本文试图在实验操作和理论推导的研究基础上，针对转动式垂直居里点热机和摆动式居里热机两种经典居里点热机的应用进行系统研究。对转动式垂直居里点热机的探究主要是不同温度条件和不同加热位置对热机转动速度和旋转情况的影响；对摆动式居里点热机的探究主要是其力学运动和热力学循环之间的普遍关系和磁铁强度等参数对其运动状态的影响，以及对其效率和功率等重要性能参数的分析。最后，我们在实验的基础上，利用热学、力学和磁学的理论分析，半定量的解释了实验中的观测现象，并分析热机可能的优化方式。本文对两类居里点热机进行的系统实验测试与理论分析，对后续关于居里点热机的研究具有启发作用。

关键词：居里点热机、铁磁相变、热功转换、热机动力学、热力学循环

目录

1	引言	4
2	居里点热机的搭建及测试	5
2.1	转动式垂直居里点热机	5
2.1.1	转动式垂直居里点热机的搭建	5
2.1.2	转动式垂直居里点热机的基本测试	6
2.1.3	在不同温度的条件下测量分析镍环转速	7
2.1.4	在不同加热位置的条件下测量镍环转速以及旋转情况	8
2.2	摆动式居里点热机	9
2.2.1	摆动式居里点热机的搭建	9
2.2.2	摆动式居里点热机的基本测试	10
2.2.3	摆动式居里点热机的运动规律及其对于加热位置等基本参数的依赖	12
3	居里点热机的性能研究	14
3.1	磁场强度与距离关系	14
3.1.1	实验仪器	14
3.1.2	实验过程与数据分析	14
3.2	有效阻力系数	15
3.3	效率与功率	16
4	理论分析	18
4.1	转动式居里点热机理论模型	18
4.2	摆动式居里点热机的动力学	22
4.3	热力学循环分析	25
5	总结与展望	28
	参考文献	29
	附录	31

1 引言

热机是热力学领域的重要研究对象，是能源转换过程及相关设备的核心器件，它起源于 18 世纪的工业革命前后。从诞生至今，在热力学的理论研究与实际能源应用领域均扮演着关键角色。在 18 世纪，蒸汽机的发明和改进推动了工业革命的发展。其中，著名的蒸汽机工程师瓦特（J. Watt）在蒸汽机的设计与效率方面有重要的贡献，他发明并应用蒸汽机的滑动阀机构来提高蒸汽机的稳定性；史蒂芬森（G. Stephenson）发展铁路机车，对交通运输的大范围高效扩展打下了重要基础[1,2]。除了重要的实际应用价值，他们的研究也一定程度推动了关于热力学循环理论的发展，为此后热力学的进一步发展打下了基础。在理论方面，1824 年，法国工程师卡诺发表了关于理想热机的著作，系统地分析了理想热机的工作原理[3]。他所引入的“卡诺循环”这一概念是经典热力学趋于完善的重要一环。19 世纪中期，热力学开始形成一个独立的科学领域，成为经典物理体系的重要分支。从第一次工业革命至今的 200 多年中，尽管有大量新兴科学技术的不断涌现，热机在现代工业和能源领域仍然具有不可取代的核心地位。它被广泛应用于各类发电厂、运输工具、航空航天以及国防领域。热机的研究不仅关乎能源利用的效率，也涉及到环境保护、节能减排等重大问题。随着现代科学技术的进步，尤其是计算机模拟和材料科学的发展，热机的设计和优化变得更加精确和高效。新型热机技术，如高效的蒸汽轮机、燃料电池、热泵等，正在不断涌现，为能源领域的可持续发展提供新的可能[4]。

在众多类型的热机当中，居里点热机是一种利用铁磁相变进行热-功转换的特殊器件，这种热机的设计利用了磁性材料的特性，当材料在特定温度点（称为居里点）上升时，会发生磁性相变，导致磁性性质发生变化，进而实现工作物质在磁场中的可逆热力学循环。这个过程使得磁性材料在循环中吸热和放热，从而实现热能转化为机械能的过程。皮埃尔·居里和玛丽·居里夫妇是 19 世纪末 20 世纪初最早研究磁性材料的科学家。他们研究了铁、镍等磁性材料在一定温度下的磁性行为，发现了磁性相变的现象，并于 1880 年提出了居里点的概念。这项发现在磁学领域有重大影响，但在当时如何对其进行具体应用尚不明确。随后，特斯拉、爱迪生等科学家发明出许多电磁热机并为此申请了专利[5,6]。在 20 世纪中叶，研究者们开始深入探索磁性材料的热学性质，包括磁性相变对热量的影响。1950 年代早期，前苏联科学家列昂尼德·克切夫斯基（L. Landau）构建了关于磁性材料相变的理论模型[7]。1994 年，霍尔（H. E. Hall）和赫克（J. R. Hook）描述了磁性材料的居里温度对热量的影响，解释了材料在居里温度附近的热学行为[8]。后来研究者们开始利用新的实验技术，如热容、磁化率等来研究磁性材料的热学性质。他们着重于探究材料在不同温度下的磁性相变，以及相变时伴随的热量变化。这些研究更科学地解释了磁性材料的性质和行为，对于理解居里点热机的原理以及其他能源转换和材料应用方面都具有重要意义。20 世纪后半叶，随着能源转换技术的发展，一些科学家开始提出理论模型，探索加热使温度在其居里点附近的磁性材料制造的热机的潜力[9]。这些模型基于热力学和磁性材料的特性，试图理解居里点热机的运行机制。

然而，虽然此前的研究对居里点热机原理与基本性能的分析较完善，但是一些类型居里点热机机械运动部分与热力学部分的关系未完全量化，居里点热机的功率、效

率问题也没有结合力学考虑进行优化。本研究以实验研究为主、理论研究为辅，对一类居里点热机进行系统研究，旨在对其力学运动与热力学循环间的关系进行详细描述，并基于此对其性能（功率、效率）进行讨论分析。本文的详细安排如下：在第二节中，我们首先分析两种居里点热机的构造并组织基本测试。在第三节中，我们对于摆动式居里点热机进行详细实验，并对其性能进行深入研究。在第四节中，我们基于实验，生成居里点热机运动理论模型，并对其求解得到对相关运动现象的规律分析。

2 居里点热机的搭建及测试

本节主要介绍了两种居里点热机的搭建以及实验，定性分析了垂直居里点热机的运动规律及其对于加热位置和火焰温度这些基本参数的依赖，半定量分析了摆动式居里点热机运动规律及其对于磁场强度等基本参数的依赖。

2.1 转动式垂直居里点热机

2.1.1 转动式垂直居里点热机的搭建

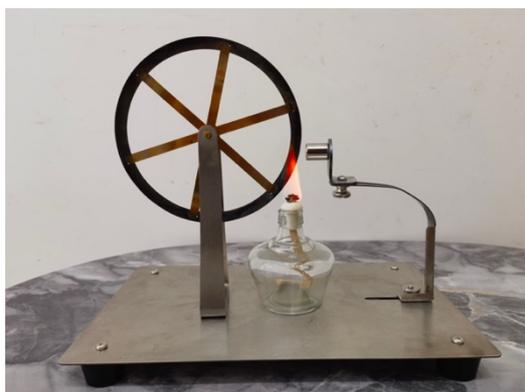


图 1a 转动式垂直居里点热机使用酒精灯时的实物图

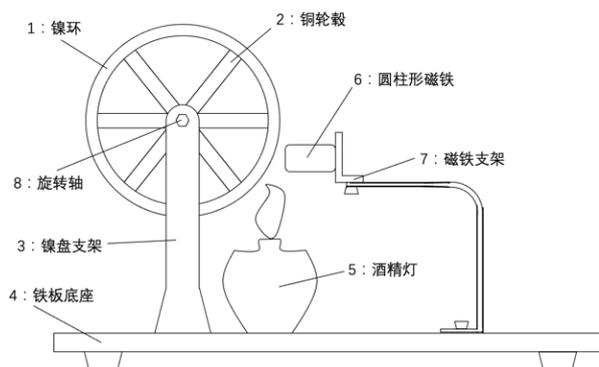


图 1b 转动式垂直居里点热机使用酒精灯时的示意图

如图 1a 和图 1b 所示，使用酒精灯加热转动式垂直居里点热机时的实验仪器包括：酒精灯以及无水乙醇用于加热镍环。点火枪用于点燃酒精灯；镍环支架与磁铁支架通过螺丝以及螺母固定在铁板底座上，磁铁支架用于支持磁铁至特定高度与角度，镍环支架上放置旋转轴便于镍环旋转，旋转轴连接铜轮毂，铜轮毂外围连接镍环，起到支撑作用；镍环在实验中被加热，其磁化强度被改变，磁铁吸引镍环产生可视化旋转。实验中使用高斯计测量以确保磁铁磁场强度没有明显变化。



图 2a 转动式垂直居里点热机使用酒精喷灯时的实物图

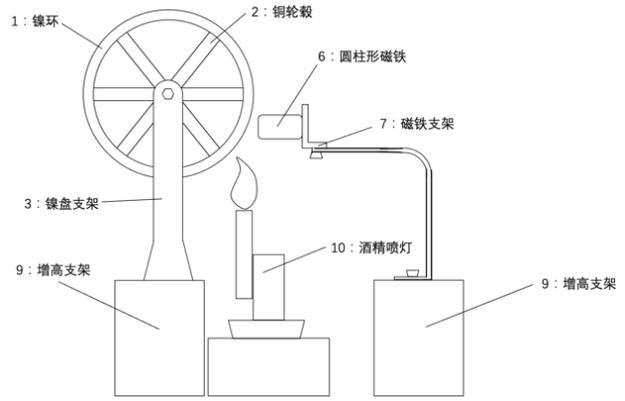


图 2b 转动式垂直居里点热机使用酒精喷灯时的示意图

如图 2a 和图 2b 所示，使用酒精喷灯加热转动式垂直居里点热机时，将先前图 1a 和图 1b 所示仪器中的铁板底座换下，分别在镍环支架和磁铁支架下方安装两个增高支架方便酒精喷灯的更高的火焰进行加热。热电偶测温仪连接 k 型表面热电偶用于测量镍环表面温度。

2.1.2 转动式垂直居里点热机的基本测试

在进行酒精灯的实验时，如图安装好居里点热机实验装置，用点火枪点燃酒精灯，将点燃的酒精灯放入镍环和磁铁中间，确保酒精灯火焰接触到镍环并且不接触磁铁。在此条件下，将 k 型固体表面热电偶探头贴至镍环上，并且左右移动酒精灯，调整酒精灯位置直到镍环出现旋转，若镍环在多次酒精灯加热位置调整下仍无法旋转，则将磁铁位置调至更接近镍环，以及上下调整磁铁高度，直到镍环能够稳定旋转。

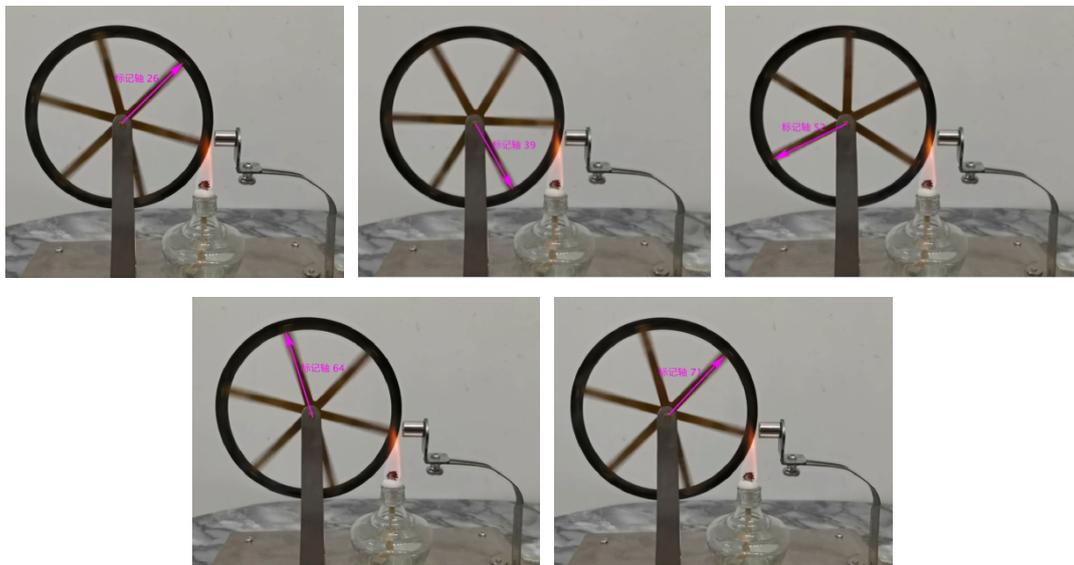


图 3 使用酒精灯稳定旋转时一个周期内的关键帧截图（图中标记轴为同一轴）

在进行酒精喷灯的实验时，将镍环支架与磁铁支架一同从铁板底座上拆下，分别安装至两个增高支架上，用点火枪点燃酒精喷灯预热，待酒精喷灯出现稳定火焰时将两个支架（带增高支架）放置在酒精喷灯两侧，确保两个支架相对位置与其安装在铁

板底座时保持一致，确保酒精喷灯火焰接触到镍环并且不接触磁铁。在此条件下，将 k 型固体表面热电偶探头贴至镍环上，因为酒精喷灯移动过于危险，则不断左右微调镍环支架的位置直到镍环出现稳定旋转。若镍环在多次镍环支架位置调整下仍无法旋转，则将磁铁位置调至更接近镍环，以及上下调整磁铁高度，直到镍环能够稳定旋转。

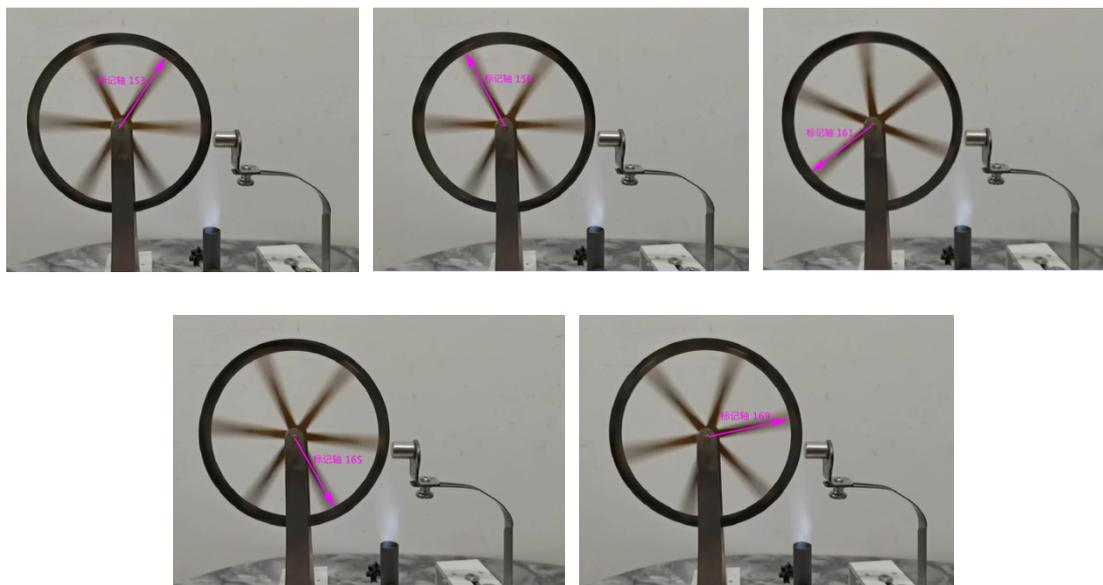


图 4 使用酒精喷灯稳定旋转时一个周期内的关键帧截图（图中标记轴为同一轴）

2.1.3 在不同温度的条件下测量分析镍环转速

将居里点热机实验装置安装好，正确连接热电偶测温仪器和 k 型固体表面网状热电偶，组装好两个增高支架后进行以下实验：

- 1, 将高斯计垂直放置于磁铁右侧约两毫米处测量其磁场强度，用打火枪点燃酒精灯，将酒精灯移动至镍环下方靠近磁铁的一侧，调整酒精灯位置使得镍环开始旋转，同时避免酒精灯火焰直接接触磁铁。使用 k 型固体表面网状热电偶的触头接触酒精灯外焰对镍环的加热处进行温度测量。待镍环稳定旋转时拍摄视频，分析其旋转角速度。
- 2, 将酒精灯熄灭，再次使用高斯计，将其垂直放置于磁铁右侧约两毫米处测量其磁场强度，对比确保磁场强度无明显变化。将镍环从支架上取下，拆卸分离铁板底座与磁铁支架和镍环支架，将磁铁支架和镍环支架分别安装到两个增高支架中部，安装镍环，成功点燃酒精喷灯后将两个支架正对置于酒精喷灯两侧，调整磁铁支架，镍环支架，使得镍环开始旋转，保证加热点，磁铁，镍环的相对位置与上一步实验时一致，待镍环稳定旋转时拍摄视频，分析旋转角速度。

使用 tracker 分析不同温度下稳定旋转的视频，得到镍环旋转角度与时间的关系，计算出两个温度下旋转的角速度，实验得到的数据如下：

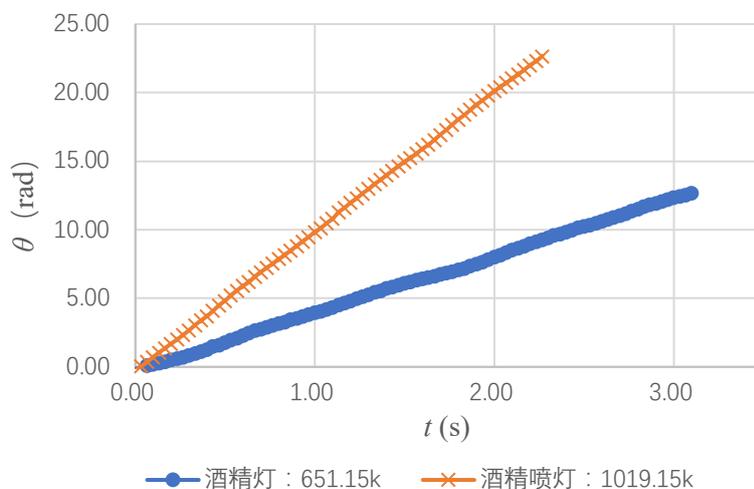


图 5 不同加热温度下镍环旋转角度随时间改变的图像

实验中测得酒精灯平均温度 651.15 开尔文，在酒精灯加热的条件下镍环的旋转角速度平均值为 4.13 rad/s，第二组实验中，测得酒精喷灯平均温度为 1019.15 开尔文，旋转角速度平均值为 10.12 rad/s。由图 5 可得出，在加热温度由 651.15 开尔文至 1019.15 开尔文增加的情况下，平均转速变大 (4.13rad/s—10.12rad/s)，可见在特定温度范围内，高温热源温度越高，居里点热机旋转速度越快。从热力学的角度分析，高温热源温度越高，居里热机感受到的高低温热源温差越大，由此体系理论效率越高，因而单位时间可以由更多的输出功，使得热机的转速变快。这组实验，直观的展示了通过提高热源温度来实现系统输出功率的增加。此外，对比酒精灯与酒精喷灯数据点分布的均匀程度，可以看出，蓝色点相比于橘色点均匀性更差，旋转稳定性更差，这是由于酒精灯的热源稳定性不够强，由此可以得出热学决定力学性能，热源稳定性越差，机械运动稳定性越差。

2.1.4 在不同加热位置的条件下测量镍环转速以及旋转情况

将居里点热机实验装置安装好后，按以下步骤进行实验：

- 1，将高斯计垂直放置于磁铁右侧约两毫米处测量其磁场强度，用打火枪点燃酒精灯，将酒精灯移动至镍环下方靠近磁铁的一侧，反复调整酒精灯位置并且拍摄视频。
- 2，使用 tracker 分析不同磁铁与火焰夹角下镍环旋转的视频，得到镍环旋转角度与时间的关系，计算出三个加热位置下旋转的角速度。

实验过程中，在加热角度，即磁铁与火焰的夹角为 0.54rad 时，出现了转速不稳定现象，相较于 1.1.3 实验中出现的稳定旋转，此次试验仅改变了加热位置，可能是因为磁铁距离火焰位置过远，难以保持磁铁的磁场完全平行于镍环，再加上镍环表面因为过薄而难以在反复加热的条件下难以维持平整，导致受力不均，旋转不稳定。

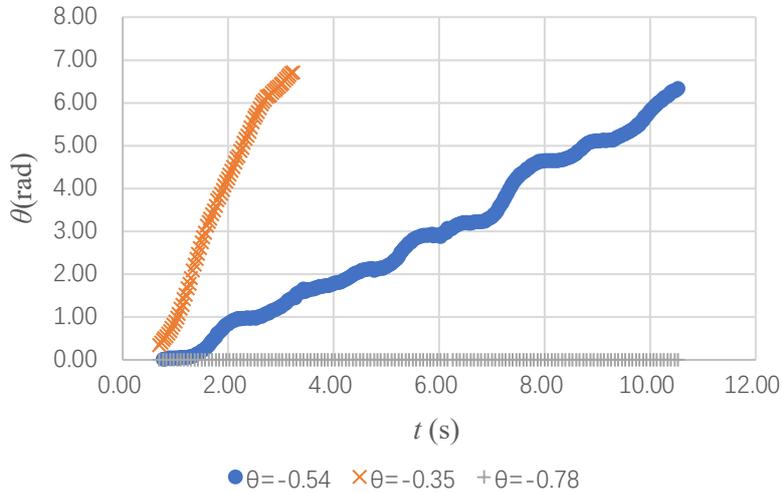


图 6 不同加热角度下镍环旋转角度随时间变化的图像

实验中测得在加热角度为 0.54rad 时镍环平均旋转角速度为 0.65rad/s ，在加热角度为 0.35rad 时平均旋转角速度为 2.51rad/s ，在加热角度为 0.78rad 时镍环停止旋转。在加热角度逐渐变大的情况下，平均旋转角速度逐渐变小，由此可见在特定的角度范围内，火焰加热位置与磁铁夹角越小，居里点热机旋转速度越快，旋转稳定性越高。从磁学角度分析，距离磁铁的距离越远，磁铁场强越小，会导致镍环受到的磁力过小，因此镍环会减速旋转甚至停止旋转。

2.2 摆动式居里点热机

2.2.1 摆动式居里点热机的搭建

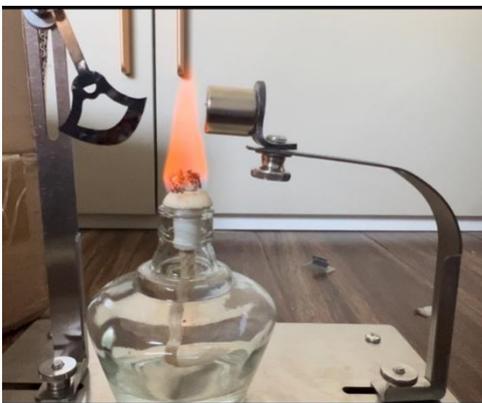


图 7a 摆动式居里点热机实物图

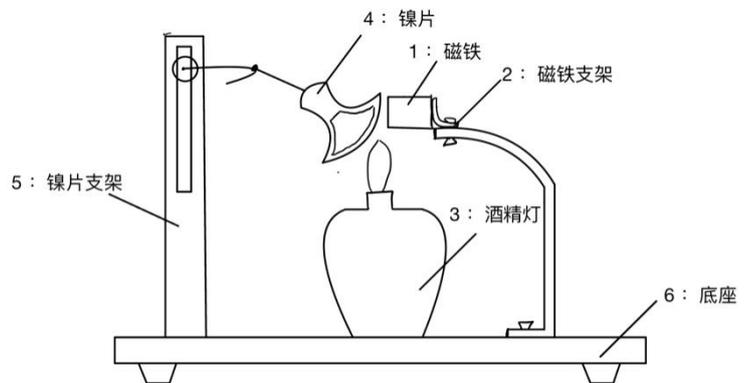


图 7b 摆动式居里点热机示意图

实验中镍片和磁铁分别使用支架固定。酒精灯起加热作用，磁铁提供磁场并对镍片起吸引作用，支架起固定作用，胶布及订书钉作为配重。镍片作为被观测对象，由于酒精灯的加热，磁化强度被改变，在磁铁的吸引下持续摆动。

2.2.2 摆动式居里点热机的基本测试

对于摆动式居里点热机，我们先用高精度电子秤测出镍片摆锤的质量为 1.6g。随后如图所示将装置组装好，并确保当镍片摆锤处于竖直状态并静止时仍能被磁铁吸引至初始状态（及最靠近磁铁的位置）并保持稳定。点燃酒精灯，随着镍片温度不断靠近镍的居里点温度，镍片逐渐失去磁性向下摆动直至离开酒精灯的加热范围。离开酒精灯后镍片温度下降，磁化强度增强，从而再次被磁铁吸引做逆时针运动并再次被加热。如此循环往复，镍片不停摆动从而将热能转化为机械能。

为了验证摆动式居里点热机的稳定性是否符合定量实验的要求，我们将以弱磁铁无配重的情况为基准，先增加磁铁强度以增加磁铁对镍片的控制力，再增加配重以减小空气阻力对其摆动稳定性的影响。

测试在镍片上加配重并使用强磁铁时，将 1/3 枚订书钉（大概长 0.7cm）用胶布粘在镍片远离火焰的区域以避免胶布被高温融化。测出胶布和订书钉总质量约为 1.7g。

以下实物图为在不同实验条件下居里点摆动式热机的镍片摆锤达到振幅位置的截图。观察两张图片镍片摆锤位置的距离可以简单判断其摆动幅度的差异以及镍片与磁铁和火焰的相对位置：

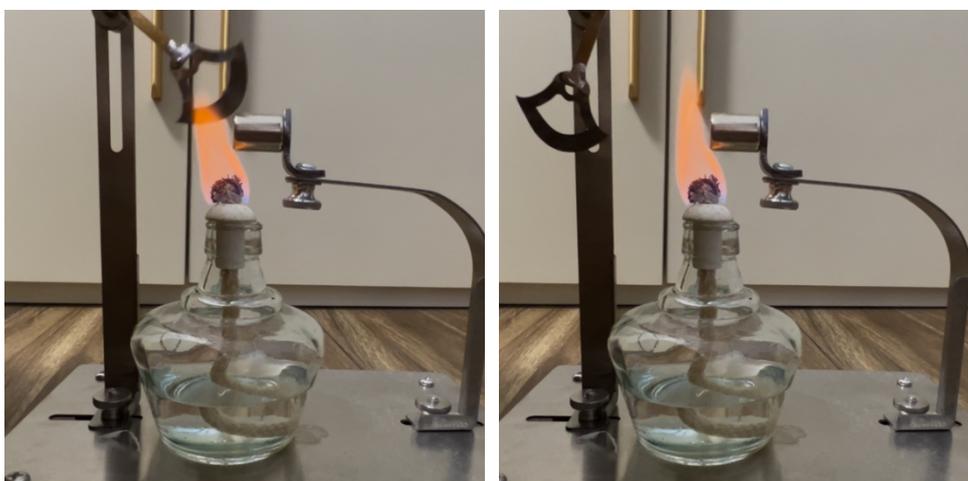


图 8 在弱磁铁无配重的情况下，镍片摆动的最高点及最低点实物图

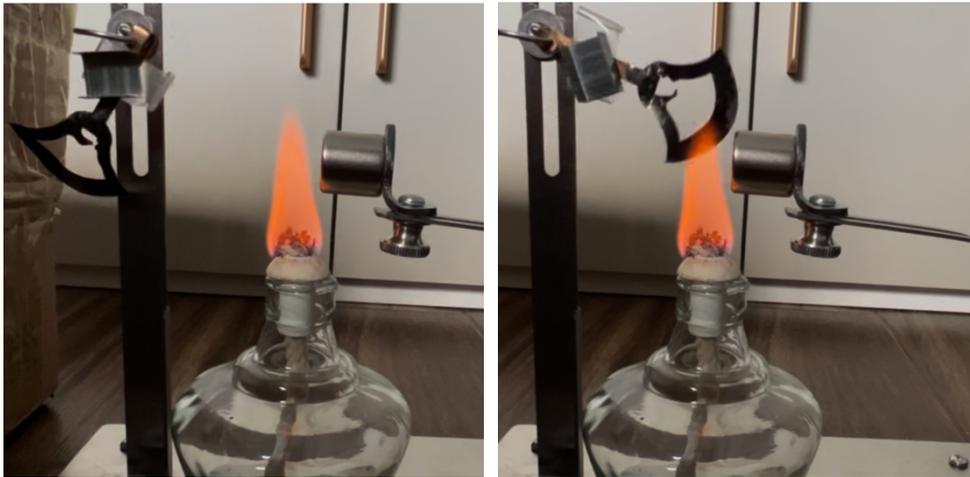


图 9 在强磁铁有配重的情况下，镍片摆动的最高点及最低点实物图



图 10 在强磁铁无配重的情况下，镍片摆动的最高点及最低点实物图

为了使镍片能够持续稳定摆动，磁铁和镍片的相对位置以及酒精灯加热的位置需要不断调整。调试过程中发现，当磁铁位于较低位置且距离镍片较近时，镍片摆锤初始位置和竖直方向成 0.87rad 左右的较小角。同时火焰靠近磁铁以提供足够的空间给镍片散热，此时镍片摆动最为稳定。在调整好加热角度后，三种情况下的热机都能持续稳定摆动，但强磁铁有配重情况只能保持稳定摆动较短时间，无法得到全面较小误差的数据。受垂直居里点热机的启发，我们试图调整火焰位置和温度以得到更多实验数据。但由于热机稳定摆动对于这两种参数的要求极为苛刻，调整两个参数得到的实验结果无法为量化分析提供准确性。

实验过程中发现，虽然将火焰靠近磁铁有助于镍片的稳定摆动，但过长时间高温灼烧会使磁铁失去一部分磁性使镍片难以稳定摆动，同时还会影响对比实验的准确性。所以在实验中要尽量避免酒精灯火焰与磁铁长时接触。

以上讨论主要是为了验证摆动式居里点热机是否足够稳定，提升后续实验的数据准确性以及增加实验成功率，也就是得到平滑稳定摆动图像的概率。下面将分析摆锤自由摆动的图像。

把上述实验装置中的磁铁和酒精灯卸下，将摆锤从一定高度静止释放使其自由摆动。利用 tracker 分析其摆动过程得到图 11 角度-时间图像及周期分析（均取竖直向下方向为零度角）：

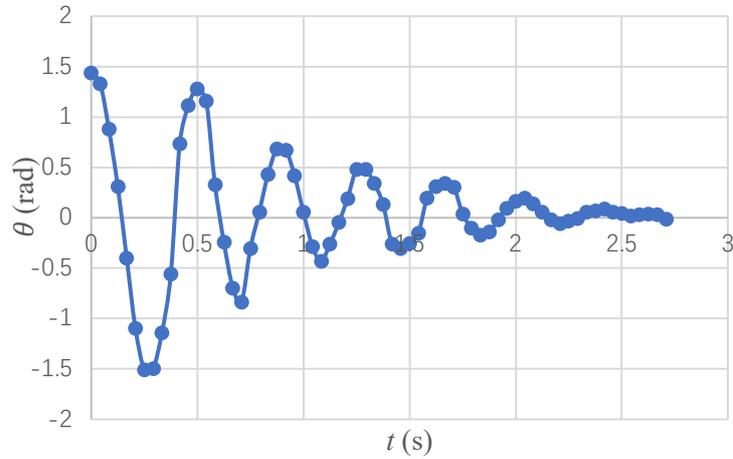


图 11 自由摆动时角度和时间的关系

由图 11 可以看出，由于体系存在机械摩擦力、空气阻尼等阻力，镍片摆锤振荡幅度随时间增长逐渐减小直至停止，呈下降趋势。图 11 的数据将会在后文应用于摆动热机阻尼系数和功率的计算测量。

2.2.3 摆动式居里点热机的运动规律及其对于加热位置等基本参数的依赖

本节将分析镍片摆锤在不同实验条件下摆动角度随时间变化的图像，通过图像量化具体分析其周期和摆动幅度的规律。

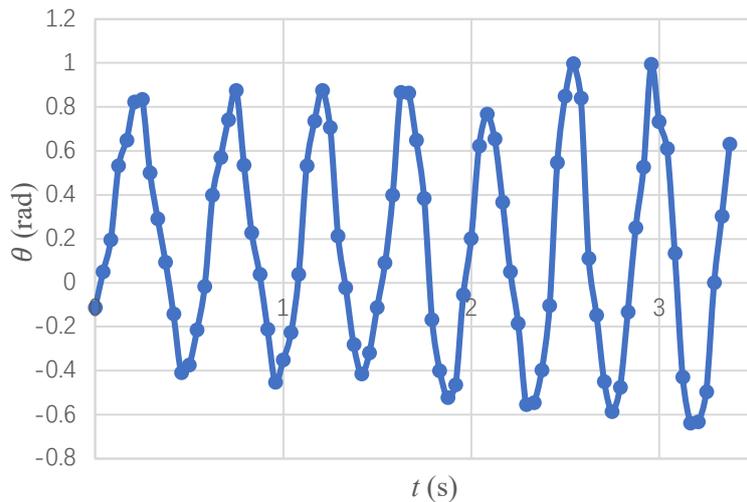


图 12 弱磁作用下角度和时间的关系

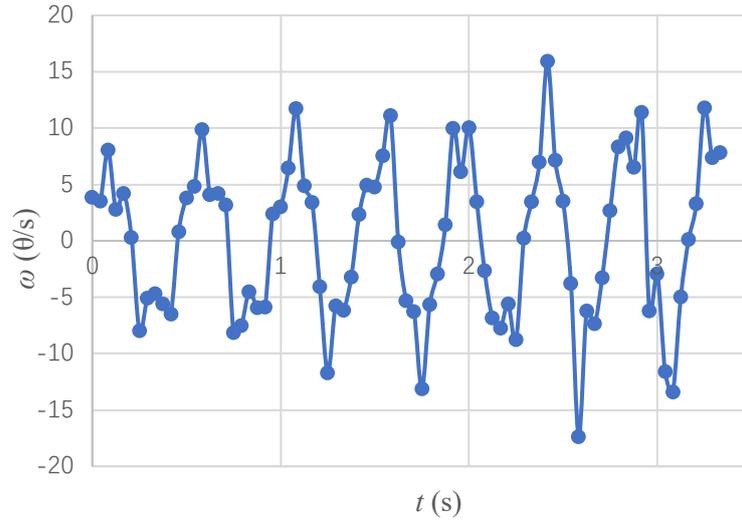


图 13 弱磁铁作用下角速度与时间的关系

在弱磁铁的情况（情况一）下，由上图可以得到镍片摆锤可以稳定在较大区间（ -0.52rad — 0.87rad ）内摆动，平均周期为 0.415s ，周期方差为 0.00348 。其图像各个数据点的分布以及振幅变化幅度较为接近单摆理想摆动时的运动图像，但如图所示图像下方的振幅要小于上方的振幅，这一点将会在后文理论分析中详细讨论。

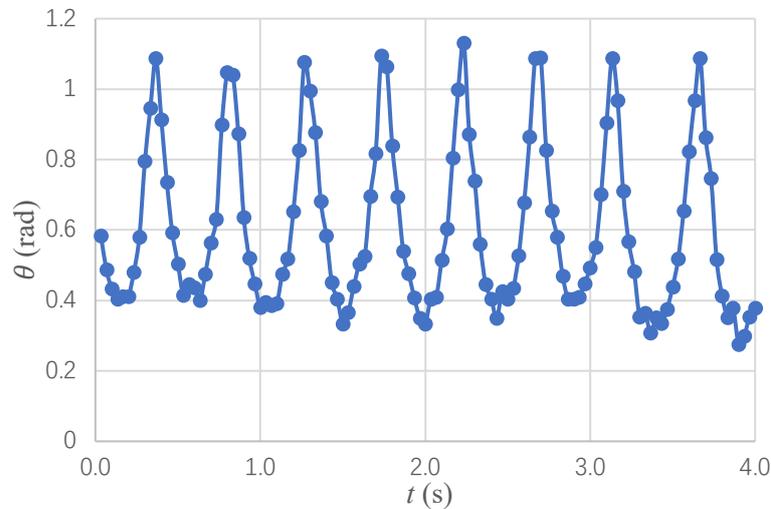


图 14 强磁铁作用下角度和时间关系

在强磁铁的情况（情况二）下，由上图可以得到镍片摆锤稳定地在较小角度区间（ 0.33rad — 1.07rad ）内摆动。观察得知此情况的图像下方数据点的分布较为密集，这一现象会在后文进行详细讨论。摆锤摆动平均周期为 0.464 秒，周期方差为 0.00042 ，由此可以得出摆锤在强磁铁的情况相较于其在弱磁铁的情况摆动周期更长更稳定。

3 居里点热机的性能研究

在本节中，我们将通过实验得到磁场强度和距离的关系及其变化趋势，并通过镍片单摆振幅和时间的数据在 MATLAB 中拟合出振幅和时间的函数从而得到有效阻尼系数的具体数值，为居里点性能的进一步分析提供实验数据。

3.1 磁场强度与距离关系

3.1.1 实验仪器

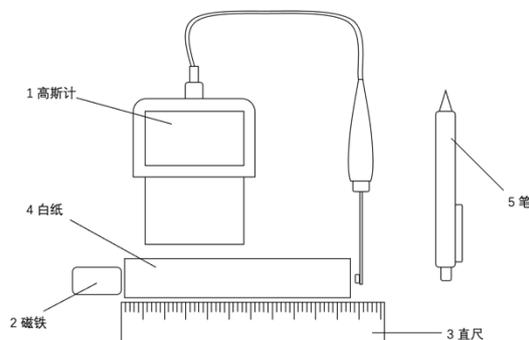


图 15a 磁场与距离关系试验仪器实物图 图 16b 磁场与距离关系试验仪器示意图

实验仪器包括高斯计，用于测量与磁铁不同相对位置处磁铁的磁场强度；圆柱形磁铁，用于提供磁场进行测量；笔，用于在纸上提前标记好用直尺测量出的不同测量点的位置，以便于高斯计的摆放与测量。

3.1.2 实验过程与数据分析

用笔在纸上标记出磁铁摆放位置和各个测量点位置，并用直尺测量出各个测量点相对磁铁的距离。将磁铁放置在磁铁标记处，将高斯计探针垂直于磁铁磁场方向放在各个测量点，记录各点的距离以及磁场强度数据于表格中。通过实验数据并进行函数拟合，可以得出磁场强度与距离磁铁的距离的平方成反比例关系。

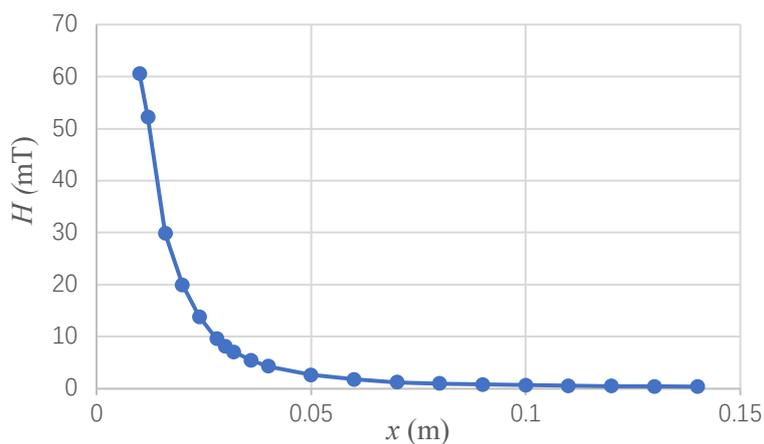


图 16 磁体磁场强度与距离的关系

3.2 有效阻力系数

在 tracker 中通过分析镍片摆锤的自由摆动，得出其位移绝对值与时间的关系，其中摆锤只受重力自由下垂时的位置为位移零点，并在 excel 中得到图 17：

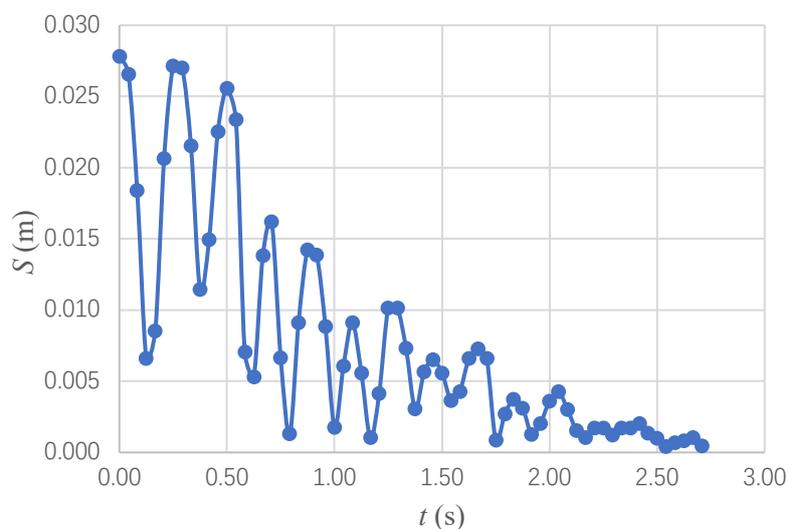


图 17 摆锤位移 s 与时间 t 的关系

取定义域为 $0 < t < 2.083$ 函数的极大值（即摆动幅度）坐标得到：

t(s)	0.00	0.25	0.50	0.71	0.88	1.080	1.30	1.50	1.66	1.87	2.04
A(m*10 ⁻²)	2.78	2.71	2.56	1.62	1.42	0.91	1.02	0.55	0.72	0.31	0.42

将这组数据导入 MATLAB，考虑在阻尼与摆角速度呈线性关系的假设下，我们有振幅对时间的依赖满足

$$A(t) = A_0 e^{-bt} \quad (1)$$

其中 A_0 为初始摆动幅度（即 0.2783m）， b 为阻尼常量， t 为时间。这里我们已经将机械摩擦和空气阻尼都考虑在内了。以这条函数和上述数据为基础拟合出一条曲线（图 19）：

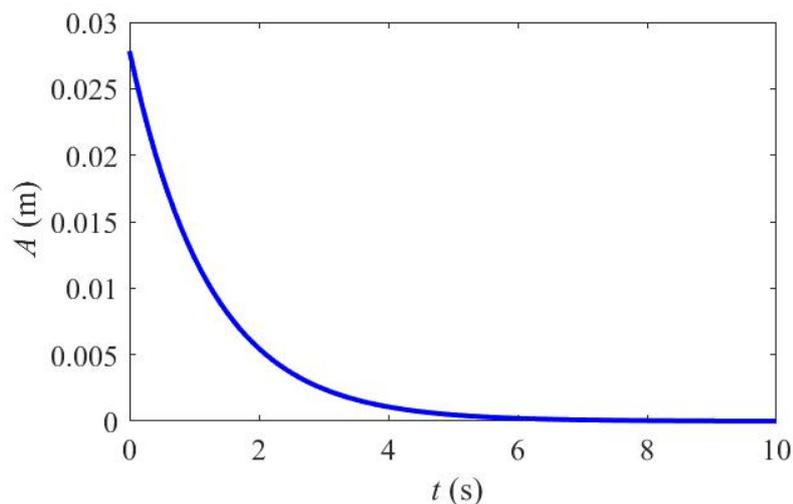


图 18 摆动幅度和时间的拟合关系图

通过 MATLAB 的计算得到 b （即阻尼常量）的值为 0.814。而由于阻尼系数和阻尼常量之间有这样的关系：

$$b = \frac{\gamma}{2m} \quad (2)$$

其中 m 为镍片摆锤的质量，可以求得此阻尼系数 γ 的值为 0.0026。这会直接用于后续关于热机功率的计算中。

3.3 效率与功率

在热机的工作循环中，物质先是从高温热源中吸收热量，再对外界做功，最后经过低温热源并放热。为了在理论上研究热机的功率，卡诺提出了一种理想具有最高效率的热机，这种热机的效率就是所谓的卡诺效率[10]：

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (3)$$

其中 T_2 是低温热源的温度， T_1 是高温热源的温度。在本次实验中， T_2 指的是室温（299K）， T_1 指的是酒精灯温度（646K）。由此便可以得出此次实验居里点热机的理想效率也就是理论上的最高效率为 54.05%。

然而在实际实验中，由于热源温度不稳定等因素，实际的得到的机械效率可能会一定程度降低。下面将通过分析实验数据结合上文得到的阻尼系数求取实际热机的效率。

我们分析上述两种情况的实验数据。将它们的视频通过 tracker 进行运动学分析，得到角速度和时间对应的一组数据。在自由摆动的情况下，镍片摆锤会在摩擦力，空气阻力等阻力的作用下逐渐停止摆动。而酒精灯作为热源，对居里点热机做功以抵消阻力对摆锤做的负功。故当热机做功功率等于阻力做功功率时，镍片摆锤可以持续稳定摆动。阻力力矩和摆锤角速度的乘积即为阻力做功功率，又因为阻力做功功率等于热机做功功率，可以得到热机功率公式：

$$P = \omega^2 \gamma \quad (4)$$

简便起见，从 1.2.3 实验观察得知摆动过程可以近似为一个简谐振动，因此有：

$$\theta \cong \theta_0 \sin(\Omega t) \quad (5)$$

由此，摆动角速度即为：

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \theta_0 \Omega \cos(\Omega t) \quad (6)$$

最终，可得热力学循环的输出功率为：

$$P = \frac{\gamma(\theta_0 \Omega)^2 [1 + \cos(2\Omega t)]}{2} \quad (7)$$

即热机的瞬时功率是以摆动频率的 2 倍为频率周期变化的。在一个周期内，热机的平均功率为：

$$\bar{P} \equiv \int_0^{2\pi/\Omega} P dt = \pi \gamma \theta_0^2 \Omega \quad (8)$$

与系统的运动频率、振幅的二次方成正比。上式给出了基于简谐近似的系统平均功率对各运动参数的依赖。在实际实验中，摆的运动并非严格的简谐振动，实际功率直接用 (2) 式的结果结合对摆动角速度的直接测量即可得到。将数据带入 (6) 式可以得到强磁铁情况下热机的平均功率为 0.108W，弱磁铁情况下平均功率为 0.065W。实际功率与时间变化关系如图所示：

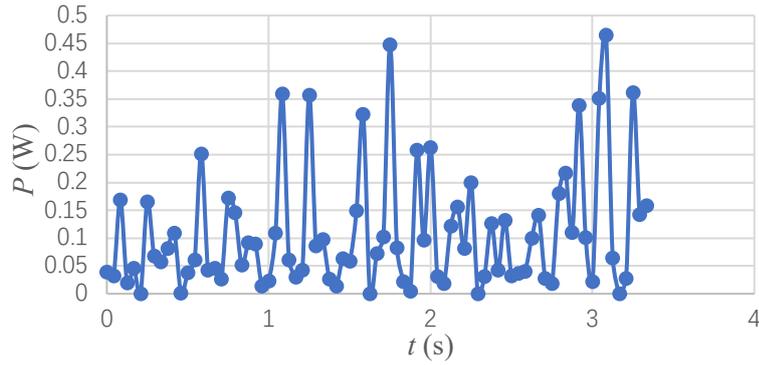


图 19 情况一热机实际功率和时间的关系

根据牛顿冷却定律，热流的大小与酒精灯和镍片的温度差成正比，其公式为：

$$\phi = Ah\Delta t \quad (9)$$

其中 A 为传热面积，h 为物质的对流传热系数， Δt 是酒精灯和镍片的温度差。实验中粗略估计酒精灯火焰和镍片的接触面积为 0.0001m^2 ；使用红外温度枪测得镍片被加热时温度为 243.7°C ，故镍片和酒精灯的温差为 129.3°C ；查阅文献得知镍片在接触 373°C 热源时传热系数为 $50\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [11]。故求得热流大小为 0.647J/s 。

而热机的效率和可以看成热机机械功率和酒精灯传递能量给镍片的功率的比值。由上述得到的数据可以求得摆动式居里点热机在强磁铁情况下的实际机械效率为 16.71%，在强磁铁情况下的实际功率仅有 10%。相较于理想效率均有较大差距，可能是酒精灯火焰不稳定等因素导致的。

4 理论分析

在本节中，我们利用热学、力学和磁学的理论分析，求解并分析垂直转动式居里点热机效率模型和摆动式居里点热机的温度和磁化强度变化规律。

4.1 转动式居里点热机理论模型

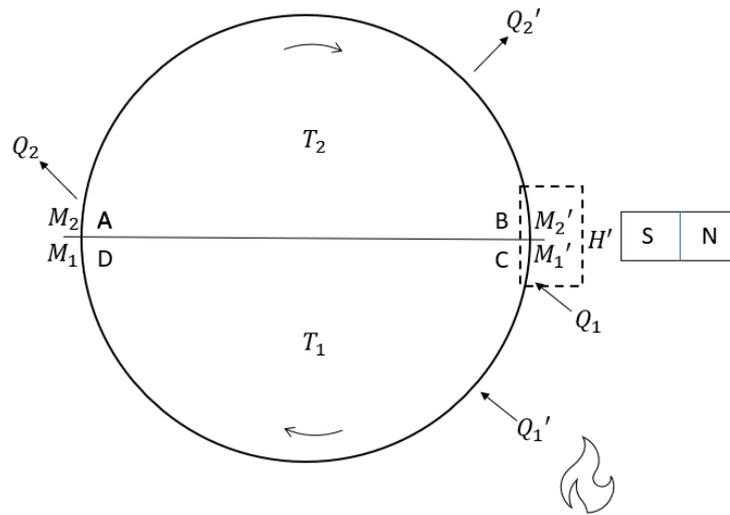


图 20 转动式居里点热机模型简化模型

将实验中垂直转动式居里点热机模型简化成如图 20 所示。如图 22，图中圆形主体代表转动式居里点中的转子，转子右侧是磁铁，负责提供磁场。在磁铁左侧下方，转子右侧下方是酒精灯，即热源，负责加热转子。用酒精灯实验时，转子沿 ABCD 顺时针方向旋转。理论上转子会经历升温 and 降温两个阶段，但是由于实验中转子较小，温度变化过程不明显，非常难探究，因此不妨假设酒精灯处在的转子下侧温度均为高温 T_1 ，而远离酒精灯的转子上侧温度为低温 T_2 。设如图在 BC 虚线方框区域转子处于外部磁铁磁场中，场强为 H' ，而在 AD 端转子不受到磁场作用。设转子在 A 点磁化强度为 M_2 ，B 点时的磁化强度为 M_2' ，C 点磁化强度为 M_1' ，D 点磁化强度为 M_1 。设固体材料中的顺磁性仅由电子自旋引起，则该材料的磁化曲线可以用布里渊函数[12]表示。

$$\frac{M}{M_0} = \tanh \frac{\mu' H}{kT} \quad (10)$$

其中 M 是磁化强度， M_0 是在绝对零度下的磁化强度， μ' 为单原子磁矩， H 为磁场提供的场强， k 是玻尔兹曼常数， T 是温度。根据该公式，可以绘制出材料的磁化曲线，如图 21 所示。

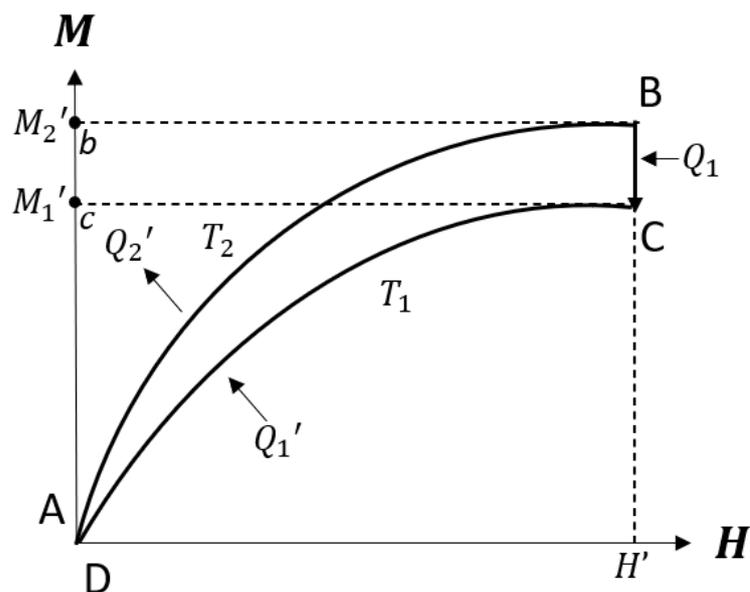


图 21 使用酒精灯时的 H-M 循环图

当转子从 A 转到 B 时，其受到的磁场场强从 0 变成 H' ，转子磁化强度从 0 增加至 M_2' 。由公式 (11) [13]

$$E = HM \quad (11)$$

可得当转子从 A 转到 B 时需要获得的能量为 $\int_0^{M_2'} HdM$ ，对应图中曲线 AB 与纵轴之间的面积。在恒温 T_2 的顺磁情况下，相同大小的热能 Q_2' 将从材料中排出。当转子从 A 处的零磁场进入 B 处的磁场 H' ，磁势能从 0 变为 $-H'M_2$ 磁力势能的下降。磁力势能的下降是由于转子旋转过程中做了正机械功，机械功等于 $\int_0^{H'} MdH$ ，用曲线 AB 和横轴 H' 之间的面积表示，同时排出的热量 Q_2' 也造成了磁力势能的下降。

在转子从 B 转到 C 时，在磁场 H' 的作用下，其温度从 T_2 升至 T_1 ，对应磁化强度从 M_2' 减小到 M_1' ，磁势能从 $-H'M_2'$ 变为 $-H'M_1'$ ，增加了 $H'(M_2' - M_1')$ ，如图 21 中的 BCcb 区域所示。对应地，在此过程中转子吸收了热量 $Q_1 = H'(M_2' - M_1')$ 。

当转子从 C 转到 D 时，温度保持为 T_1 时。转子需要做机械功 $H' = \int_0^{H'} MdH$ ，对应曲线 CD 和横轴包围的区域面积。同时有一个等温热量摄入量 $Q_1' = \int_0^{M_1'} HdM$ 对应于区域 CDc 的面积。当转子从 D 回到 A 时，由于磁化率为零，磁化热 Q_2 为零。因此，单位体积转子在循环中所做的机械功是

$$W = Q_1 + Q_1' - Q_2' \quad (12)$$

可以用图 21 中的面积 ABCD 表示。因此效率可以用以下公式表示：

$$\eta = \frac{W}{Q_1 + Q_1'} = \frac{S_{ABCD}}{S_{bBCA}} \quad (13)$$

由于 $M = \mu H$ ，其中 μ 是材料磁化率，与温度 T 有关， μ 随着温度 T 的升高会变小。实验中我们将酒精喷灯替换酒精灯进行对照实验，酒精喷灯对比酒精灯对热机加热效率更快，使热机最高温度更高，也使热机整个循环温度整体升高。因此，新循环转子对应位置的 μ 会变小，则对应 $M - H$ 图中的曲线斜率变小，磁化强度 M 也变小。而磁铁给予的场强 H' 不变，则 BC 对应横轴不变，磁化强度 M 变小，则对应 BC 纵坐标下移，由于酒精喷灯温度更高，则当转子从 B 点转到 C 点时吸热更多，对应 Q_1 变大，同时 M 减小更多。此时 $M - H$ 循环图变为如下图所示：

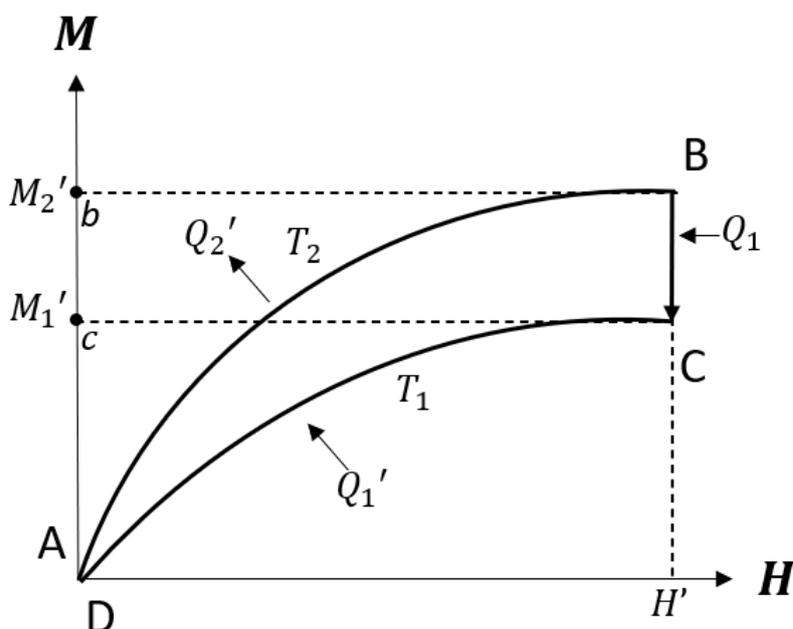


图 22 使用酒精喷灯加热时 H-M 循环图

用酒精喷灯加热的垂直转动式居里点热机的磁化强度与磁场强度曲线将如图 22 所示，由图像可知图 22 比图 21 中的 $\frac{S_{ABCD}}{S_{bBCA}}$ 明显变大，即用酒精喷灯加热的垂直转动式居里点热机效率比用酒精灯加热的垂直转动式居里点热机效率高。

解释垂直式转动热机理想效率时，我们可以把转子旋转过程近似成高温和低温两个等温的区域，以方便分析和计算。然而探究其热源和磁铁相差角度对转动速率的影响时，温度变化过程就不能忽略了，因为热源和磁铁相差角度改变会直接影响温度变

化速率，从而影响热机功率。然而由于实验装置尺寸较小，很难由实验准确定量测得热机转动时的各种复杂热量变化，因此无法定量求解该转动式热机的准确效率、功率等复杂参数。

4.2 摆动式居里点热机的动力学

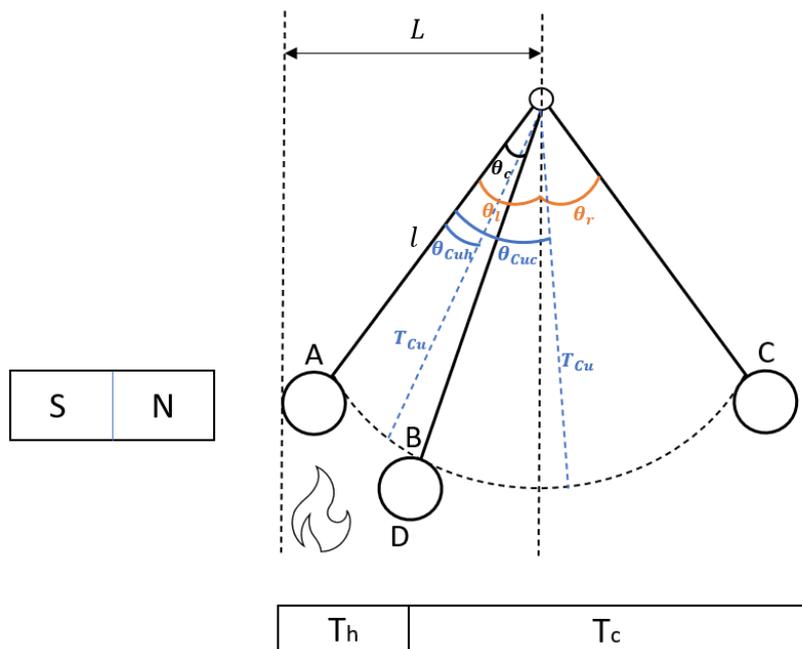


图 23 摆动式居里点热机简化模型

如图 23 所示，摆动式居里点热机可以被简化成该模型。图中排列在弧线上的圆形代表单摆主体，即镍做的配重。牵引着单摆主体的是长度为 l 的单摆摆臂，单摆主体和有一头固定住的单摆摆臂构建原始单摆系统。在整个单摆系统的左侧有一块磁铁，该磁铁负责提供磁场。在磁铁的右下方，即单摆左侧的下方是热源，负责给单摆加热升温。因此，在单摆从左到右摆动过程中，会先升温再降温；从右到左摆动过程中，会先降温再升温。

我们可以将单摆摆动过程分为温度上升和温度下降的两个区域，记热源温度为 T_h ，记环境最低温度，即室温为 T_c 。另外，为了方便研究单摆运动，记单摆相对中轴线偏移角度为 θ ，即当单摆摆动到最中间时， $\theta = 0$ 。同时，记单摆摆动到升温区域和降温区域交界处时角度为 θ_c ；记单摆摆动最左端位置到中央位置的角度为 θ_l ；记单摆摆动最右端位置相对中央位置的角度为 θ_r 。

为了方便研究该单摆运动，可以近似 $\theta_l = \theta_r$ 。同时由于单摆在温度达到居里点时，其磁性会发生相变，为方便研究单摆磁性变化，记单摆主体，即镍的居里温度为 T_{Cu} ，单摆在升温过程中达到居里温度时的摆动角度为 θ_{CuH} ，在降温过程中达到居里温度时的摆动角度为 θ_{CuC} 。图中 A 点代表单摆处于最左端的状态，B 点代表单摆在从左

到右摆动过程中处在升温区域和降温区域的临界状态，C 点代表单摆处于最右端的状态，D 点代表单摆从右到左摆动过程中处在降温区域和升温区域的临界状态。当单摆依次通过 ABCD 点并回到 A 点时，单摆完成一个完整摆动循环。接下来我们针对该单摆系统进行动力学和磁学理论分析。

首先，该系统的温度变化率和单摆处在的温度区间有关。在加热升温区域，单摆温度变化率和温度与高温热源温度的温度差成正比。在降温区域，单摆温度变化率和温度与最低温度的温度差成正比。因此有分段函数：

$$\dot{T} = \begin{cases} -\gamma_h(T - T_h), & \theta_c < \theta < \theta_l \\ -\gamma_c(T - T_c), & -\theta_r < \theta < \theta_c \end{cases} \quad (14)$$

其中 \dot{T} 是单摆温度对于时间的导数，即单摆温度变化率， γ_h 是升温过程单摆热传导系数， γ_c 是降温过程单摆热传导系数。另外对于单摆，由于 θ 代表单摆运动偏移角度，则 $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ 代表单摆角速度，其中 t 是时间， $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ 代表单摆角加速度。通过把重力沿着拉力方向和运动轨迹的切线方向分解，得到单摆受到的合力 $-mg \sin \theta$ ，其中 m 是单摆质量， g 是重力加速度。根据牛顿第二定律 $F = ma$ ，有方程：

$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \sin \theta \quad (15)$$

所以有微分方程：

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \theta \quad (16)$$

该方程是在理想状态下，即不计单摆收到的空气阻力时的单摆运动方程。接下来将该微分方程输入到 MATLAB 程序中求解，由实验可知 $l = 0.0639m$ ，初始摆动角度约为 $\frac{\pi}{9}rad$ ，将该数据代入程序可以画出单摆摆动角度 θ 与时间 t 的函数关系图像，如图 24 所示。

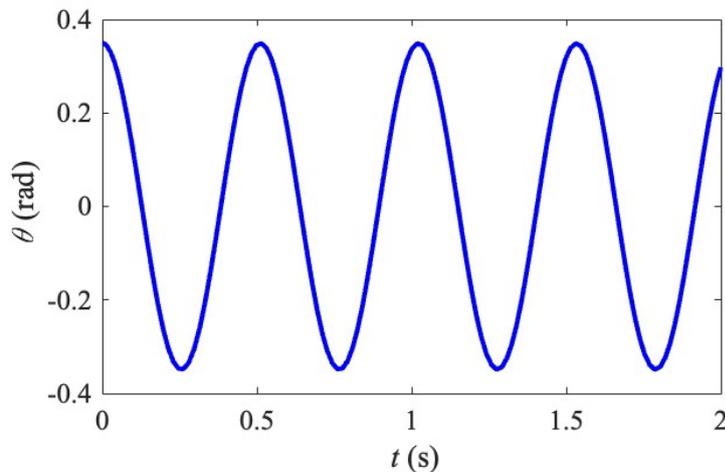


图 24 理想状态下单摆摆动角度与时间函数关系图

对比图 24 与图 13 可知，实验中在情况一下，摆动式居里点热机中单摆运动规律和理想状态下单摆摆动运动规律较为匹配，尤其是在上半部分，也就是靠近火焰的位置，但与完美摆动还存在一定差距；而下半部分的振幅无法达到图 24 预测的大小。具体原因将在 5.3 详细讨论。

随后对单摆进行摇摆路径切线方向的受力分析，则包括单摆重力在切线方向的分力，磁铁的吸引力，和摇摆中受的空气阻力。单摆重力在切线方向的分力可以用 $-mg \sin \theta$ 表示，在 θ 较小的情况下， θ 可以和 $\sin \theta$ 近似相等。因此单摆在切线方向的分力可以表示为 $-mg\theta$ 。磁铁对单摆的吸引力可以表示为 $F(\theta)$ ，该吸引力与 H 和 M 有关，可以表示为 $F(\theta) = \alpha HM$ 。单摆运动的阻力和角速度成正比，可以表示为 $f = \alpha \dot{\theta}$ 。根据牛顿第二定律 $F = ma$ ，切线方向的加速度是 $a = l\ddot{\theta}$ ，则切向方向合力还能表示为 $ml\ddot{\theta}$ 。则整合以上方程，有

$$ml\ddot{\theta} = -mg\theta + F(\theta) - k\dot{\theta} \quad (17)$$

由于磁铁磁场场强大小和物体与磁铁距离的平方成反比，因此有方程：

$$H(\theta) = \frac{A}{(L - l\theta)^2} \quad (18)$$

根据前文实验数据， $A = 0.0066, L = 0.0485m, l = 0.0639m$ 。将数据代入公式 (18) 并用 MATLAB 画出 H 和 θ 关系图。

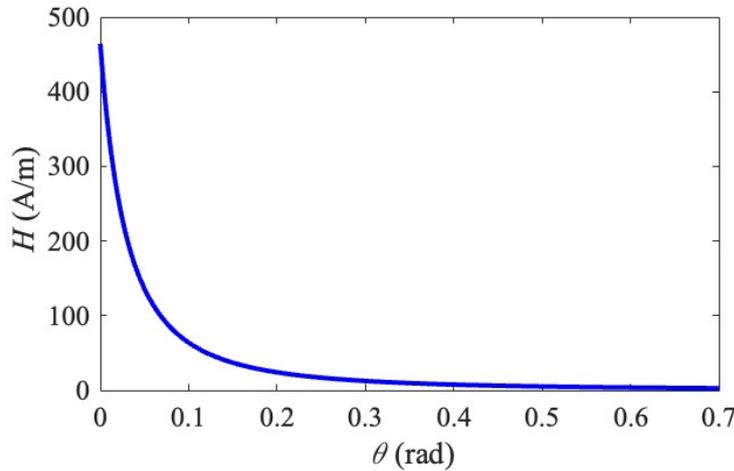


图 25 磁场强度与摆动角度图像

该图像与图 16 的实验中实际磁场强度与距离关系图像变化趋势非常匹配，说明在单摆摆动角度较小时，摆动角度和实际与磁铁相对距离近似存在线性关系，由于物体与磁铁水平相对距离 $x = l \sin \theta$ ，该图像验证了我们将 $\sin \theta \approx \theta$ 在本实验中不会对结果造成明显影响。另外，根据居里韦斯方程[14]，有：

$$M = \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^x M_0 \quad (19)$$

其中 χ 是镍的磁化率关于磁场的标度因子， M_0 是绝对零度下镍的磁化强度， T_c 是镍的居里温度。由于镍的磁性标度因子 χ 约为0.62[15]，镍的饱和磁化强度，即镍在绝对零度下的磁化强度 M_0 约为0.0561A/m [16]，镍的居里温度约为627K[17]。假设单摆初始温度是室温，则单摆磁化强度 M 和温度 T 的关系如下图所示：

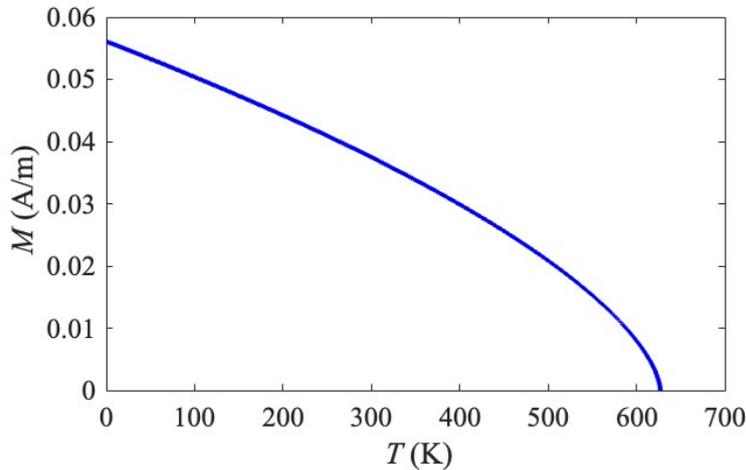


图 26 磁化强度与单摆温度图像

4.3 热力学循环分析

由公式 (14) 可得出单摆在一个摆动周期的温度变化趋势，如图 27 所示。

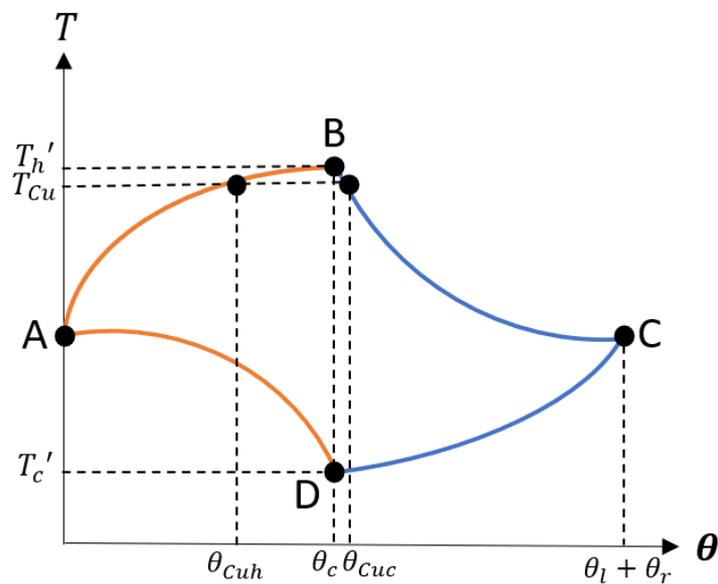


图 27 在一个摆动周期内摆的温度变化趋势

首先，在单摆从 A 点运动到 B 点的过程中，单摆处于逐渐远离热源的升温过程。由于热传导系数 γ_h 和热源温度 T_h 不变，单摆温度 T 在不断上升，则与热源温度 T_h 的差值逐渐变小，则温度变化率 \dot{T} 逐渐变小，对应温度 T 上升速度逐渐变小。单摆到达 B 点后

处于最高温度 T_h' ，后进入逐渐远离热源的降温过程，由于热传导系数 γ_c 和环境最低温度 T_c 不变，单摆温度 T 在不断下降，则环境最低温度 T_c 的差值逐渐变小，则温度变化率 \dot{T} 逐渐变小，对应温度 T 下降速度逐渐变小。当单摆从C点运动到D点时，单摆温度继续下降，且逐渐靠近热源。根据前文分析，温度 T 下降速度仍然继续逐渐变小。当单摆到达D点时，单摆处于一个摆动周期内最低温度 T_c' 。当单摆从D点摆动到A点时，单摆处于逐渐靠近热源的升温过程，根据前文分析，温度 T 上升速度仍然继续逐渐变小。

由公式(3)可以得出热机理论最高效率仅与热机最低和最高温度的比例有关，即上图D点对应纵坐标 T_c' 越低，B点对应纵坐标 T_h' 越高，则该热机理想效率越高。由于温度上升和下降的变化率在热传导系数不变的情况下，仅与此时单摆温度和系统最高温度之间的温度差有关，因此即使当B点和D点在图中高度发生变化，若单摆摆动角度与 θ_c 差值一定，该角度处温度变化曲线斜率也固定。则若要使B点和D点高度差距变大，且保证温度变化曲线是一个完整的循环，则A点和C点的水平距离也要增加，对应B点和D点对应横坐标也要向右移动来保证循环完整性，则整个温度变化循环图在视觉上都会放大。

结合 T 和 θ 的函数图像，可以大致描绘出 M 和 θ 的函数图像。

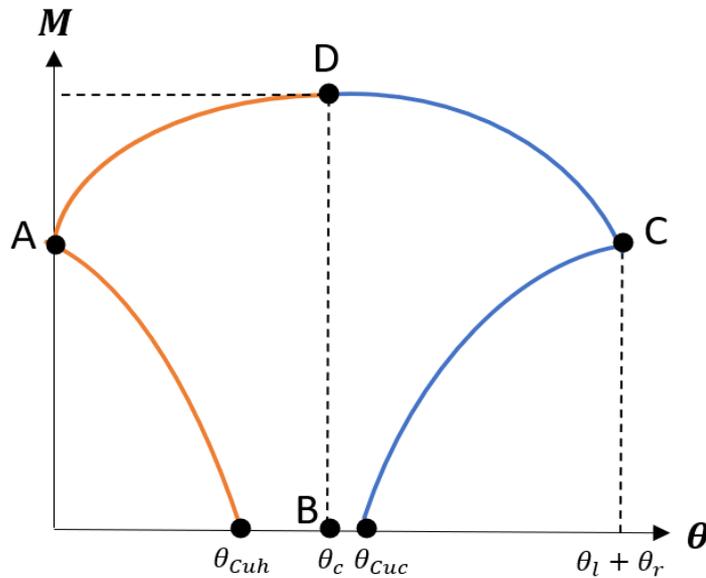


图 28 M 和 θ 的函数图像

当单摆从A运动到B时，温度 T 逐渐升高，对应磁化强度 M 下降，且 M 下降速度随着温度的升高变快。当温度升至居里点 θ_{cuh} 时，单摆磁性减弱，甚至完全失去磁性，图中展示的是单摆完全失去磁性的情况，因此 M 变成0。当单摆从B运动到C时，单摆温度 T 逐渐下降，当温度 T 低于居里温度后，单摆的磁性又逐渐恢复，经过点C到达点D，D点时单摆温度最低，同时单摆磁性强度最大。当单摆从D点运动到A点，温度升高，磁性强度又减弱，并回归到起始点磁性强度。

将上述结论结合图 25 及图 12，当镍片位于图 27 和图 28 的 DA 段时，磁铁对镍片做正功。镍片不断被酒精灯加热，故镍片的磁化强度逐渐减小；由于镍片向磁铁运动，它们之间的距离逐渐减小，故由图 25 可以得到此时磁场强度逐渐增强；由图 13 可以得到在这段区域内摆锤的角速度逐渐减小。由于镍片所受到的阻力和镍片角速度成正比，所以此时镍片所受到的阻力也不断减小。由于在区域 A 镍片摆动规律极其近似于完美摆动，其阻力等于磁铁的作用力且不断减小。由于磁铁作用力与磁化强度和磁场强度的乘积成正比，而磁铁作用力逐渐减小，故磁场强度的平均变化率一定大于磁化强度的平均变化率以保证镍片能够近似完美摆动，这也符合图表的描述。

当镍片位于 ABC 段时，磁铁对镍片做负功，为了镍片能够继续近似做完美摆动，磁铁所做的负功必须尽可能小。于是在 AB 段磁化强度及磁场强度下降的速率必须极快。而当镍片位于 BC 段时，由图 25 可以知道磁场强度位于极为接近零的位置，所以磁铁所做的功也极小。此时磁铁和阻尼同时对镍片做负功导致镍片总机械能在这一段时间损失一部分，这也是为什么在图 12 中下半部分的振幅小于上半部分的振幅。

由于阻尼和磁铁在 ABC 段持续对镍片做负功，为了使镍片稳定摆动，磁铁在 CDA 段对镍片所做的功等于阻尼做的功和磁铁在 ABC 段做的负功的和。下面将分析情况二运动图像与图 24 相差较大的原因。

由上文强磁铁无配重情况下的实验图表（图 12）可以得到，在镍片摆动角度位于 0.5rad - 0.7rad 的大致范围内，图像中点的密度相较于自由摆动及弱磁铁情况大幅增加。不妨称这段区间为“密集点区”，并认为其是导致镍片摆动幅度缩小的重要原因。

由图 14 分析可得，造成“密集点区”的原因是镍片的角速度骤减随后趋于平稳并改变方向大幅增长脱离密集点区。结合图 25、28，在镍片达到 θ_{Cuc} 后一小段时间内，镍片磁化强度急剧提升，磁感应强度也急剧提升，此时镍片角度骤减并进入密集点群。在镍片刚进入“密集点区”后，其位于图 28 中下方蓝色曲线接近 C 点的位置。此时镍片的磁化强度的变化率不断减小。同时镍片也位于图 24 中变化磁场强度变化率极小的部分——故磁感应强度趋于平缓，角速度变化极缓且保持在较低水平。随后在镍片向回摆动的过程中，磁场强度逐渐脱离变化较缓的一段区域并显著提高，故磁感应强度和角速度也显著提高，镍片脱离密集点群。这样的变化情况与我们观察到的“密集点区”角速度的变化现象相匹配。由于在 θ_{Cuc} 稍右侧时，强磁铁磁场强度远大于弱磁铁磁场强度，对镍片产生较大吸引使其无法再向左摆动，于是摆动周期减小。且由实验图像可以看出，密集点群在整个周期内占有较大比例，但其角速度较低，故导致周期变长。

所以，结合上述讨论，我们提出几个不完全严谨的提升居里点摆动热机机械效率的方案（基于实验数据，均将阻尼做功近似相等）：

1. 使用有相对较低居里点温度的摆锤材料。

拥有相对较低居里点的材料可以在同等加热条件下使镍片更快达到居里点温度，从而延长 $\theta_{Cuh}\theta_{Cuc}$ 的长度，减小磁铁所做的负功以增大有用功的比例。

2. 使用较弱磁铁，尽量使摆动幅度最大化。

从实验中的数据可以发现，磁铁强度的增加会稍微增加摆动周期，而摆动幅度却会大幅减小。由于摆动周期振幅大小直接影响到了机械功率的计算（有用功），故使用较弱磁铁能够使效率最大化。

5 总结与展望

本文研究了居里点热机的力学运动与热力学循环之间的关系，并对其功率、效率进行讨论分析。首先我们搭建了两种居里点热机，分别是垂直居里点热机和摆动居里点热机。通过对这两种热机的实验，我们定性分析了垂直居里点热机、半定量分析了摆动式居里点热机的运动规律及其运动对于磁场强度等基本参数的依赖，确认磁场强度的增强会使摆动幅度大幅减小，摆动周期略微增长。在本次实验中，摆动式热机的摆动周期均较为稳定，其中增加磁铁强度或配重可以增强摆动周期的稳定性。

随后，我们对摆动式居里点热机进行了详细的实验，通过实验测得的镍片单摆振幅和时间的数据在 MATLAB 中拟合出振幅和时间的函数，从而得到有效阻尼系数的值，为居里点性能的进一步分析提供基本实验数据。在此基础上，我们对其具体性能，包括功率、效率等进行深度研究和求解。研究表明，在弱磁铁情况下热机功率为 0.108W，实际效率为 16.71%；在强磁铁情况下热机功率为 0.065，实际效率为 10%。两种情况的理想效率均为 54.05%。所以此热机还有很大的改进空间。

在实验的基础上，我们利用力学和电磁学的理论分析，求解并分析摆动式居里点热机的温度和磁化强度变化规律。我们先通过搭建理论模型来了解热机运作时单摆摆动角度、磁铁给单摆的吸引力、磁铁强度、磁感应强度、单摆温度等变量之间的关系。然后通过理论分析画出单摆温度和磁感应强度的循环图，并对应单摆摆动的每个阶段做详细的分析。

未来我们将提高实验精度，将实验测得数据代入 MATLAB 代码中准确求出热机中单摆温度和磁感应强度随着时间和单摆角度变化的函数图像，以便更好地分析摆动式居里热机的实际功率和效率，并分析如何改进热机可以使热机效率最大化以及实现最大效率或者功率的热机最优控制问题。实验部分还会引入更多变量收集更多组数据进行全方位讨论

参考文献

- [1] Watt steam engine. (2023, July 25). Wikipedia.
https://en.wikipedia.org/wiki/Watt_steam_engine
- [2] George Stephenson. (2023, July 24). Wikipedia.
https://en.wikipedia.org/wiki/George_Stephenson
- [3]刘川. 热力学统计物理[M]. 1.1. 北京大学物理学院, 2012.
- [4] Kishore, R. A., & Priya, S. (2018, January). A review on design and performance of thermomagnetic devices. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 81, 33–44.
<https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.07.035>
- [5] Tesla N. PYROMAGNETO-ELECTRIC GENERATOR. In: patent#428057 U, editor.1890.
- [6] Edison TA. PYROMAGNETIC GENERATOR. In: patent#476983 U, editor.1892.
- [7] Landau L D, Lifshits E M. *Electrodynamics of continuous media*[M]. Oxford: Pergamon press, 1946.
- [8] Hall, H. E. Hook, J. R. (1994). *Solid state physics* (2nd ed.). Chichester: Wiley. ISBN 0471928054.
- [9] Ahmed R, Park J C, Zeeshan, et al. Optimization of a cylindrical thermomagnetic engine for power generation from low-temperature heat sources[J]. *International Journal of Energy Research*, 2021, 45(6): 8606-8619.
- [10] Mugiraneza S, Hallas A M. Tutorial: a beginner's guide to interpreting magnetic susceptibility data with the Curie-Weiss law[J]. *Communications Physics*, 2022, 5(1): 95.
- [11] Bamberger, M., & Prinz, B. (1986, April). Determination of heat transfer coefficients during water cooling of metals. *Materials Science and Technology*, 2(4), 410–415.
<https://doi.org/10.1179/mst.1986.2.4.410>
- [12] Brailsford F. Theory of a ferromagnetic heat engine[C]//*Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. IET Digital Library, 1964, 111(9): 1602-1606.
- [13] Hall, H. E. Hook, J. R. (1994). *Solid state physics* (2nd ed.). Chichester: Wiley. ISBN 0471928054.
- [14] Fan, X., Myers, T., Sukra, B., & Gabrielse, G. (2023, February 13). Measurement of the Electron Magnetic Moment. *Physical Review Letters*, 130(7).
<https://doi.org/10.1103/physrevlett.130.071801>

[15] The magnetization of pure iron and nickel. (1971, March 9). Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 321(1547), 477–491.

<https://doi.org/10.1098/rspa.1971.0044>

[16] Legendre, B., & Sghaier, M. (2011, March 20). Curie temperature of nickel. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, 105(1), 141–143. <https://doi.org/10.1007/s10973-011-1448-2>

[17] Stoner, E. c. Magnetism and matter (Methuen, 1934) p. 357

致谢

本文选题的灵感来自于笔者对于现今环境污染问题的思考。面对由车辆导致的日渐严重的气体污染，我们试图找寻一种内燃机的替代品，使用非化石燃料的同时又能提供高效的输出。查阅文献发现了居里点相变热机的理想功率和理想效率都较高，可使用酒精等非化石燃料作为热源，但是对其性能等定量研究仍有待完善，于是我们对于居里点相变热机展开了探索。

在本研究中，刘意美主要负责处理数据，理论分析，完成了摘要，引言，理论分析，总结和展望的撰写。徐望和彭恩豪合作完成了实验设计并进行了定量实验与实验数据采集。徐望主要负责垂直居里点相变热机的实验，磁场强度与距离关系的撰写以及全文的修改，校订。彭恩豪主要负责摆动式居里点热机的实验，有效阻力系数，效率与功率部分的撰写。感谢杨晓安、胡金平老师，提供无偿的理论指导以及为论文提出修改建议。感谢余少兰老师为我们提供前期背景知识的指导。感谢周婉琪老师为论文的行文进行指导。感谢参与实验的家长。感谢华南师范大学附属中学提供的支持和帮助。诚挚感谢所有参与研究的人以及学校，感谢他们的帮助与支持。

附录

附录 I 求解转动式居里点热机理想状态下 $\theta - t$ 函数关系图 MATLAB 代码

```
g = 9.8;
l = 0.0639;

x_start = 0;
x_end = 2;
theta0 = pi / 9; % 定义初始单摆角度
dthetadx0 = 0; % 定义初始角度变化率

[t, theta] = ode45(@(x, theta) secondOrderODE(x, theta, l, g), [x_start, x_end], [theta0, dthetadx0]);

plot(t, theta(:, 1)); % 只绘制角度 而不是角速度

xlabel('$t(s)$','interpreter','latex')
ylabel('$\theta(\text{rad})$','interpreter','latex')
set(gca, 'FontSize',9,'FontName','Times New Roman')
set(gcf,'unit','centimeters','position',[10,10,Width,Width/ratio])

function dthetadx = secondOrderODE(~, theta, l, g)
    dthetadx = [theta(2); -g / l * sin(theta(1))];
end
```

附录 II 求解转动式居里点热机理想状态下 $H - \theta$ 函数关系图 MATLAB 代码

```
theta = 0:0.001:0.7;
A = 0.0066;
L = 0.0485;
l = 0.0639;

H = A ./ ((L - l * abs(0.7 - theta)).^2);

plot(theta, H, 'b', 'LineWidth', 2);

xlabel('\it \theta \rm(rad)','interpreter','tex')
ylabel('\it H \rm(A/m)','interpreter','tex')
set(gca, 'FontSize',12,'FontName','Times New Roman')
Width = 16;
set(gcf,'unit','centimeters','position',[10,10,Width,Width*0.75])
```

附录 III 求解转动式居里点热机理想状态下 $M - T$ 函数关系图 MATLAB 代码

```

% 定义初始参数
T = 0:0.1:627;
Tc = 627;
M0 = 0.0561;
x = 0.62;

% 计算磁化强度M
M = M0 * ((1 - T ./ Tc).^x);

% 画出M-T图像
plot(T, M, 'b', 'LineWidth', 2);
xlabel('$T(K)$','interpreter','latex')
ylabel('$M(A/m)$','interpreter','latex')
set(gca, 'FontSize',9,'FontName','Times New Roman')
set(gcf,'unit','centimeters','position',[10,10,Width,Width/ratio])

```

附录 IV 尝试求解耦合微分方程 $T - t, \theta - t, M - t, H - t$ 代码

```

% 定义相关参数
k = 1.5;
m = 1;
L = 3;
l = 5;
gammah = 1;
gammac = 1;
Tc = 650;
Th = 800;
g = 9.81;
alpha = 0.3;
kai = 0.125;
theta_c = 600;
theta_r = 700;

% 求解T-t微分方程
tstart = 0;
tend = 3600;
T0 = 298;

[t, T] = ode45(@(t, T) myODE(t, T, theta_c, theta_r), [tstart, tend], T0);

% 求解theta-t微分方程—
l = 10;
x_start = 0;
x_end = 1000;
theta0 = pi / 3;

```

```
dthetadx0 = 0;
```

```
[t_theta, theta] = ode45(@(x, theta) secondOrderODE(x, theta, l, g), [x_start, x_end], [theta0, dthetadx0]);
```

```
% 求解theta-t微分方程二
```

```
initial_conditions = [pi/3; 0];
```

```
time_span = [0, 3600];
```

```
[t_theta_acc, theta_acc] = ode45(@(t, theta) second_order_eq(t, theta, Tc, M0, alpha, L, l, k), time_span, initial_conditions);
```

```
% 计算M和H的值
```

```
M0 = 20;
```

```
kai = 0.125;
```

```
M = M0 * ((1 - Tc ./ T).^kai);
```

```
A = 1;
```

```
H = A ./ ((L - l * theta(:, 1)).^2);
```

```
% 画图
```

```
figure;
```

```
subplot(2, 2, 1);
```

```
plot(t, T, 'b', 'LineWidth', 2);
```

```
xlabel('t');
```

```
ylabel('T');
```

```
title('温度随时间变化关系');
```

```
grid on;
```

```
subplot(2, 2, 2);
```

```
plot(t, theta(:, 1), 'b', 'LineWidth', 2);
```

```
xlabel('t');
```

```
ylabel('theta');
```

```
title('角度随时间变化关系');
```

```
grid on;
```

```
subplot(2, 2, 1);
```

```
plot(t, M, 'b', 'LineWidth', 2);
```

```
xlabel('t');
```

```
ylabel('M');
```

```
title('磁化强度随时间变化关系');
```

```
grid on;
```

```

subplot(2, 2, 4);
plot(t, H, 'b', 'LineWidth', 2);
xlabel('t');
ylabel('H');
title('磁场强度随时间变化关系');
grid on;

```

```

function dTdt = myODE(~, T, theta_c, theta_r)
    global gammah Th gammac;
    theta_condition = (theta_c < T) & (T < theta_r);
    theta_condition_complement = (-theta_r < T) & (T < theta_c);
    dTdt = -gammah * (T - Th) * theta_condition - gammac * (T - Tc) * theta_condition_complement;
end

```

```

function dthetadx = secondOrderODE(~, theta, l, ~)
    dthetadx = [theta(2); -g / l * sin(theta(1))];
end

```

```

function dthetadt = second_order_eq(~, theta, Tc, M0, alpha, L, l, k)
    global m g;
    M = M0 * ((1 - Tc ./ theta(:, 1)).^k); % Calculate M based on Tc and theta
    H = 1 ./ ((L - l * theta(:, 1)).^2); % Calculate H based on theta
    dthetadt = [theta(:, 2); -m * g * sin(theta(:, 1)) + alpha * M .* H - k * theta(:, 2)];
end

```