

参赛学生姓名：黄驿轩，李张晟

中学：上海科技大学附属学校

省份：上海

国家/地区：中国

指导老师姓名：薛加民

指导老师单位：上海科技大学

论文题目：八音盒声音放大原理探究

# 八音盒声音放大原理探究

黄驿轩, 李张晟

上海科技大学附属学校

## 摘要

八音盒是一种通过齿轮拨动音簧，演奏乐曲的机械装置。这个看似原理简单的装置却有一个让人困惑的现象。当八音盒的机芯被拿在手中时（定义为八音盒与外界的弱耦合），它发出的声音十分微弱；而当机芯被放在桌面或空腔上时（定义为八音盒与外界**的强耦合**），它却能发出响亮的声音。在此过程中并没有额外能量的输入，因此声音的放大过程表面上看似乎不符合能量守恒原理。关于这一现象，一种常见的误解认为：机芯与外界桌面或空腔强耦合时，机芯的振动与桌面或空腔发生了共振，从而放大了声音。例如，在 UIUC 的 Bill Hammack 教授制作的一个浏览量高达 193 万的视频中就认为声音放大是源于八音盒与桌面或空腔产生了共振。在本论文中，我们通过测量音簧的振动状态研究了这一问题。通过实验发现，一个简单的光电传感器配合半导体激光器能够实现对音簧振动的测量。于是我们把音簧放置在激光和传感器的连线上，用音簧遮挡部分激光，使入射到传感器上的光强随音簧振动变化，进而用传感器输出电压反映音簧的位移。我们发现，当八音盒机芯与外界弱耦合时，音簧振动的持续时间显著长于强耦合时的情况。这意味着在强耦合时发生了能量的转移，使音簧的机械能更快地转换成了空气振动的能量，即人耳能听到的声响。我们还发现，音簧能量的转化速度，以及转化为声能的比例，与耦合表面的刚性也有关联。最后，我们建立了音簧振动的动力学方程，得到的音簧运动模式与实验观测吻合，从力学的角度更加深入地理解了八音盒声音放大这一物理过程。本文澄清了八音盒声音放大的原理，对理解一般乐器的发声都有借鉴的意义。

关键词：八音盒，声音放大，音簧振动，能量转化

## 目录

1 综述	2
2 实验与数据分析	3
3 动力学方程	5
4 结语	5
5 参考文献	6
6 致谢页	7

## 1 综述

八音盒是一种古老的音乐演奏装置，源于 9 世纪的阿拉伯。在留声机出现之前，它曾经在欧洲贵族间流行 [1]。它的主要发声装置是位于空腔中的一个机芯（如图 1 所示），其基本构造为一系列频率确定的音簧，它们在演奏中被齿轮有规律地拨动，发出动听的乐曲。

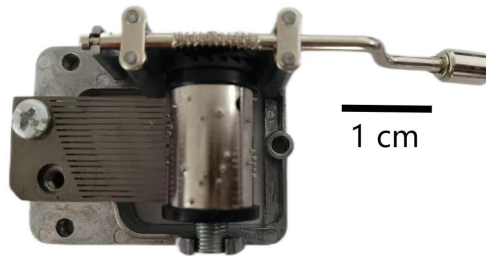


图 1: 一个八音盒的机芯。

如果将机芯取出，则会发现一个令人困惑的现象，即它发出的声音变得十分微弱。而如果把机芯放回空腔或置于桌面之上，其声音响度又恢复如初。为了展示这一现象，我们使用基于手机的测量软件 phyphox 测量机芯置于桌面和拿在手上所发出的声音响度（如图 2 所示）。图中我们测试的物理量为声压级，记作 SPL，其定义式为  $SPL = 20 \log_{10}(\frac{p}{p_{ref}})$ ，其中  $p$  为声压，反映声音的振幅，而  $p_{ref}$  则是选定的参考声压 [2]。根据定义，数据中声压级越大，声音响度就越大。置于桌面上时，机芯发出的声压级约为  $-18$  dB（如图 2a 所示），而拿在手中时，其声压级约为  $-40$  dB（图 2b 所示），显著小于前者。在这两种情形下，并没有外界能量的输入，那么声音是如何被放大的呢？仅从 phyphox 的数据无法看出其原因。

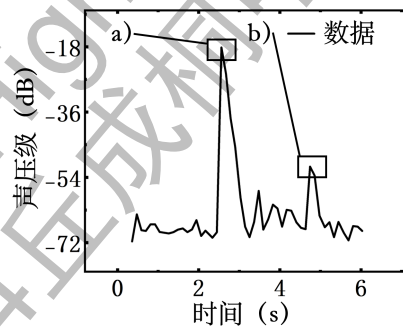


图 2: (a) 放在桌上时激发音簧所产生的声压级；(b) 拿在手中时激发音簧所产生的声压级。

关于这一现象，一种常见的误解认为：机芯与外界桌面或空腔强耦合时，机芯的振动与桌面或空腔发生了共振，从而放大了声音。例如，在 UIUC 的 Bill Hammack 教授制作的一个浏览量高达 193 万的视频中 [3]，关于这一现象他提到 “The vibrations of the comb are transferred through the metal base into the container where they resonate. The resonance amplifies the sound.” 但是深入思考就会发现其中的问题。一个机械系统的本征频率是确定的，不可能与八音盒中各种频率的声音都发生共振，因此共振放大理论无法解释实验现象。为了理解在不同耦合下音簧的能量是如何转换成声音的，我们需要一种可以实时探测音簧振动的手段。

## 2 实验与数据分析

用相机拍摄音簧的振动似乎是最直接的方法,但是其时空分辨率达不到要求。通过实验发现,一个简单的光电传感器配合半导体激光器就能实现对音簧振动的测量(如图3所示)。把音簧放置在激光和传感器的连线上,用音簧遮挡部分激光,使入射到传感器上的光强随音簧振动变化,进而用传感器输出电压反映音簧的位移。

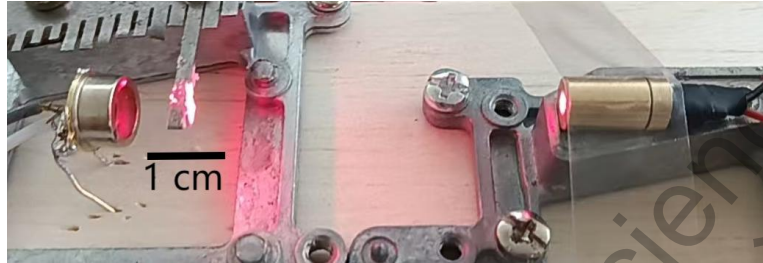


图 3: 左侧为光电传感器,中间为音簧,右侧为激光器。

在音簧被拨动的初始状态,电压约为  $-4.33\text{ V}$ 。此时音簧完全偏离了光路,所有激光入射到传感器上,因此输出电压最大。随后音簧自由振动,电压呈现振荡衰减的趋势,并最终稳定到约  $-4\text{ V}$ 。此时音簧的宏观振动停止(如图4a所示)。为观察运动细节,我们提取了图4a中  $18\text{ ms}$  的数据(如图4b所示)。它表现为振荡衰减的正弦函数,表明音簧的振动可以用有阻尼的简谐振子来描述,这为后续的理论研究提供了基础。接着我们又提取函数的包络线(如图4c所示),发现其近似于指数衰减。包络完全衰减的耗时约为  $0.2\text{ s}$ 。这样迅速的过程无法被一般测量声压级的仪器准确地反映出来。这也凸显了本测量装置的优势。

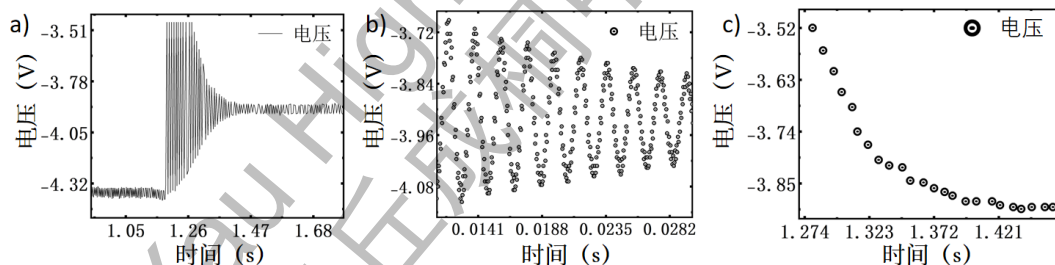


图 4: (a) 音簧运动关于时间的函数; (b) 音簧运动的细节; (c) 音簧振幅随时间衰减的包络线。

前文的研究表明本装置可以测得音簧末端位置关于时间的函数,接下来我们用它来研究八音盒声压放大的过程中音簧的运动方式。我们研究了三种耦合方式:第一种,机芯基本悬空,仅通过三个螺丝固定在底座上(模拟弱耦合);第二种,机芯与金属底座紧密连接(模拟刚性接触面的强耦合);第三种,机芯与底座间放入一块软木片(模拟非刚性接触面的强耦合)。这三种耦合方式下音簧的振动细节如图5a, b, c所示。这三组数据可以用函数  $y = Ae^{-\frac{t}{t_1}} \sin(\frac{2\pi t}{T} - \phi) + y_0$  很好地拟合。其中,  $t_1$  代表振动衰减的时间尺度,  $T$  代表振动周期。这三种耦合方式的周期分别为  $1.9452 \pm 0.0014\text{ ms}$ ,  $1.9414 \pm 0.0002\text{ ms}$ ,  $1.9501 \pm 0.0002\text{ ms}$ 。这表明,不同的耦合方式不会改变音簧的本征频率。

为了研究音簧振动随时间的衰减,我们提取较长一段时间内振幅随时间的变化(如图

5d, e, f 所示)。可以发现, 相比于耦合金属或软木的情况 (如图 5e, f 所示), 悬空时, 音簧的宏观振动持续的时间更长 (如图 5d 所示)。我们用公式  $y = Ae^{-\frac{t}{t_1}} + y_0$  对包络进行拟合, 发现衰减参数  $t_1$  在三种情况下分别为 0.32 s (悬空), 0.25 s (金属), 0.04 s (软木)。这说明, 强耦合时声音放大的代价是音簧振动更迅速的衰减, 这意味着音簧的机械能更快地转换成了底座的振动, 从而带动更多空气发出声音。因此在没有外界输入能量的情况下, 我们依然能够听到声音变响。同时, 对比两种强耦合的情况, 我们发现: 软木耦合下, 音簧的宏观振动衰减得更快 (如图 5e, f), 响度却没有显著增大。这是由于有部分能量转化为了内能。这一现象表明, 音簧能量的转化速度, 以及转化为声能的比例, 与耦合表面的刚性也有关联。

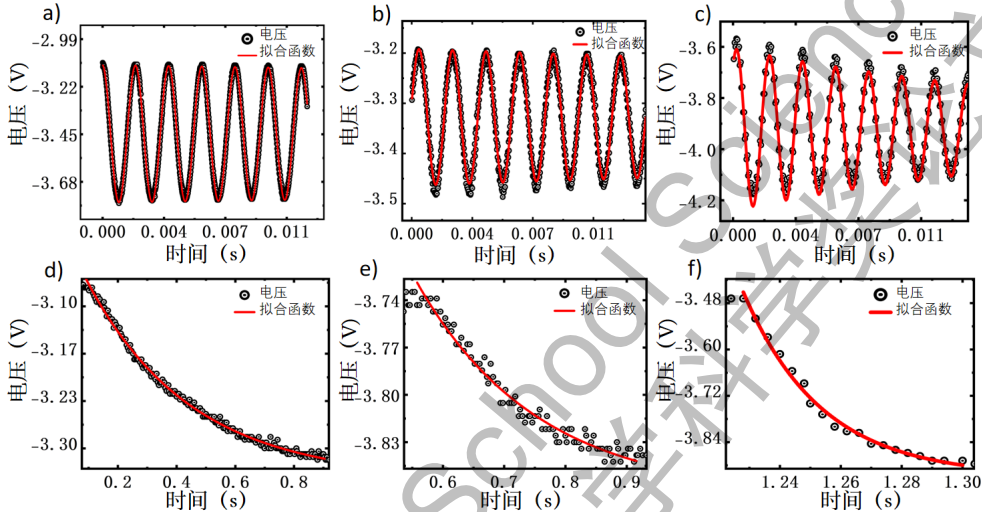


图 5: (a) 第一种耦合下音簧运动关于时间的函数及拟合; (b) 第二种耦合下音簧运动关于时间的函数及拟合; (c) 第三种耦合下音簧运动关于时间的函数及拟合; (d) 第一种耦合下振幅随时间衰减的包络线及拟合; (e) 第二种耦合下振幅随时间衰减的包络线及拟合; (f) 第三种耦合下振幅随时间衰减的包络线及拟合。

为了定量研究八音盒声音放大过程中的能量守恒关系, 我们分别根据三种情况下测得的平均声压级进行了计算。根据声学的原理 [2][3], 声功率  $P$ , 满足  $P \propto 10^{\frac{\text{SPL}}{10}} = 100^{\log_{10}(p(t))}$ , 其中 SPL 为声压级,  $p(t)$  为声压关于时间的函数。将功率关于时间积分就得到了音簧振动中产生的声能。

$$W \propto \int_0^{+\infty} (100^{\log_{10}(p(t))}) dt$$

我们算出, 在悬空或与金属耦合时, 上述积分均为  $10^1$  数量级, 验证了这一过程符合能量守恒, 而与软木耦合时, 为  $10^0$  数量级, 说明有少部分能量没有完全转化为声能。至此我们验证了在八音盒声音放大的过程中, 音簧的本征值不变, 且基本符合能量守恒, 其真实原理为与刚性表面强耦合时能量从音簧转移到桌面或空腔, 使音簧的机械能更快地转换成了空气振动的能量。



### 3 动力学方程

为了更深入地理解上述的现象，我们要建立音簧振动的动力学方程，探究声音放大过程中机芯与环境耦合对音簧振动的影响。根据力学原理 [4]，以及图 4 中的测量结果，我们可以将音簧的振动近似为单点的阻尼振动，建立唯象的方程。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - \lambda \frac{dx}{dt} - \mu \left( \frac{dx}{dt} \right) \left| \frac{dx}{dt} \right|$$

其中  $m$  代表音簧的等效质量， $x$  为其偏离平衡位置的位移。等式右边第一项为音簧所受到的弹性回复力，第二项为耦合带来的衰减，第三项则为空气阻力带来的衰减。如果忽略空气阻力，我们得到的解析解具有指数衰减的振荡形式。而考虑空气阻力则难以解析求解，于是我们使用四阶龙格库塔法进行数值计算画出了函数图像（如图 5a 所示），并提取包络进行拟合（如图 5b 所示）。可以看出方程的解是衰减的正弦函数，包络的衰减为指数形式，与实验现象吻合。由此可见这个模型很好地模拟了簧片振动的过程，说明了耦合对音簧振动的影响。

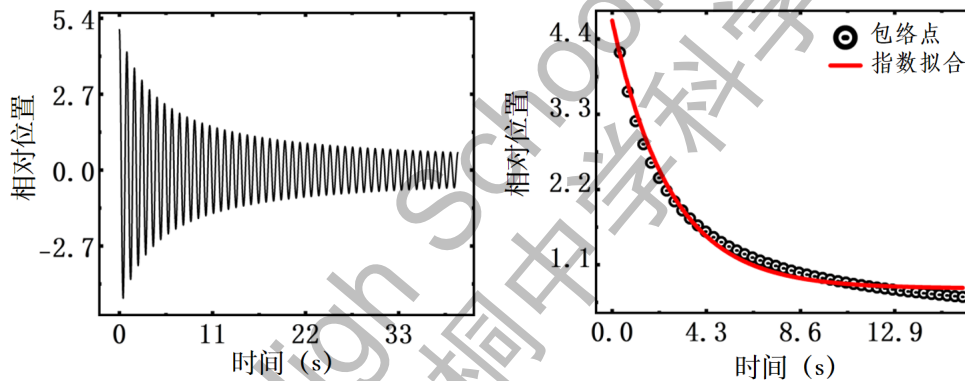


图 6: (a) 通过唯像模型求得的音簧振动随时间的变化；(b) 音簧振幅随时间的衰减。

由于音簧实际上是一个连续的弹性物体，所以为了更加细致地讨论音簧整体的运动状态，我们还建立了基于杆振动方程的力学模型。然而音簧与底座的耦合方程极其复杂，既有非线性空气阻力项，又有四阶偏微分运算，无论用解析或数值方法均难以求解，因此不进一步展开。

### 4 结语

本文通过研究音簧能量转化与耦合的关系，澄清了八音盒声音放大的原理。我们的研究表明：八音盒放在桌面或空腔上时的声音放大，实际上是能量更快地从八音盒传递到外界空气中，在单位时间内有更多能量转换为了声能。我们通过建立音簧振动的动力学方程，从理论的角度更深入地理解了这一过程，得到了与实验结果相吻合的模型。我们研究的结果表明听觉上声音响度与发声物振动的能量转化速度密切相关。本文有助于我们更深入地理解生活中各种乐器的声音放大原理。

## 5 参考文献

- [1]Wikipedia, music box[Z], <https://pam.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Searching>
- [2]Harry F. Olson, Elements of Acoustical Engineering[J]. Nature 147, 311 (1941).
- [3]Bill Hammack, Engineerguy: HOW A WIND UP MUSIC BOX WORK[Z],2016, <https://www.youtube.com/watch?v=COty6oDEkk&t=4s>
- [4] 程守洙、江之永, 普通物理学 (第六版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2013
- [5] S.P.Timoshenko, 材料力学 vol1, vol2[M], 上海: 科学文库, 1964
- [6]R.Courant, D.Hilbert, 数学物理方法 [M], 北京: 科学出版社,2012
- [7] 单辉祖, 谢传峰, 工程力学 [M], 北京: 高等教育出版社, 2007
- [8]S.P.Timoshenko,J.N.Goodirer, 弹性稳定理论 [M], 北京: 科学出版社,1958

2024 S.-T. Yau High School Science Award  
仅用于2024丘成桐中学科学论文公示

## 6 致谢页

本课题指导老师薛加民，2006 年从中国科学技术大学（USTC）获得理学学士学位，2012 年从美国 University of Arizona 获得博士学位。2012 年至 2014 年在美国 University of Texas at Austin 从事博士后研究工作。2014 年 8 月加入上海科技大学物质科学与技术学院任助理教授、副教授。是上海科技大学附属学校的特聘专家，物理导师。无偿指导了本次物理探究活动。参赛学生黄驿轩，李张晟均为上海科技大学附属学校学生。

本次探究实验的选题来源于指导老师，参考了 Bill Hammack 教授在 engineering guy 栏目发表的视频中对八音盒声音放大现象的解释，并由此提出了不同意见。

在定性实验中，薛加民老师指导了实验设计，装置搭建，以及初步的报告的撰写。李张晟和黄驿轩共同搭建了第一套实验装置（如图 7），由李张晟负责实验操作，数据分析，黄驿轩负责实验记录，以及报告撰写。



图 7: 定性实验用的简单光杠杆装置，使用了橡皮筋来固定，使用了螺杆来调整激光头的角度。

定量实验中，薛加民老师指导了实验设计，装置搭建，并提供了材料力学相关教材，供我们参考，指导了数学模型的建立。黄驿轩搭建了第二套实验装置（正文图 3），李张晟和黄驿轩分别进行了实验操作，收集了数据。李张晟完成了数据分析，以及图片制作。黄驿轩进行了数学建模，理论计算，以及程序编写，并负责论文撰写，查重，与相关文件填写。

研究中遇到的困难与其解决过程如下：

在定性实验中，由于音簧振动高频率，小幅度的特点，直接用 phyphox 软件测量声压级变化，或者用慢镜头拍摄均无法得到较精确的反映音簧振动的数据。我们使用了光杠杆放大变量，并用示波器来进行检测解决了这一问题。

在装置搭建过程中，我们最初试图使用 3D 打印来完成实验装置搭建（3D 建模文件见附件），发现塑料材质的强度不够，容易变形。于是我们使用轻木与椴木和螺杆搭建了装置。（如图 7）

定量实验中，我们发现原有的光杠杆只能相当间接地反应振动过程，无法从中得到振动幅度衰减的相关信息（如图 8），于是我们搭建了第二套装置，通过簧片对光斑的直接遮挡来检测簧片的运动过程。





图 8: 图中紫色为测得音簧振动的数据，整体呈不规则起伏状。

在调试中发现第二套装置的数据存在上下不对称和响应饱和的现象（如 3），为了控制这两项实验误差，我们在研究中一律讨论上半部分的包络线表现的衰减，并截取了短时间的运动来研究运动细节。



图 9: 图中振动开始时图像的顶部和底部分别有一段线段，体现了响应饱和的现象，而衰减部分则可以看出上下半明显的不对称

最后在建立数学模型的过程中，也遇到了许多困难诸如不了解该如何抽象物理过程，如何进行合理的近似等情况，均在参考书与老师的指导下解决。在解微分方程的过程中也遇到了很大困难，于是编写了程序，用数值计算的方法完成了方程的解。在研究偏微分方程这一更加符合力学理论的模型时，我们发现方程过于复杂，且存在高阶偏微分，导致差分方法也无法数值解出方程。最终我们选择以常微分方程为主来进行理论分析。