

参赛学生姓名: 郑泊君

中 学: 清华附中国际部

省 份: 北京

国 家/地 区: 中国

指导老师姓名: 居重艳

姜开利

指导老师单位: 清华大学附属中学

清华大学

论 文 题 目: 翅葫芦种子的飞行特征分析

摘要

翅葫芦种子 (*Alsomitra macrocarpa*) 无需依赖风力即可飞行数百米, 展现出卓越的滑翔能力。本文研究了翅葫芦种子的飞行规律, 建立了其运动方程, 揭示了其飞行运动的特征, 并首次发现该种子在不同形状、质量及大小条件下均表现出振荡起伏的飞行特性。同时, 本文还发现振荡起伏过程中振荡周期、前向速度与升阻比之间的简单定量关系, 体现了其飞行的极简之美。

首先, 我将翅葫芦种子假设为刚体, 基于刚体力学动力学模型, 建立了其飞行动力学方程。该方程表明, 翅葫芦种子具有振荡起伏的飞行特征, 且振荡周期、前向速度与升阻比之间存在定量关系。在此基础上, 利用 **Matlab** 工具数值模拟了其飞行轨迹, 验证了振荡起伏现象。进一步地, 我对多种形状、质量及大小的翅葫芦种子进行了飞行实验, 重点定量测量了振荡周期和前向速度, 检验了运动方程的假设条件与结果的有效性。研究表明, 尽管翅葫芦种子具有不同的形态特征, 其在飞行中均表现出振荡起伏行为, 且振荡周期与前向速度保持一致的定量关系。

本研究揭示了翅葫芦种子振荡起伏的飞行规律与其较高的升阻比密切相关, 这一特性是其基因在自然界中得以持续传播和繁衍的重要因素。所建立的简洁飞行运动方程不仅适用于自然界中多种具有振荡起伏飞行特征的动植物, 还有望为高效仿生无人机的设计提供理论依据与启发。

关键词: 翅葫芦种子, 刚体动力学, 振荡起伏, 振荡周期, 前向速度

目 录

第 1 章 引言	1
第 2 章 理论分析	3
2.1 翅葫芦种子的结构特点	3
2.2 动力学方程	3
2.3 线性化（小扰动）方程推导	5
2.4 种子的振荡起伏运动分析	8
2.5 Matlab 模拟飞行轨迹	10
第 3 章 定量实验和计算方法	12
3.1 翅葫芦种子飞行实验设计	12
3.2 翅葫芦种子的飞行轨迹生成	13
3.3 周期的实验估计方法	13
3.4 直线飞行的速度计算	14
3.5 螺旋飞行的速度计算	14
3.6 升阻比估计	17
第 4 章 振荡起伏飞行的实验结果分析	18
第 5 章 总结与展望	22
参考文献	23
附录 A 实验数据	24
附录 B Matlab 代码	27
致 谢	28

第 1 章 引言

翅葫芦种子 (*Alsomitra macrocarpa*) 两侧长有薄而透明的宽大翅膀, 是自然界最大的“有翼种子”之一。它以其卓越的滑翔能力出名, 能够借助风力传播到很远的地方, 也可以不依赖任何动力长距离飞行。Azuma and Okuno (1987)^[1] 从植物学的角度描述了这个种子卓越的飞行能力, 并从空气动力学角度测算了它较高的升阻比系数。翅葫芦种子的果实呈钟形, 大小与足球相近 (直径约 300 毫米), 高悬于森林冠层之中, 内部含有大量种子。这些种子成熟后会从果实底部脱落, 长距离滑翔飞行至远处进行高效传播。^[2]



图 1.1 翅葫芦种子在大自然中飞行

早期的多个研究描述了自然界种子的旋转或自转运动特点, 如 Azuma and Yasuda (1989)^[3], Azuma (1992)^[4], 以及 Yasuda and Azuma (1997)^[5]。后来, Minamia and Azuma (2003)^[6] 着重分析了顶端带绒毛和带翅膀的两类靠风传播的种子飞行运动特征, 共发现四种飞行模式: 依靠顶端绒毛的降落伞式飞行, 利用一片或多片翅膀的滑翔、摇摆和旋转 (或自转) 的飞行, 其中, 翅葫芦种子显示出利用翅膀进行滑翔运动的特征。进一步地, 博士论文 Certini(2022)^[7] 用包括风洞的多种设备对翅葫芦种子进行了新的三维立体观察和气动分析, 观察到螺旋飞行和直线飞行的运动特点。

翅葫芦种子借助风力向远处稳定飞行的能力, 为科学家带来诸多启发。Kim et al. (2021)^[8] 在 Nature 上发表了随风飘落的微型飞行器的设计, 用以环境数据的监测, 就是利用了包含翅葫芦种子在内的多类随风缓慢飘落的种子。Wiesemüller et al. (2022)^[9] 利用它的滑翔原理设计了可降解的生物仿生滑翔器用于环境湿度的传感。伊戈·埃特里希 (Igo Etrich) 研究翅葫芦种子飞行的显著稳定性后, 设计出了

“鸽式飞机”（Taube）一无尾翼的单翼飞机，说明制造出稳定且无需尾翼的飞机是可行的（Srisuwan, 2020）^[10]。

翅葫芦种子表现出的优越滑翔能力激发了我的研究兴趣，我尝试去探究其背后的物理学机理。这让我发现，翅葫芦种子在飞行中可呈现直线或螺旋下降的飞行轨迹，而且这两种飞行轨迹均伴随振荡起伏现象。振荡起伏不仅是围绕飞行轨迹的波动现象，更可能是增强种子传播能力的重要特征。在翅葫芦种子的过往研究里，研究人员主要着重于描述种子的特征和飞行模式，和它对飞行器设计的应用启示，而没有从理论层面对它振荡起伏的飞行特征进行研究。于是我建立了翅葫芦种子飞行特征的动力学模型，并根据翅葫芦种子的物理特性进行简化求解，然后进一步用多个不同形状、质量和质心的种子做了近 200 次飞行实验，以系统地分析它的飞行特征。

本文的结构安排如下：第二章首先对翅葫芦种子的质量、重心位置、对称性和转动惯量等物理特点进行了观测，在此基础上建立了假设条件。然后我建立了六自由度刚体动力学方程，重点研究了种子在 xz 平面内的运动，并将运动方程进一步简化为二阶形式并求得解析解。基于所建立的模型，运用 Matlab 工具数值模拟了翅葫芦种子的飞行轨迹。第三章开展了定量实验研究，验证理论模型和假设条件的合理性。在第四章，我利用第三章中得到的实验数据进行分析，得出翅葫芦种子在振荡起伏过程中振荡周期、前向速度与升阻比之间的定量关系，验证了方程刻画的振荡起伏的飞行规律。最后一章进行全文总结，并结合自然界其他生物也具备的振荡起伏飞行姿态，展望物理公式描绘自然界规律的极简之美。

第 2 章 理论分析

本章建立了翅葫芦种子的六自由度动力学方程，并结合翅葫芦种子的结构特点及无动力飞行情况对模型进行了相应简化。为了进一步分析翅葫芦种子的振荡起伏现象，我着重研究了其在 xz 平面内的运动，并基于恒定迎角假设对高阶方程进行了简化，最终得到了可求解的二阶微分方程，并用 Matlab 仿真了其振荡起伏的飞行轨迹。

2.1 翅葫芦种子的结构特点

翅葫芦种子中心有一近似椭圆形的褐色硬核，两侧连接着一片膜质翅翼。翅翼轻薄、基本对称，表面较为平整但略有凹凸。整体形态类似一架滑翔机，其中褐色硬核位于结构的前缘位置，如图2.1所示。



图 2.1 翅葫芦种子外观

2.2 动力学方程

相比较于静止状态，飞行中的翅葫芦种子由于升力会产生形变，但考虑到升力几乎不变因此这种形变在飞行过程中是相对稳定的，因此可以忽略翅葫芦种子在飞行过程中的形状变化，即可以将飞行的翅葫芦种子视为一个刚体。

我们假设翅葫芦种子形状对称，可以处于稳定飞行状态。把坐标系固定到翅葫芦种子上，如图2.2所示。设种子坐标系的原点位于种子的质心， x 轴指向种子的前端， y 轴指向种子的右侧， z 轴指向种子的下方。在种子坐标系下，翅葫芦种子



图 2.2 翅葫芦种子坐标系建立

在飞行过程中的动量和角动量分别为：

$$\vec{p} = m\vec{v}_c, \quad \vec{L} = \mathbf{I}\vec{\omega} \quad (2.1)$$

其中， m 是翅葫芦种子的质量， $\vec{v}_c$ 是其速度， $\mathbf{I}$ 是种子相对于其质心的转动惯量， $\vec{\omega}$ 是种子的角速度，分别为：

$$\vec{v}_c = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

其中， I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 是关于各自轴的转动惯量， I_{xy}, I_{xz}, I_{yz} 是关于不同轴的惯量积。分别为：

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int (y^2 + z^2) dm, & I_{yy} &= \int (x^2 + z^2) dm, & I_{zz} &= \int (x^2 + y^2) dm \\ I_{xy} &= I_{yx} = - \int xy dm, & I_{xz} &= I_{zx} = - \int xz dm, & I_{yz} &= I_{zy} = - \int yz dm \end{aligned} \quad (2.3)$$

为了在惯性系（地面参考系）建立力和力矩的平衡方程，我们需要将种子坐标系下的动量和角动量转换到惯性系。根据哥氏定理^[11]，我们知道一个任意的向量 $\vec{A}$ 对一个以角速度 $\vec{\omega}$ 转动的机体坐标系的导数可以用下面的向量恒等式表示：

$$\left. \frac{d\vec{A}}{dt} \right|_{\text{inertial}} = \left. \frac{d\vec{A}}{dt} \right|_{\text{body}} + \vec{\omega} \times \vec{A} \quad (2.4)$$

分别将动量和角动量代入 $\vec{A}$ ，我们可以得到在惯性系下的力和力矩平衡方程：

• 力平衡方程：

$$\left. \frac{d\vec{p}}{dt} \right|_{\text{inertial}} = \left. \frac{d\vec{p}}{dt} \right|_{\text{body}} + \vec{\omega} \times \vec{p} \Rightarrow \vec{F} = m \frac{d\vec{v}_c}{dt} + m\vec{\omega} \times \vec{v}_c \quad (2.5)$$

- 力矩平衡方程:

$$\left. \frac{d\vec{L}}{dt} \right|_{\text{inertial}} = \left. \frac{d\vec{L}}{dt} \right|_{\text{body}} + \vec{\omega} \times \vec{L} \Rightarrow \vec{M} = \mathbf{I} \frac{d\vec{\omega}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L} \quad (2.6)$$

相应的标量形式为:

$$F_x = m(\dot{u} + \omega_y w - \omega_z v) \quad (2.7)$$

$$F_y = m(\dot{v} + \omega_z u - \omega_x w) \quad (2.8)$$

$$F_z = m(\dot{w} + \omega_x v - \omega_y u) \quad (2.9)$$

$$M_x = \dot{L}_x + \omega_y L_z - \omega_z L_y \quad (2.10)$$

$$M_y = \dot{L}_y + \omega_z L_x - \omega_x L_z \quad (2.11)$$

$$M_z = \dot{L}_z + \omega_x L_y - \omega_y L_x \quad (2.12)$$

由于种子非常薄, 可以认为 xy 平面是种子的对称平面。因此, 由2.3中积分的定义, 可以认为 I_{xz} 和 I_{yz} 是 0。又由于种子左右羽翼几乎对称, 所以 I_{xy} 也是 0。在这个假设条件下, 力矩方程可以写为

$$M_x = I_x \dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z (I_z - I_y) \quad (2.13)$$

$$M_y = I_y \dot{\omega}_y + \omega_z \omega_x (I_x - I_z) \quad (2.14)$$

$$M_z = I_z \dot{\omega}_z + \omega_x \omega_y (I_y - I_x) \quad (2.15)$$

2.3 线性化 (小扰动) 方程推导

重力通过质心作用在种子上, 由于机体坐标系固定在质心上所以重力不产生力矩。它作为外力作用在种子上, 并沿机体坐标轴产生分量。设种子在飞行过程中受到的气动力分量分别为 X, Y, Z , 欧拉角为 ψ, θ, φ , 则我们可以得到力方程

$$X - mg \sin \theta = m(\dot{u} + \omega_y w - \omega_z v) \quad (2.16)$$

$$Y + mg \cos \theta \sin \varphi = m(\dot{v} + \omega_z u - \omega_x w) \quad (2.17)$$

$$Z + mg \cos \theta \cos \varphi = m(\dot{w} + \omega_x v - \omega_y u) \quad (2.18)$$

结合上一节的力矩方程, 我们便得到了种子的六自由度运动方程。

导出的方程可以通过小扰动理论进行线性化。在小扰动理论中, 需假定种子的运动只在稳定飞行条件附近具有小的偏离。很明显, 这个原理不能用于大幅度运动的问题 (如螺旋或失速飞行), 但是小扰动原理的精度对于翅葫芦种子来说已

经足够。六自由度方程中的所有变量可以用一个基准值加上一个偏差或扰动代替，即

$$\begin{cases} u = u_0 + \Delta u, & v = v_0 + \Delta v, & w = w_0 + \Delta w \\ \omega_x = \omega_{x0} + \Delta\omega_x, & \omega_y = \omega_{y0} + \Delta\omega_y, & \omega_z = \omega_{z0} + \Delta\omega_z \\ X = X_0 + \Delta X, & Y = Y_0 + \Delta Y, & Z = Z_0 + \Delta Z \\ M_x = M_{x0} + \Delta M_x, & M_y = M_{y0} + \Delta M_y, & M_z = M_{z0} + \Delta M_z \end{cases} \quad (2.19)$$

为了方便起见，基准飞行条件假定为对称的，这就意味着

$$v_0 = \omega_{x0} = \omega_{y0} = \omega_{z0} = \varphi_0 = \psi_0 = 0 \quad (2.20)$$

如果再假定初始把 x 轴对准种子的速度向量，则有 $w_0 = 0$ 。把小扰动记号引入运动方程，可以简化这些方程。例如考虑 X 方向力方程，即

$$X - mg \sin \theta = m(\dot{u} + \omega_y w - \omega_z v) \quad (2.21)$$

把小扰动变量代入上面方程，得

$$X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta_0 + \Delta\theta) = m \left[\frac{d}{dt}(u_0 + \Delta u) + (\omega_{y0} + \Delta\omega_y)(w_0 + \Delta w) - (\omega_{z0} + \Delta\omega_z)(v_0 + \Delta v) \right] \quad (2.22)$$

如果忽略扰动量的乘积，并假定

$$w_0 = v_0 = \omega_{x0} = \omega_{y0} = \omega_{z0} = \varphi_0 = \psi_0 = 0 \quad (2.23)$$

则 X 方程变为

$$X_0 + \Delta X - mg \sin(\theta_0 + \Delta\theta) = m\Delta\dot{u} \quad (2.24)$$

利用小角度近似和下面的三角等式，可以进一步简化上面的方程，即

$$\sin(\theta_0 + \Delta\theta) \approx \sin \theta_0 + \cos \theta_0 \Delta\theta \quad (2.25)$$

因此 X 方程变为

$$X_0 + \Delta X - mg (\sin \theta_0 + \cos \theta_0 \Delta\theta) = m\Delta\dot{u} \quad (2.26)$$

如果假定上式中的扰动量为 0，得到基准飞行条件为

$$X_0 - mg \sin \theta_0 = 0 \quad (2.27)$$

用上式再简化力方程为

$$\Delta X - mg \cos \theta_0 \Delta \theta = m \Delta \dot{u} \quad (2.28)$$

如果假定 ΔX 只是 u, w 的函数, 则有

$$\Delta X = \left. \frac{\partial X}{\partial u} \right|_{u=u_0} \Delta u + \left. \frac{\partial X}{\partial w} \right|_{u=u_0} \Delta w \quad (2.29)$$

因此 X 方程变为

$$\frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w - mg \cos \theta_0 \Delta \theta = m \Delta \dot{u} \quad (2.30)$$

$$\Rightarrow \Delta \dot{u} = \frac{\partial X}{m \partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{m \partial w} \Delta w - g \cos \theta_0 \Delta \theta \quad (2.31)$$

同理, 其他力方程也可以得到类似的形式。与式 (2.29) 类似, 我们假定其他力和力矩的扰动量也只是相关变量的函数, 即

$$\begin{cases} \Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w \\ \Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial \rho} \Delta \omega_x + \frac{\partial Y}{\partial \omega_z} \Delta \omega_z \\ \Delta Z = \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w \\ \Delta M_x = \frac{\partial M_x}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial M_x}{\partial \omega_x} \Delta \omega_x + \frac{\partial M_x}{\partial \omega_z} \Delta \omega_z \\ \Delta M_y = \frac{\partial M_y}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial M_y}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial M_y}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial M_y}{\partial \omega_y} \Delta \omega_y \\ \Delta M_z = \frac{\partial M_z}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial M_z}{\partial \omega_x} \Delta \omega_x + \frac{\partial M_z}{\partial \omega_z} \Delta \omega_z \end{cases} \quad (2.32)$$

最终, 我们可以得到六个运动方程的线性化形式:

$$\left(\frac{d}{dt} - \frac{\partial X}{m \partial u} \right) \Delta u - \frac{\partial X}{m \partial w} \Delta w + (g \cos \theta_0) \Delta \theta = 0 \quad (2.33)$$

$$\left(\frac{d}{dt} - \frac{\partial Y}{m \partial v} \right) \Delta v - \frac{\partial Y}{m \partial \omega_x} \Delta \omega_x + (u_0 - \frac{\partial Y}{m \partial \omega_z}) \Delta \omega_z - (g \cos \theta_0) \Delta \varphi = 0 \quad (2.34)$$

$$- \frac{\partial Z}{m \partial u} \Delta u + \left[\frac{d}{dt} - \frac{\partial Z}{m \partial w} \right] \Delta w - \left[u_0 \frac{d}{dt} - g \sin \theta_0 \right] \Delta \theta = 0 \quad (2.35)$$

$$- \frac{\partial M_x}{I_x \partial v} \Delta v + \left(\frac{d}{dt} - \frac{\partial M_x}{I_x \partial \omega_x} \right) \Delta \omega_x - \frac{\partial M_x}{I_x \partial \omega_z} \Delta \omega_z = 0 \quad (2.36)$$

$$- \frac{\partial M_y}{I_y \partial u} \Delta u - \left(\frac{\partial M_y}{I_y \partial \dot{w}} \frac{d}{dt} + \frac{\partial M_y}{I_y \partial w} \right) \Delta w + \left(\frac{d^2}{dt^2} - \frac{\partial M_y}{I_y \partial \omega_y} \frac{d}{dt} \right) \Delta \theta = 0 \quad (2.37)$$

$$- \frac{\partial M_z}{I_z \partial v} \Delta v - \frac{\partial M_z}{I_z \partial \omega_x} \Delta \omega_x + \left(\frac{d}{dt} - \frac{\partial M_z}{I_z \partial \omega_z} \right) \Delta \omega_z = 0 \quad (2.38)$$

2.4 种子的振荡起伏运动分析

通过观察种子的飞行，我们发现种子的振荡运动主要发生在 xz 平面内，因此我们重点分析种子在 xz 平面内的运动方程，即式 (2.33)、(2.35) 和 (2.37)。我们将这三个方程写成形如 $\dot{x} = Ax$ 的状态空间形式，得

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{\omega}_y \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{m \partial u} & \frac{\partial X}{m \partial w} & 0 & -g \\ \frac{\partial Z}{m \partial u} & \frac{\partial Z}{m \partial w} & u_0 & 0 \\ \frac{\partial M_y}{I_y \partial u} + \frac{\partial M_y}{I_y \partial w} \frac{\partial Z}{m \partial u} & \frac{\partial M_y}{I_y \partial w} + \frac{\partial M_y}{I_y \partial u} \frac{\partial Z}{m \partial w} & \frac{\partial M_y}{I_y \partial \omega_y} + \frac{\partial M_y}{I_y \partial w} u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta \omega_y \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

通过观察种子的飞行，我们认为种子的迎角在振荡过程中基本保持不变，因此我们可以假定迎角的变化为 0，即

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta w}{u_0}, \quad \Delta \alpha = 0 \rightarrow \Delta w = 0 \quad (2.40)$$

在这些假定之下，式 (2.39) 可以简化为

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{m \partial u} & -g \\ -\frac{\partial Z}{m u_0 \partial u} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

下面求解方程，特征值为

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{m \partial u} - \lambda & -g \\ -\frac{\partial Z}{m u_0 \partial u} & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2.42)$$

展开行列式得到

$$\lambda^2 - \frac{\partial X}{m \partial u} \lambda - \frac{\partial Z}{m u_0 \partial u} g = 0 \quad (2.43)$$

$$\Rightarrow \lambda_p = \frac{\left[\frac{\partial X}{m \partial u} \pm \sqrt{\left(\frac{\partial X}{m \partial u} \right)^2 + 4 \frac{\partial Z}{m u_0 \partial u} g} \right]}{2} \quad (2.44)$$

特征向量为

$$\mathbf{X}_p = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda_p}{\frac{\partial Z}{m u_0 \partial u}} u_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

通解形式

$$\mathbf{X} = C_1 \mathbf{X}_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 \mathbf{X}_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.46)$$

固有频率和阻尼比分别为

$$\omega_{n_p} = \sqrt{-\frac{\partial Z}{\mu u_0 \partial u} g} \quad (2.47)$$

$$\zeta_p = -\frac{\frac{\partial X}{m \partial u}}{2\omega_{n_p}} \quad (2.48)$$

计算对前向速度的导数：

$$\frac{\partial X}{\partial u} = -\frac{\partial D}{\partial u} = -\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{2} \rho u^2 C_D S \right) = -\rho u C_D S = -\frac{2D}{u} \Big|_{u=u_0} = -\frac{2D}{u_0} \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial u} = -\frac{\partial L}{\partial u} = -\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{2} \rho u^2 C_L S \right) = -\rho u C_L S = -\frac{2L}{u} \Big|_{u=u_0} = -\frac{2L}{u_0} \quad (2.50)$$

其中 L 和 D 分别为种子在飞行过程中的升力和阻力。代入上式，则固有频率和阻尼比可以用下式近似，即

$$\omega_{n_p} = \sqrt{-\frac{\partial Z}{\mu u_0 \partial u} g} = \sqrt{-\frac{2Lg}{\mu u_0^2}} = \sqrt{2} \frac{g}{u_0} \quad (2.51)$$

$$\zeta_p = -\frac{\frac{\partial X}{m \partial u}}{2\omega_{n_p}} = \frac{2D}{2\mu u_0 \omega_{n_p}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{D}{mg} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{D}{L} \quad (2.52)$$

由此我们发现种子的振荡的固有频率只与平均前向速度 u_0 有关，而阻尼比与升阻比 L/D 成反比。这意味着升阻比越大，阻尼比越小，振荡衰减得越慢。我们尝试进一步求解， $\Delta\theta$ 通解形式为

$$\Delta\theta = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2.53)$$

由于 $\Delta\theta$ 为实数，故 $\Delta\theta$ 通解可以写成

$$\Delta\theta = e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t} [C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)], \quad (\omega = \omega_{n_p} \sqrt{1 - \zeta_p^2}) \quad (2.54)$$

注意这里的 C_1 和 C_2 和前一个通解中的 C_1 和 C_2 不同。如果给定初始条件，设

$$\Delta\theta|_{t=0} = 0, \quad \Delta u|_{t=0} = \Delta u_0 \quad (2.55)$$

则

$$\Delta\dot{\theta}|_{t=0} = -\frac{\partial Z}{\mu u_0 \partial u} \Delta u|_{t=0} = -\frac{\partial Z}{\mu u_0 \partial u} \Delta u_0 \quad (2.56)$$

代入初始条件得

$$\Delta\theta|_{t=0} = C_1 = 0 \quad (2.57)$$

$$\Delta\dot{\theta}|_{t=0} = -\zeta_p \omega_{n_p} C_1 + C_2 \omega = -\frac{\partial Z}{\mu u_0 \partial u} \Delta u_0 \quad (2.58)$$

$$\Rightarrow C_2 = -\frac{\partial Z}{m\omega u_0 \partial u} \Delta u_0 \quad (2.59)$$

所以

$$\Delta \theta = -\frac{\partial Z}{m\omega u_0 \partial u} \Delta u_0 e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t} \sin(\omega t) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1-\zeta_p^2}} \frac{\Delta u_0}{u_0} e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t} \sin(\omega t) \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \Delta u &= -\frac{mu_0 \partial u}{\partial Z} \Delta \dot{\theta} = \Delta u_0 e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t} \left[-\zeta_p \frac{\omega_{n_p}}{\omega} \sin(\omega t) + \cos(\omega t) \right] \\ &= \Delta u_0 e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t} \left[-\frac{\zeta_p}{\sqrt{1-\zeta_p^2}} \sin(\omega t) + \cos(\omega t) \right] \\ &= \frac{\Delta u_0}{\sqrt{1-\zeta_p^2}} e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t} \left[\sqrt{1-\zeta_p^2} \cos(\omega t) - \zeta_p \sin(\omega t) \right] \\ &= \frac{\Delta u_0}{\sqrt{1-\zeta_p^2}} e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t} \sin(\omega t + \pi - \varphi), \quad (\varphi = \arccos(\zeta_p)) \end{aligned} \quad (2.61)$$

可以看到 Δu 和 $\Delta \theta$ 是以相同的时间因子 $e^{-\zeta_p \omega_{n_p} t}$ 衰减和相同的频率 ω 振荡的。

2.5 Matlab 模拟飞行轨迹

根据以上种子运动方程的解 (2.61)，我们初步运用 Matlab 进行数值计算与模拟，可以根据方程模拟得到翅葫芦种子的飞行轨迹。我们假设参数为如下数值： $u_0 = 1.85$ 、 $L/D = 4$ 、 $\theta_0 = -16^\circ$ 、 $\Delta u_0 = -1.2$ ，其中 u_0 是种子的平均前向速度， θ_0 是种子的平均俯仰角， Δu_0 是种子初始的前向速度扰动。

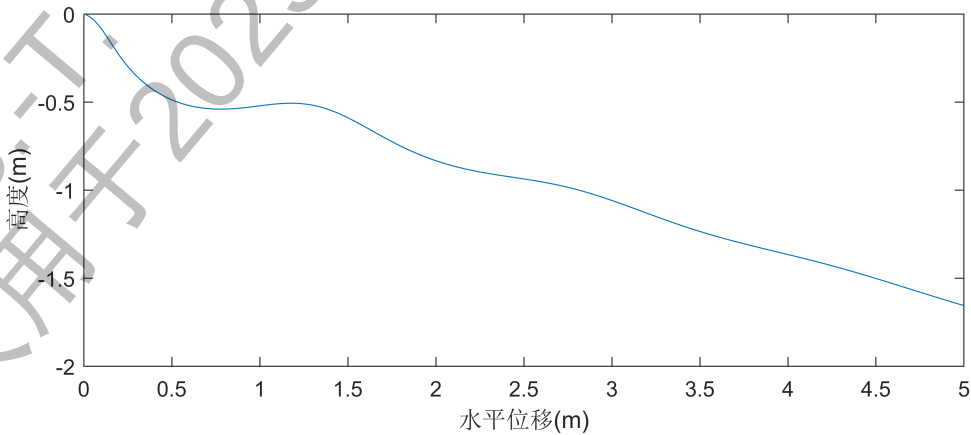


图 2.3 Matlab 模拟的翅葫芦种子飞行轨迹

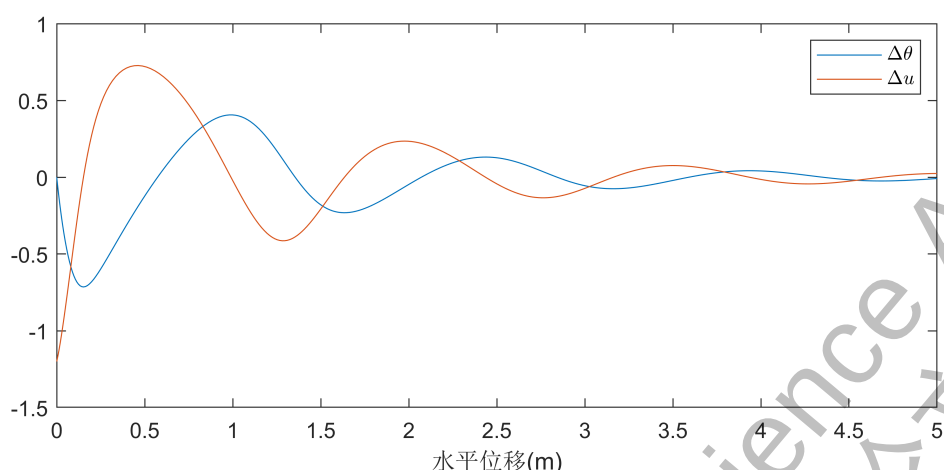


图 2.4 Matlab 模拟的翅葫芦种子飞行时的前向速度和俯仰角变化

图2.3是我们用 Matlab 模拟的翅葫芦种子飞行轨迹。可以看到种子在飞行过程中确实呈现出明显的振荡起伏现象，并且振幅逐渐减小，最终趋于平稳。

图2.4展示了种子在模拟飞行中前向速度和俯仰角的变化情况，结合图2.3可以看到，当 $\Delta\theta > 0$ 时，意味着种子在抬头飞行，此时高度增加，并且前向速度减小；反之， $\Delta\theta < 0$ 时，意味着种子在低头飞行，此时高度降低，并且前向速度增大。因此我们可以把振荡起伏现象理解为种子在飞行时相对平衡状态重力势能和动能之间的转换。当种子抬头飞行时，动能转化为势能，前向速度减小，高度增加；当种子低头飞行时，势能转化为动能，前向速度增大，高度降低。

结合等式 (2.51) 和 (2.52)，种子的振荡起伏的周期、升阻比、前向速度三者之间存在定量关系。我们下一章将通过实验测量这些参数并验证这些关系的正确性。

第 3 章 定量实验和计算方法

本章我们通过设计翅葫芦种子的飞行实验，来验证前面第二章理论推导的结论。我们用 10 个翅葫芦种子做了近 200 次飞行试验，并多机位拍摄了视频。通过对视频处理生成的飞行轨迹图，我们计算了翅葫芦种子的周期、升阻比和平均速度，来进行飞行方程的定量检验。

3.1 翅葫芦种子飞行实验设计

我们挑选了 10 个不同质量，形状，大小和质心的翅葫芦种子，进行了近 200 飞行次实验。种子外观如图3.1所示，图上标记了种子标号和质量。



图 3.1 翅葫芦种子图片

每次放飞种子时，我们让它以平衡姿态和自由落体方式从空中飘落，以最大程度满足前面第二部分方程的前提假设条件。从图中可以看到，翅葫芦种子的形状和大小差异较大。部分种子外形非常不对称，因此飞行过程中会产生较大的滚转力矩，导致种子在飞行过程中难以保持直线飞行。对于这种情况，我们固定了侧视和俯视两个机位同时拍摄种子的飞行视频，以便于后续分析非对称种子的飞行轨迹。对于能够在一个平面内直线飞行的种子，我们只固定了相机在侧视机位拍摄。

我们用手机拍摄的视频，帧率为 60Hz，分辨率为 1080P。为了便于后续的速度计算，我们在地面铺设了 $3m \times 3m$ 的网格，作为飞行距离的参考尺寸。

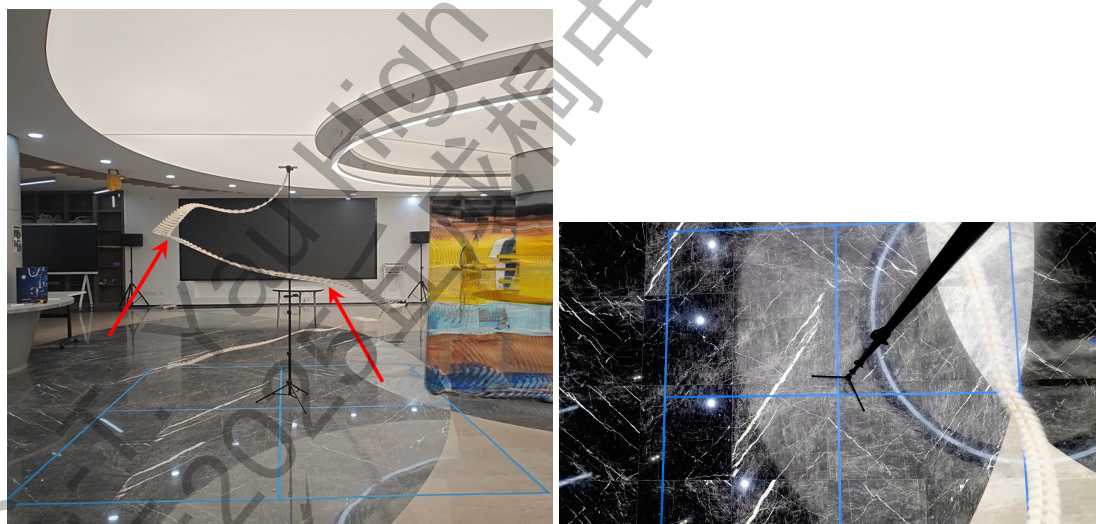
3.2 翅葫芦种子的飞行轨迹生成

为了可视化种子的飞行轨迹，我们用了 Photoshop 里的智能对象堆栈功能，将种子在每一帧里的飞行轨迹重叠，直线飞行的种子轨迹如下图3.2里的白色轨迹所示。



图 3.2 直线飞行视频堆栈结果 (20Hz)

对于旋转下降运动的种子，分别用两个手机记录了侧视和俯视的飞行视频，然后，使用 Photoshop 对视频进行了堆栈处理，最终得到如下图3.3所示的飞行轨迹快照。



(a) 侧视图

(b) 俯视图

图 3.3 螺旋下降运动双机位拍摄视频堆栈结果 (30Hz)

3.3 周期的实验估计方法

公式 (2.61) 和 (2.60) 中给出了在特定初始条件下的速度和俯仰角的解。两者的振荡频率相同，且衰减速率相同。由于速度不好直接测量，因此我们计算俯仰角

在相邻两个极值点之间的时间间隔来估计周期。对于直线飞行的种子，以图3.2为例，箭头标记的中间轨迹为两个周期，共有 27 个帧，每帧时间间隔 $\frac{1}{20}$ 秒，周期为

$$T = \frac{27}{2 \times 20} = 0.675s \quad (3.1)$$

对于螺旋飞行的种子，以图3.3(a)为例，俯仰角在相邻两个极大值之间经过了 24 帧，即箭头标记的中间轨迹为一个周期，每帧的时间间隔为 $\frac{1}{30}$ 秒，因此周期估计为

$$T = 24 \times \frac{1}{30} = 0.8s. \quad (3.2)$$

3.4 直线飞行的速度计算

种子直线飞行时，我们使种子尽量贴着屏幕飞行，因此可以通过测量种子在屏幕上的位移来估计种子的速度。以图3.2为例，种子飞行两个周期的总路程是 $L = 1202$ 个像素，用时 1.35 秒。整个屏幕长 4.9 米，有 2253 个像素，所以种子的平均速度为

$$u_0 = \frac{1202 \times 4.9}{1.35 \times 2253} = 1.937m/s \quad (3.3)$$

3.5 螺旋飞行的速度计算

当种子不在一个平面内飞行时，计算每一时刻种子的速度是比较困难的，因为相机的帧率有限，而且种子在三维空间中运动，很难估计种子的飞行方向。以图3.4为例，我们可以看到 20Hz 下的飞行轨迹快照中，种子在相邻两帧之间近似首尾相连，因此可以认为种子在相邻两帧之间的位移近似为种子的长度。设种子的长度为 l ，则种子的速度 u 可以近似计算为

$$u_0 = f \cdot l \quad (3.4)$$

其中 f 为相机的帧率。然而，这种速度计算方法仅适用于种子在相邻两帧之间的位移近似为种子长度的情况。我们实际拍摄的视频为 60Hz，很难保证当种子飞行了一个自身长度的距离时，经过的时间间隔恰好为 $\frac{1}{60}$ 秒的整数倍，因此这种方法并不精确。当然，这种方法可以方便的估计种子速度的上限和下限，因此不失为一种很好的检验方法。

为了准确计算种子在相邻两帧之间的位移，我们在地面设计了 $3m \times 3m$ 的网格，如图3.3(b)所示。我们可以在俯视图中计算每个像素对应的实际距离，进而计



图 3.4 20Hz 下的飞行轨迹快照（侧视图）

算出种子在相邻两帧之间的位移。然而，考虑到相机成像是一个投影过程，种子在相机成像平面上的位移和实际位移之间存在一个比例关系。图3.5给出了小孔成像的模型。因此假设种子离相机的距离为 z ，相机距离地面的高度为 h ，则种子在相机成像平面（俯视图）上的位移 d_c 和实际位移 d 之间的关系为

$$d = \frac{z}{h} d_c \quad (3.5)$$

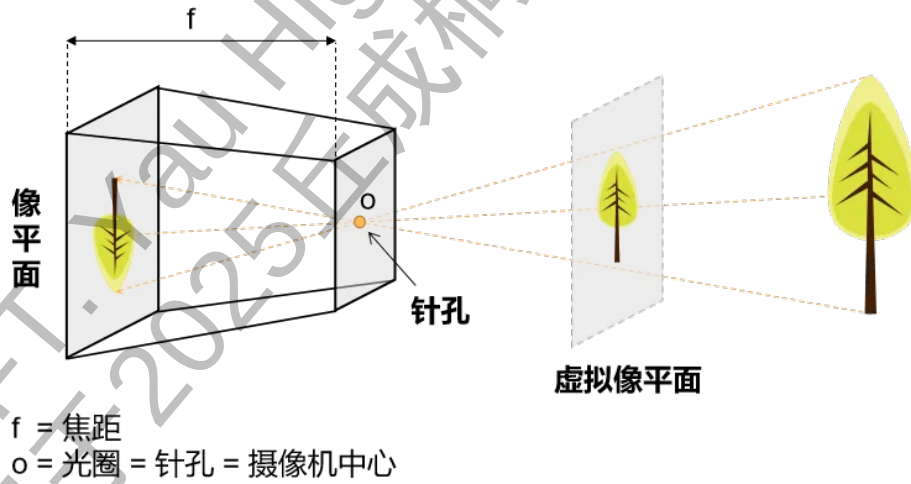


图 3.5 相机模型

d_c 可以通过俯视图中相邻两帧之间的像素差来计算，而 $\frac{z}{h}$ 可以在侧视图中通

过测量相机到地面的像素个数以及相机到种子的像素个数来计算。最终的速度为

$$u_{xy} = \frac{z}{h} \frac{d_c}{\Delta t} \quad (3.6)$$

其中 Δt 为相邻两帧之间的时间间隔。注意这里的 u_{xy} 为种子在水平面上的速度分量，即种子的速度在水平面上的投影分量。实际种子在三维空间中 x 方向的速度应该为

$$u = \frac{u_{xy}}{\cos \theta} \quad (3.7)$$

虽然式中 θ 为时间的函数，但我们需要估计的是种子的平均速度，因此可以取 θ 的平均值 θ_0 和 u_{xy} 的平均值 $\bar{u}_{xy}$ 。因此种子的平均速度为

$$u_0 = \frac{\bar{u}_{xy}}{\cos \theta_0} \quad (3.8)$$

$\bar{u}_{xy}$ 可以计算多个 u_{xy} 后取平均，为了得出 θ_0 的值，我们可以假设飞行的攻角 α 很小，因此可以近似认为 $\theta_0 \approx \gamma_0$ ，其中 γ_0 为种子飞行的平均航迹角，应该满足

$$\tan \gamma_0 = \frac{h}{\bar{u}_{xy} t_0} \quad (3.9)$$

其中 t_0 为种子飞行的总时间。于是种子的平均速度的近似表达式为

$$u_0 = \frac{\bar{u}_{xy}}{\cos(\arctan \frac{h}{\bar{u}_{xy} t_0})} \quad (3.10)$$



图 3.6 直线飞行时 θ_0 示例

3.6 升阻比估计

通过 Azuma and Okuno (1987) 的研究, 我们知道翅葫芦种子的升阻比大约在 $3 \sim 4$ 之间^[1]。从理论上来说, 假设种子在飞行过程中始终保持一个恒定的速度, 即升力、阻力和重力始终三力平衡, 那么前进距离和下降距离的比例应该等于升阻比, 如图3.6所示。所以当翅葫芦种子直线飞行时, θ_0 可以直接测量, 升阻比可以直接等于 $\cot(\theta_0)$ 。当翅葫芦种子在三维空间螺旋飞行, 升阻比的计算方法按照以下等式计算。

$$\frac{L}{D} = \frac{d_{forward}}{d_{downward}} = -\cot \gamma_0 = \frac{u_{xy}^- t_0}{h} \quad (3.11)$$

第 4 章 振荡起伏飞行的实验结果分析

在第三章，我们用 10 个翅葫芦种子做了近 200 次飞行试验，并多机位拍摄了视频。通过对视频处理生成的飞行轨迹图，本章将分析第三章中翅葫芦种子的飞行实验结果，计算翅葫芦种子的周期和平均速度，并与第二章的理论分析进行对比。

由前面第二部分公式 (2.54) 可知，种子的振荡周期 T 和种子的平均速度 u_0 之间的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega_{n_p} \sqrt{1 - \zeta_p^2}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{g \sqrt{1 - \frac{1}{2(L/D)^2}}} u_0 \quad (4.1)$$

$$\Rightarrow T \sqrt{1 - \frac{1}{2(L/D)^2}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{g} u_0 \quad (4.2)$$

可以看到 $T \sqrt{1 - \frac{1}{2(L/D)^2}}$ 和种子的平均速度 u_0 成正比关系。按照前一章描述的的计算方法，我们估计了种子在一个周期内的平均前向速度 u_0 、周期 T 和升阻比 L/D ，如表4.1和表4.2所示。其中误差为实际测量周期与理论计算周期的相对误差，理论计算周期由式4.1计算得到。

表 4.1 直线飞行实验计算结果

实验编号	$\theta_0(\text{deg})$	升阻比	帧数	周期 (s)	位移 (m)	$u_0(\text{m/s})$	误差 (%)
1-1	-16.000	3.487	14	0.700	1.205	1.722	-12.2
			14	0.700	1.047	1.496	1.1
			13	0.650	0.822	1.265	11.0
1-2	-20.400	2.689	13	0.650	1.019	1.567	-11.7
			13	0.650	0.982	1.511	-8.4
			14	0.700	1.200	1.715	-13.1
1-4	-15.600	3.582	15	0.750	1.390	1.854	-12.5
			14	0.700	1.226	1.752	-13.6
			14	0.700	1.151	1.644	-7.9
2-1	-14.300	3.923	14	0.700	1.206	1.723	-11.9
			14	0.700	1.245	1.778	-14.6
2-3	-19.700	2.793	12	0.600	0.840	1.401	-8.6
			13	0.650	0.737	1.135	23.9
2-5	-15.600	3.582					

			12	0.600	0.866	1.444	-10.2
			12	0.600	0.986	1.644	-21.1
5-1	-19.400	2.840	17	0.850	1.877	2.209	-17.8
			14	0.700	1.188	1.697	-10.8
9-1	-15.500	3.606	13	0.650	1.166	1.793	-21.6
			13	0.650	1.154	1.775	-20.8

表 4.2 螺旋飞行实验计算结果

实验编号	飞行时长 (s)	$\theta_0(\text{rad})$	$u_0(\text{m/s})$	计算周期 (s)	实际周期 (s)	误差 (%)
1-1	8.3	0.289	1.266	0.583	0.500	-14.8
1-2	7	0.262	1.653	0.761	0.800	4.85
1-3	6.5	0.272	1.716	0.790	0.500	-36.9
1-4	7.5	0.246	1.641	0.755	0.650	-14.0
1-6	8	0.241	1.571	0.723	0.750	3.73
1-7	7	0.154	2.798	1.288	0.850	-33.4
2-2	8.5	0.175	2.025	0.932	0.750	-18.9
2-3	9	0.181	1.850	0.852	0.950	12.4
5-1	5.5	0.290	1.909	0.879	0.750	-15.2
5-2	6	0.315	1.615	0.744	0.750	-0.271
6-1	5.3	0.347	1.665	0.767	0.600	-23.1
7-1	5.7	0.224	2.367	1.090	0.700	-35.6
8-1	9.6	0.244	1.295	0.596	0.500	-16.1
10-1	7	0.302	1.443	0.664	0.500	-25.4
10-2	6.3	0.416	1.179	0.543	0.500	-11.1

在图3.1展示的 10 片种子中, 编号为 1、2、5、9 的种子能够在一个平面内较好地直线飞行, 因此我们对这 4 片种子做了多次试飞, 共得到了 8 次有效实验结果。对于每次试飞中的多个振荡周期, 我们都计算了周期和平均速度。表4.1和表4.2中的实验编号 1-1 表示第一片种子的第一次实验, 1-2 表示第一片种子的第二次实验, 以此类推。

对于螺旋飞行状态的实验, 我们对十片种子都进行了多次试飞, 由于部分飞行

轨迹振荡不明显，无法估计周期或者是飞行轨迹不在相机拍摄范围内，因此最终只取了 15 次有效实验结果。值得注意的是，一号种子通过调整初始放飞姿态，既可以直线飞行，也可以螺旋飞行，因此对于一号种子我们既有平面飞行的实验结果，也有三维飞行的实验结果。对于三号 and 四号种子，由于其形状极不对称，在释放后难以保持稳定的飞行姿态，甚至直接翻转落地，因此在表4.2中没有它们的实验结果。九号种子由于较为对称总是能够较好地保持平面飞行，因此我们也没有它的螺旋飞行实验结果。

为了进一步可视化实验结果，我们在图4.1中绘制了散点图，每个点横坐标为该周期内的平均速度 u_0 ，纵坐标为 $T\sqrt{1 - \frac{1}{2(L/D)^2}}$ 。可以看到实验结果绘制的点集中落在理论直线 $k = \frac{\sqrt{2}\pi}{g}$ 附近，说明理论结果和实验结果符合较好，验证了我们前面第二章理论推导的结论。

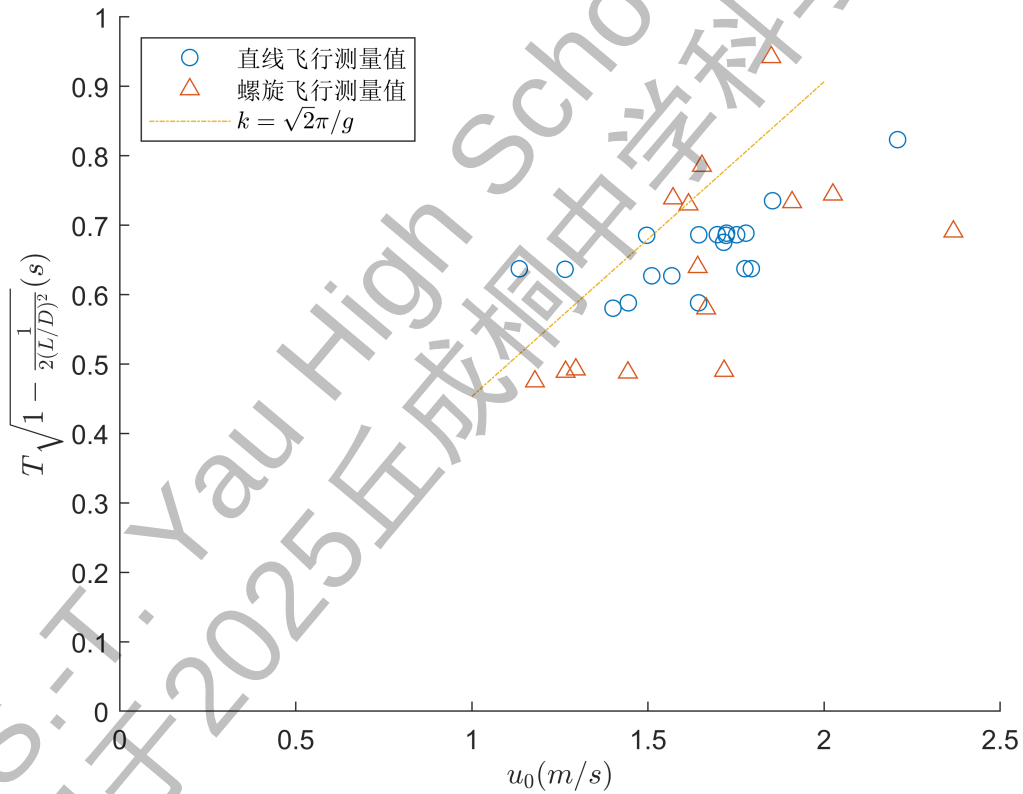


图 4.1 实验测量结果与理论分析结果对比

通过对比三维飞行实验和平面飞行实验的结果，我们发现三维飞行实验的误差普遍较大。我们认为这主要是由以下两点原因导致的：第一、螺旋飞行状态中，我们对种子速度的估计误差较大，特别是对于俯视图中种子轨迹不全的情况，导致我们只能根据部分轨迹来估计速度，这样计算的速度实际上不是种子振荡起伏

周期内的平均速度，从而导致最终的结果误差较大；第二，在式 (2.20) 中我们假设了 $\varphi_0 = 0$ ，而种子在三维空间中螺旋飞行时， φ_0 实际上并不为零，这使得我们前面推导的方程不再适用，从而导致理论结果和实验结果的误差较大。

另外，我们在实验中还观察到了其他有意思的现象，例如我们发现在飞行过程中环境的扰动可能会加剧振荡飞行，这使得种子能够更久地振荡飞行而不是和理论解那样指数衰减。这可能是因为环境扰动不断给种子输入能量，抵消了阻力带来的能量损失，从而使得振荡飞行得以持续。图4.2展示了一个在环境扰动下重新激发振荡飞行的例子，种子在释放后不久振幅便衰减到几乎不振荡，平稳飞行了一段时间后，环境扰动使得种子重新进入振荡飞行状态。



图 4.2 环境扰动下重新激发振荡飞行的示例

第 5 章 总结与展望

本文研究了翅葫芦种子的飞行特征，揭示了其飞行过程中振荡起伏的物理原理。在理论分析中，我们将翅葫芦种子视为刚体，基于刚体动力学模型建立了六自由度的动力学方程。结合其形态近似对称、飞行过程中迎角基本保持不变的特点，将该方程简化为二阶方程。该模型表明，翅葫芦种子具有振荡起伏的飞行特征，并且它的振荡周期、前向速度与升阻比之间存在定量关系。

在此基础上，借助 Matlab 工具模拟了种子的飞行轨迹。模拟结果确实显示出振荡起伏的飞行特征，并且，当种子抬头飞行时，高度增加，前向速度减小；而当种子低头飞行时，高度降低，前向速度增大。这一振荡起伏现象可以理解为飞行过程中种子重力势能与动能之间的相互转换。

为进一步验证理论模型，我们选取了不同形状、质量及大小的翅葫芦种子开展了近 200 次飞行实验，重点测量了振荡周期和前向速度。实验发现，多种特征的翅葫芦种子在飞行中存在直线飞行和螺旋下降飞行两种模式，但均表现出振荡起伏的飞行轨迹，并验证了模型中得出的振荡周期、前向速度与升阻比之间的定量关系，用极简的公式刻画出其飞行特征。此外，实验中还观察到一个有趣现象：环境扰动会加剧振荡飞行，使种子能够维持更久的振荡状态，而并不像理论解那样呈指数衰减的现象。这可能是因为外界扰动持续为种子输入能量，抵消了阻力所带来的能量耗散，从而维持了振荡的持续性。

翅葫芦种子振荡起伏的飞行规律与其较高的升阻比密切相关，这一特性是其基因在自然界中得以持续传播和繁衍的重要原因。它卓越的随风远距离滑翔能力还启发我利用它的形状创作了无动力的微型飞行器，希望能够做为早期山火的探测和预警的补充手段。

最后，在本文的理论与实验研究的启发下，我们观察到西伯利亚松鼠 (Siberian squirrels)^[12] 飞行时也具备这样振荡起伏的飞行姿态，这令人联想到自然界的生物和植物自有其内在的极简规律，静待人类去发现与运用。

参考文献

- [1] Azuma A, Okuno Y. Flight of a samara, alsomitra macrocarpa[J]. Journal of Theoretical Biology, 1987, 129(3): 263-274.
- [2] Alsomitra macrocarpa - wikipedia[EB/OL]. 2025. https://en.wikipedia.org/wiki/Alsomitra_macrocarpa.
- [3] Azuma A, Yasuda K. Flight performance of rotary seeds[J]. Journal of Theoretical Biology, 1989, 138(1): 23-53.
- [4] Azuma A. Aero-and flight-dynamics of gliding seeds: Soc. for exp[C]//Biol. Lancaster Meeting, April. 1992: 5-10.
- [5] Yasuda K, Azuma A. The autorotation boundary in the flight of samaras[J]. Journal of Theoretical Biology, 1997, 185(3): 313-320.
- [6] Minami S, Azuma A. Various flying modes of wind-dispersal seeds[J]. Journal of theoretical biology, 2003, 225(1): 1-14.
- [7] Certini D. The flight of alsomitra macrocarpa[D]. School of Engineering, University of Edinburgh, 2022.
- [8] Kim B H, Li K, Kim J T, et al. Three-dimensional electronic microfliers inspired by wind-dispersed seeds[J]. Nature, 2021, 597(7877): 503-510.
- [9] Wiesemüller F, Meng Z, Hu Y, et al. Transient bio-inspired gliders with embodied humidity responsive actuators for environmental sensing[J]. Frontiers in Robotics and AI, 2022, 9: 1011793.
- [10] Srisuwan T. Phyto-inspired design: Innovative solutions for architecture[J]. International Journal of Building, Urban, Interior and Landscape Technology (BUILT), 2020, 16: 7-22.
- [11] 哥氏定理 - 百度百科[EB/OL]. 2025. <https://baike.baidu.com/item/%E5%93%A5%E6%B0%8F%E5%AE%9A%E7%90%86/4862579>.
- [12] Siberian flying squirrel - wikipedia[EB/OL]. [2025-09-15]. https://en.wikipedia.org/wiki/Siberian_flying_squirrel.

附录 A 实验数据

表A.1是根据直线飞行视频数据计算得到的各项参数，图A.1展示了所有直线飞行实验的拍摄视频堆栈结果。对于螺旋飞行状态的视频，由于图片数量较多，因此不作具体展示，表A.2是根据螺旋飞行视频数据计算得到的各项参数。

表 A.1 直线飞行实验数据

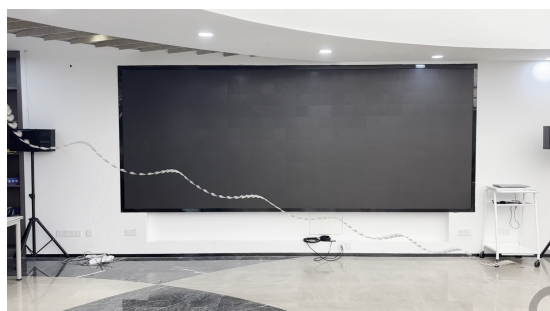
	实验编号	1-1	1-2	1-4	2-1	2-3	2-5	5-1	9-1
常量	照片赫兹 HZ	20	20	20	20	20	20	20	20
	黑板长度	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9	4.9
	黑板长度对应像素	1236	1236	1236	1363	1363	1363	1236	1236
	θ_0	-16	-20.4	-15.6	-14.3	-19.7	-15.6	-19.4	-15.5
	升阻比	3.487	2.689	3.582	3.923	2.793	3.582	2.840	3.606
周期 1	种子的帧数	14	13	15	14	12	13	17	14
	实际周期 (s)	0.7	0.65	0.75	0.7	0.6	0.65	0.85	0.7
	周期内位移像素	304	257	350.68	335.5	233.75	205.13	473.54	299.59
	周期内位移 (m)	1.205	1.019	1.390	1.206	0.840	0.737	1.877	1.188
	周期内平均速度	1.722	1.567	1.854	1.723	1.401	1.135	2.209	1.697
周期 2	种子的帧数	14	13	14	14		12		13
	实际周期 (s)	0.7	0.65	0.7	0.7	0	0.6	0	0.65
	周期内位移像素	264.18	247.68	309.3	346.19		241.02		294.03
	周期内位移 (m)	1.047	0.982	1.226	1.245	0	0.866	0	1.166
	周期内平均速度	1.496	1.511	1.752	1.778	#DIV/0!	1.444	#DIV/0!	1.793
周期 3	种子的帧数	13	14	14			12		13
	实际周期 (s)	0.65	0.7	0.7	0	0	0.6	0	0.65
	周期内位移像素	207.34	302.81	290.31			274.31		291.05
	周期内位移 (m)	0.822	1.200	1.151	0	0	0.986	0	1.154
	周期内平均速度	1.265	1.715	1.644	#DIV/0!	#DIV/0!	1.644	#DIV/0!	1.775



(a) 1-1



(b) 1-2



(c) 1-4



(d) 2-1



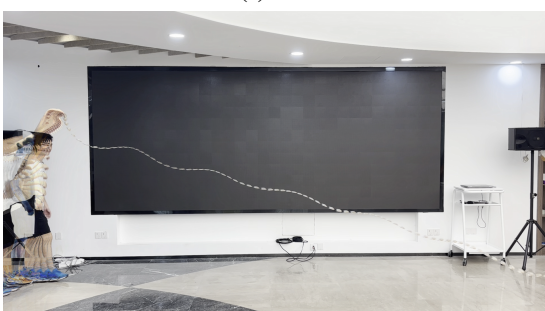
(e) 2-3



(f) 2-5



(g) 5-1



(h) 9-1

图 A.1 直线飞行拍摄视频堆栈结果

表 A.2 螺旋飞行实验数据

	实验编号	1-1	1-2	1-3	1-4	1-6	1-7	2-2	2-3	5-1	5-2	6-1	7-1	8-1	10-1	10-2
常量	照片赫兹 HZ	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
	视频播放总时长 (s) 侧视图 (精确到 0.1s)	8.3	7	6.5	7.5	8	7	8.5	9	5.5	6	5.3	5.7	9.6	7	6.3
	相机总高度 h(pixel)	467	405	548	550	550	343	548	345	548	554	476	337	482	469	471
	相机总高度 h(m)	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	3 米的田字格像素差 (俯视图)	1007	1015	1025	1008	1005	1016	1036	1009	1036	1001	1039	1001	1005	1020	1013
第 1 个位移	中心坐标 1x(pixel)	876	1170	797	500	614	0	727	0	737	516	397	0	612	94	48
	中心坐标 1y(pixel)	1030	1305	341	456	314	0	850	0	1144	662	535	0	784	1236	1390
	中心坐标 2x(pixel)	858	1148	803	491	610	61	692	41	659	486	350	50	632	104	90
	中心坐标 2y(pixel)	1003	1274	373	486	364	20	850	13	1191	673	549	1	789	1271	1397
	种子距离相机距离 z1(pixel)	247	293	466	471	302	239	661	278	233	507	271	274	463	328	235
	平面位移 d1(pixel)	32.450	38.013	32.558	31.321	50.160	64.195	35.000	43.012	91.066	31.953	49.041	50.010	20.616	36.401	42.579
	实际位移 d1(m)	0.051	0.081	0.081	0.080	0.082	0.132	0.122	0.103	0.112	0.088	0.081	0.122	0.059	0.075	0.063
第 2 个位移	中心坐标 2x(pixel)	858	1148	803	491	610	0	692	0	659	486	350	0	632	104	90
	中心坐标 2y(pixel)	1003	1274	373	486	364	0	850	0	1191	673	549	0	789	1271	1397
	中心坐标 3x(pixel)	845	1134	815	477	603	62	660	36	593	460	303	51	653	122	128
	中心坐标 3y(pixel)	960	1200	409	515	412	13	848	12	1225	682	569	4	790	1300	1401
	种子距离相机距离 z2(pixel)	247	293	466	471	302	239	661	278	233	507	271	274	460	324	231
	平面位移 d2(pixel)	44.922	75.313	37.947	32.202	48.508	63.348	32.062	37.947	74.243	27.514	51.078	51.157	21.024	34.132	38.210
	实际位移 d2(m)	0.071	0.161	0.094	0.082	0.080	0.130	0.112	0.091	0.091	0.075	0.084	0.125	0.060	0.069	0.055
第 3 个位移	中心坐标 3x(pixel)	845	1134	815	477	603	0	660	0	593	460	303	0	653	122	128
	中心坐标 3y(pixel)	960	1200	409	515	412	0	848	0	1225	682	569	0	790	1300	1401
	中心坐标 4x(pixel)	833	1120	822	462	587	60	633	38	523	435	266	47	678	139	166
	中心坐标 4y(pixel)	924	1210	441	542	457	5	842	6	1246	691	598	10	795	1329	1400
	种子距离相机距离 z3(pixel)	247	293	466	471	302	239	661	278	233	507	271	274	455	320	228
	平面位移 d3(pixel)	37.947	17.205	32.757	30.887	47.760	60.208	27.659	38.471	73.082	26.571	47.011	48.052	25.495	33.615	38.013
	实际位移 d3(m)	0.060	0.037	0.082	0.079	0.078	0.124	0.097	0.092	0.090	0.073	0.077	0.117	0.072	0.067	0.054
第 4 个位移	中心坐标 4x(pixel)	833	1120	822	462	587	0	633	0	523	435	266	0	678	139	166
	中心坐标 4y(pixel)	924	1210	441	542	457	0	842	0	1246	691	598	0	795	1329	1400
	中心坐标 5x(pixel)	826	1118	828	443	564	61	608	34	450	408	228	41	700	165	204
	中心坐标 5y(pixel)	884	1179	473	570	502	13	835	3	1268	696	625	13	799	1349	1393
	种子距离相机距离 z4(pixel)	247	293	466	471	302	277	661	278	233	507	271	274	451	315	223
	平面位移 d4(pixel)	40.608	31.064	32.558	33.838	50.537	62.370	25.962	34.132	76.243	27.459	46.615	43.012	22.361	32.802	38.639
	实际位移 d4(m)	0.064	0.066	0.081	0.086	0.083	0.149	0.091	0.082	0.094	0.075	0.077	0.105	0.062	0.065	0.054
第 5 个位移	中心坐标 5x(pixel)	826	1118	828	443	564	0	608	0	450	408	228	0	700	165	204
	中心坐标 5y(pixel)	884	1179	473	570	502	0	835	0	1268	696	625	0	799	1349	1393
	中心坐标 6x(pixel)	828	1120	830	420	538	56	584	37	381	383	198	45	720	197	237
	中心坐标 6y(pixel)	846	1147	509	588	535	19	828	2	1277	688	661	17	803	1347	1383
	种子距离相机距离 z5(pixel)	247	293	466	471	302	277	661	278	233	507	271	274	448	305	218
	平面位移 d5(pixel)	38.053	32.062	36.056	29.206	42.012	59.135	25.000	37.054	69.584	26.249	46.861	48.104	20.396	32.062	34.482
	实际位移 d5(m)	0.060	0.069	0.090	0.074	0.069	0.141	0.087	0.089	0.086	0.072	0.077	0.117	0.057	0.061	0.047
第 6 个位移	中心坐标 6x(pixel)	828	1120	830	420	538	0	584	0	381	383	198	0	720	197	237
	中心坐标 6y(pixel)	846	1147	509	588	535	0	828	0	1277	688	661	0	803	1347	1383
	中心坐标 7x(pixel)	831	1129	834	397	509	57	562	37	320	357	172	39	743	229	269
	中心坐标 7y(pixel)	809	1118	536	607	563	30	815	4	1285	699	698	20	811	1369	1364
	种子距离相机距离 z6(pixel)	247	293	466	471	302	277	661	278	233	507	271	274	445	310	211
	平面位移 d6(pixel)	37.121	30.364	27.295	29.833	40.311	64.413	25.554	37.216	61.522	28.231	45.222	43.829	24.352	38.833	37.216
	实际位移 d6(m)	0.058	0.065	0.068	0.076	0.066	0.154	0.089	0.089	0.076	0.077	0.074	0.107	0.067	0.075	0.049
后续计算	平均实际位移 (m)	0.061	0.080	0.083	0.080	0.076	0.138	0.100	0.091	0.091	0.077	0.078	0.115	0.063	0.069	0.054
	平均水平速度 (m/s)	1.214	1.597	1.652	1.591	1.526	2.765	1.994	1.819	1.829	1.536	1.566	2.308	1.257	1.378	1.079
	θ_0 (rad)	0.289	0.262	0.272	0.246	0.241	0.154	0.175	0.181	0.290	0.315	0.347	0.224	0.244	0.302	0.416
	平均速度 (m/s)	1.266	1.653	1.716	1.641	1.571	2.798	2.025	1.850	1.909	1.615	1.665	2.367	1.295	1.443	1.179
	固有频率	10.943	8.383	8.078	8.447	8.820	4.953	6.845	7.492	7.260	8.581	8.322	5.854	10.703	9.606	11.750
	升阻比	3.358	3.726	3.580	3.978	4.069	6.453	5.649	5.458	3.354	3.071	2.767	4.385	4.021	3.215	2.266
	阻尼	0.211	0.190	0.198	0.178	0.174	0.110	0.125	0.130	0.211	0.230	0.256	0.161	0.176	0.220	0.312
	计算频率	10.698	8.231	7.919	8.313	8.686	4.923	6.791	7.429	7.097	8.351	8.046	5.778	10.536	9.371	11.163
	计算周期 (s)	0.587	0.763	0.793	0.755	0.723	1.276	0.925	0.845	0.885	0.752	0.781	1.087	0.596	0.670	0.563
	相同俯仰角之间种子的个数	10	16	10	13	15	17	15	19	15	15	12	14	10	10	10
	实际周期 (s)	0.5	0.8	0.5	0.65	0.75	0.85	0.75	0.95	0.75	0.75	0.6	0.7	0.5	0.5	0.5
	误差 (%)	-14.827	4.848	-36.949	-13.959	3.733	-33.371	-18.894	12.386	-15.243	-0.271	-23.131	-35.599	-16.117	-25.394	-11.119

附录 B Matlab 代码

以下是用于模拟翅葫芦种子飞行轨迹的 MATLAB 代码：

```
1 g = 9.8; % (m/s^2)
2 u0 = 1.85; % (m/s)
3 theta0 = -16/180*pi; % (rad)
4 delta_u0 = -1.2; % (m/s)
5 ldr = 4; % lift drag ratio
6
7 w_n = sqrt(2) * g / u0; % natural frequency (rad/s)
8 zeta = 1 / sqrt(2) / ldr; % damping ratio
9 phi = acos(zeta); % phase angle (rad)
10 w = w_n * sqrt(1 - zeta^2); % angular frequency (rad/s)
11
12 t = 0:0.01:3; % time vector (s)
13 delta_u = delta_u0 / sqrt(1 - zeta^2) .* exp(-zeta * w_n * t) .* sin(w
    * t + pi - phi); % velocity perturbation (m/s)
14 delta_theta = sqrt(2) * delta_u0 / sqrt(1 - zeta^2) / u0 .* exp(-zeta
    * w_n * t) .* sin(w * t); % pitch angle perturbation (rad)
15
16 u = u0 + delta_u; % velocity (m/s)
17 theta = theta0 + delta_theta; % pitch angle (rad)
18
19 v_x = u .* cos(theta); % horizontal velocity component (m/s)
20 v_z = u .* sin(theta); % vertical velocity component (m/s)
21
22 x = cumtrapz(t, v_x); % horizontal position (m)
23 z = cumtrapz(t, v_z); % vertical position (m)
24
25 % 绘制飞行轨迹图
26 figure('Position', [100, 100, 700, 300]);
27 plot(x, z);
28 axis equal;
29 ylim([-2, 0]);
30 xlim([0, 5]);
31 xlabel('水平位移(m)');
32 ylabel('高度(m)');
33 print(gcf, 'trajectory.png', '-dpng', '-r600'); % 600 DPI
34
35 % 绘制速度和角度扰动图
36 figure('Position', [100, 100, 700, 300]);
37 plot(x, delta_theta);
38 hold on;
39 plot(x, delta_u);
40 xlim([0, 5]);
41 xlabel('水平位移(m)');
42 legend('$\Delta\theta$', '$\Delta u$', 'interpreter', 'latex');
43 print(gcf, 'u.png', '-dpng', '-r600'); % 600 DPI
```

致 谢

我在高中的航空航天高研实验室学习和研究了两年时间，偶然查到生长在东南亚热带气候地区的翅葫芦种子具有大而薄的像机翼的翅膀，具有非常优越的滑翔能力，和飞机的形状特别相似，我非常爱好开飞机和开模拟飞行器，于是被翅葫芦种子的飞行能力吸引，参照它的形状制作了微型飞行器作为早期山火预警的补充手段，参加了几个地区和全国性的科创比赛。由于对翅葫芦种子的优异滑翔能力非常感兴趣，因此想从理论层面深入研究翅葫芦种子的飞行特征和物理原理，我就在网站上购买了多个种子进行研究，形成了这篇论文。我非常感谢在高中的航空航天高研实验室两年的持续学习中，实验室负责人居重艳老师给予了持续、系统的理论知识学术指导与实验训练，并在此研究中给予文献搜索和实验数据计算的指导，还提供了实验场地、和基础实验器材。我特别感谢博士生倪黎超同学，他亦师亦友，在理论模型构建和实验的具体过程中给予指导，并且教我视频轨迹的刻画方法。我非常感谢大学物理系姜开利教授对理论公式的高屋建瓴的指导和论文写作方面的建议。我还要感谢我的高中同学高子博，他在研究的实验初期给予了帮助。

我也要感谢家人的陪伴和支持。在我疲惫之时给予了力量，对我的信任一直驱动我不断前行，而且她们偶然的灵感，对我克服这项研究中的挑战起到了很大的帮助。

我由衷地感谢丘成桐委员会为我提供了这次宝贵的科研机会。正是通过这次科研挑战，我才能够沉下心来尽力做这个研究，这段科研经历不仅让我在个人成长上受益，也为我高中生涯留下了深深的回忆。

作者介绍：

郑泊君：12 年级，男，清华附中国际部

个人贡献：在老师的指导和同学的帮助下，我负责“翅葫芦种子的飞行特征分析”的全部研究过程。在网上购买种子，从刚体动力学出发建立飞行动力学方程，使用 Matlab 工具模拟了种子的飞行轨迹，设计并完成多次翅葫芦种子的飞行实验，多机位同步拍摄实验过程，完成视频制作、数据采集和数据分析，并且撰写论文。

奖项：

第二十届宋庆龄少年儿童发明奖，全国铜奖，2025

英国物理奥赛（BPhO）金奖，2023

美国物理碗（Physics Bowl）金奖，2024

美国物理奥赛（USAPhO）入围决赛，2025

中小学飞行器设计仿真邀请赛，高中组三等奖，2023

中国计算机学会 CSP Junior，一等奖，2023

2025 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2025丘成桐中学科学奖论文公示