

参赛成员姓名： 王一博 金子淦

中学： 南京外国语学校

省份： 江苏

国籍/地区： 中国

指导老师姓名： 熊波

论文题目： 鸡蛋究竟是横向还是纵向最容易碎裂

2025 S.-T. Yau High School Science Award  
仅用于2025丘成桐中学科学奖论文公示

# 鸡蛋究竟是横向还是纵向最容易碎裂

王一博 金子淦

## 摘要

1959年美国力学家 Timoshenko, S. 与 Woinowsky-Krieger, S 合著的经典力学著作《Theory of Plates and Shells (Second Edition)》表明, 当鸡蛋沿着长轴方向受压时, 它能够承受远超自重的外力。因此, 传统观点一般认为, 鸡蛋在竖直方向上更坚固不易碎, 这个说法也常见于学校教学指南和科普传播中。但是 2025 年 5 月 8 日发表于 Nature 子刊 (Communications Physics) 的一项研究给出了不同的答案, 美国麻省理工学院研究团队与合作者通过数百次的实验结果发现: 鸡蛋在横向方向上, 蛋壳能更好地承受冲击, 更不容易破碎。这一最新研究恰恰说明了在物理课堂上诉诸的“常识”可能是错误的。

在网上看到这一新闻后, 我们感到非常有趣, 因为这一现象与我们的现实生活息息相关, 其实实验现象也非常反常, 因此, 我们决定趁着暑假的时间好好研究一下这个现象。我们利用网上购买的数显测力计(分度值: 0.1N)、数显标尺(分度值: 0.01mm)及配套手摇装置, 搭建了高精度的应力应变测量实验平台, 并在排除其他干扰因素后, 成功观测到了和美国麻省理工学院研究团队相同的实验结果, 即在保持接触面的刚性平面的情况下, 鸡蛋横向的时候更不容易破碎。但是, 我们经过讨论和思考后觉着这个实验其实并不严谨, 那就是现实生活中, 理想的刚性接触是难以存在的, 鸡蛋的接触面往往带有一定的弹性, 例如纸盒或塑料包装盒, 这和理论模型中的刚性接触假设十分不同。那么, 在弹性、塑性接触的情况之下, 其最佳的受力方向还是横向么? 带着这一疑问, 我们继续更加深入的研究。

为了模拟弹性接触面且方便定量控制, 我们购买了不同厚度的橡胶垫(长宽均为 0.5m, 厚度分别为 1mm、1.5mm、2mm、3mm、4mm、5mm), 其材质较软且保持一致。因此我们在鸡蛋的上下表面分别放置该橡胶垫, 并进行应力-应变实验测量过程, 结果显示: 当接触面不再是刚性平面, 而是存在一定弹性的时候, 鸡蛋在纵向方向上能够承受更大的形变量。且随着接触面的面积越大/弹性越大, 则纵向相对于横向的优势会越大, 其临界点约在橡胶垫的厚度为 0.5 mm 左右。

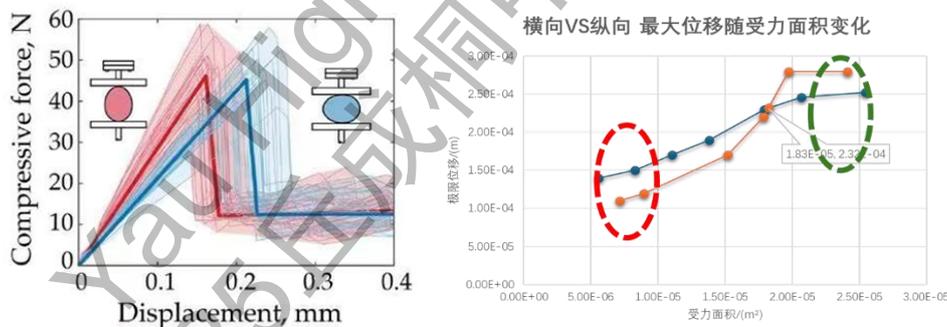
为了解释这一独特的现象, 我们首先建立了理想条件下, 鸡蛋壳状结构的应力应变物理模型, 并分析在刚性接触下, 鸡蛋壳的横向确实比竖向的抗压性更好。随后, 我们对该理论模型进行了修正, 引入了非刚性接触条件, 此时局部曲率的差异会带来非对称壳状结构应力应变过程中临界阈值的变化, 从而使得鸡蛋的最佳受力方向发生转变。为了进一步验证这一修正后的理论, 我们采用 COMSOL Multiphysics 软件对鸡蛋壳这一系统进行仿真计算, 通过控制受力面积的增加, 同样发现其最容易碎裂的方向会经历从纵向到横向的转变过程, 这与理论模型和实验结果都高度吻合, 从而系统地证明我们的研究是正确的。

基于理论模型和已有的实验结果, 我们又对鸭蛋进行了同样的实验探索过程, 虽然二者具有不同的表面曲率, 但是其实验结果与鸡蛋高度类似, 并同时出现最容易碎裂的方向由纵向到横向的转变过程, 这说明这一现象在鸡蛋、鸭蛋等更多壳状物体中是具有普适性的。

最后聊一些感想，身为喜爱物理的人，我们很喜欢真空中的球形鸡，也很喜欢没有体积和形变的刚性小滑块。但是，所有的物理过程和实验现象终究都难以摆脱现实条件的约束和影响。在这一实验探究的过程中，我们第一次如此生动且深刻地感受到理想的物理模型与实际的物理实验之间的区别。诚然，研究者建立了正确的理论模型，但是这一模型仅仅考虑了鸡蛋在理想刚性接触下的破碎情况，而现实生活中，往往接触都是带有一定的弹性的，尤其是在存储的过程中。而我们的研究在已有研究的基础上，通过合理的理论模型修正，严谨的数值仿真分析，和高精度的定量实验验证，对鸡蛋最佳撞击方向这一科学问题给出了系统的解答，也将为后续的研究提供更多的启示。

本论文的创新点主要分为以下四个部分：

1. 在最新 Nature 子刊研究的基础上 (Communication Physics 2025)，我们发现了更为全面系统的实验现象。我们发现鸡蛋最容易破裂的方向其实不是文献中报道的恒定的横向或是纵向，而是与撞击面的性质高度相关。
2. 通过搭建高灵敏度应力应变的测量系统，并定量控制撞击接触面的性质，我们首次观测到鸡蛋最容易碎裂的方向会经历从纵向到横向的转变。
3. 通过修正鸡蛋壳状结构的应力应变物理模型，我们发现最佳受力方向的转变源自于局部曲率差异带来的临界阈值的变化，并采用 COMSOL Multiphysics 软件对鸡蛋壳进行力学仿真，其与理论实验结果都高度吻合。
4. 我们进一步对鸭蛋进行了实验探索，尽管具有不同的表面形貌，但是发现了类似的实验现象，这说明这一套最佳受力方向的转变过程，在鸡蛋、鸭蛋等更多壳状物体中具有普适性的。



(左图) 最新文献的研究结果，发现鸡蛋横向具有更抗击碎裂。

(右图) 我们更为系统的研究发现，发现随着接触面的增加，最佳受力方向会发生由横向 (蓝色实线) 到纵向 (橙色实线) 的转变。此时，已有研究结果只是我们研究中的一个特殊的参数点 (如红色虚框所示)。然而，现实生活中往往不存在理想的刚性接触，因为接触面具有一定的弹性更为普遍存在，此时其最佳受力方向会是纵向 (如绿色虚框所示)。

关键词：鸡蛋壳，应力，应变，弹性与刚性，曲率。

# 诚信声明

## 丘成桐中学科学奖—学术诚信声明

本参赛团队郑重声明：

一、本团队提交的参赛队员、指导老师、研究报告等参赛相关信息完整且属实无误。

二、本团队提交的研究报告是参赛学生在指导老师指导下进行的研究工作和取得的研究成果。研究报告的选题来源、研究背景、指导老师及每一位学生队员在研究报告撰写中承担的工作以及贡献已详尽列出，并确切属实。

三、尽本团队所知，除文中加以标注和致谢中所罗列的内容外，研究中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，不存在代写、抄袭或其他违规行为；不存在未列支在内的其他指导老师。

四、本团队参赛全程与辅导机构或其他商业机构无任何关联。

五、指导老师为中学或高校科研机构的老師，全程为无偿指导。

以上，若有不实之处，本人愿意承担一切相关责任，并服从丘成桐中学科学奖组织委员会的裁决。

参赛学生（签字）：王子涵、王博

以上情况属实，学校负责人签字：

学校名称（加盖学校或教务处公章）：



指导老师 1（签字）：

以上情况属实，单位负责人签字：

单位名称（加盖单位公章）：

※指导老师 2（签字）：

※以上情况属实，单位负责人签字：

※单位名称（加盖单位公章）：



2025年9月4日

※为根据实际情况选择性填写，团队的每位学生和指导老师都需要在诚信声明上签字、盖章，以团队为单位提交一份 PDF 扫描件。

2025 S.-T. Yau High School Science Award  
仅用于2025丘成桐中学科学奖论文公示

# 目录

摘要	2
诚信声明	4
1 引言与背景	6
2 预实验	8
2.1 实验方法与实验平台搭建	8
2.2 实验方法与数据测量过程	9
2.3 预实验测量数据与文献对比	10
2.4 熟鸡蛋的补充测量	11
3 鸡蛋最佳受力方向与弹性接触面的关系	12
3.1 实验器材与实验测量流程	12
3.2 实验数据与结论	14
3.3 反常现象的总结	14
4 理论模型构建	16
4.1 理想的鸡蛋壳形变模型	16
4.2 形变模型的非刚性接触修正	17
5 仿真实验验证	18
5.1 几何模型与初始条件	18
5.2 鸡蛋球壳模型的应力应变仿真研究	19
5.3 受力面积变化下横向与纵向受力模型研究	22
5.4 不同曲率的球壳应力应变探究	29
6 扩展实验	30
6.1 实验器材	30
6.2 实验测量得到的数据	31
7 结论与亮点总结	34
7.1. 全新实验现象的发现	34
7.2. 理论模型的构建与修正	34
7.3. COMSOL 仿真模拟的使用	34
参考文献	35
致谢	35

# 1 引言与背景

鸡蛋作为一种典型的生物薄壳，其力学性质长期以来吸引了科学界的关注。如图 1.1 左所示，我们会有一个很自然的问题，那就是当我们想要敲碎鸡蛋的时候，究竟哪一面是最容易的呢？日常经验中，我们的固有印象是“鸡蛋壳很脆弱”，很容易一击就碎，就比如在厨房里打鸡蛋，往往轻轻在碗边一敲，鸡蛋壳就碎掉了。然而，事实上，由 1959 年美国力学家 Timoshenko, S. 与 Woinowsky-Krieger, S 合著的经典力学著作《板壳理论》(《Theory of Plates and Shells (Second Edition)》) [1]表明 (如图 1.1 右所示)，当鸡蛋沿着长轴方向受压时，它能够承受远超自重的外力，其强度甚至可以达到 30–40 N。这种由非对称几何与材料分布共同形成的力学优势，使鸡蛋成为研究自然壳体设计与断裂动力学的理想对象。同时也让人们逐渐形成了“鸡蛋在竖向方向上具有最好的抗压性”的观念。在很长时间里这是一个被普遍认可的科学真理，以至于在课堂上教授并在流行科学视频中重复：鸡蛋在垂直掉落时最坚固，而从两端掉落会更容易破碎。

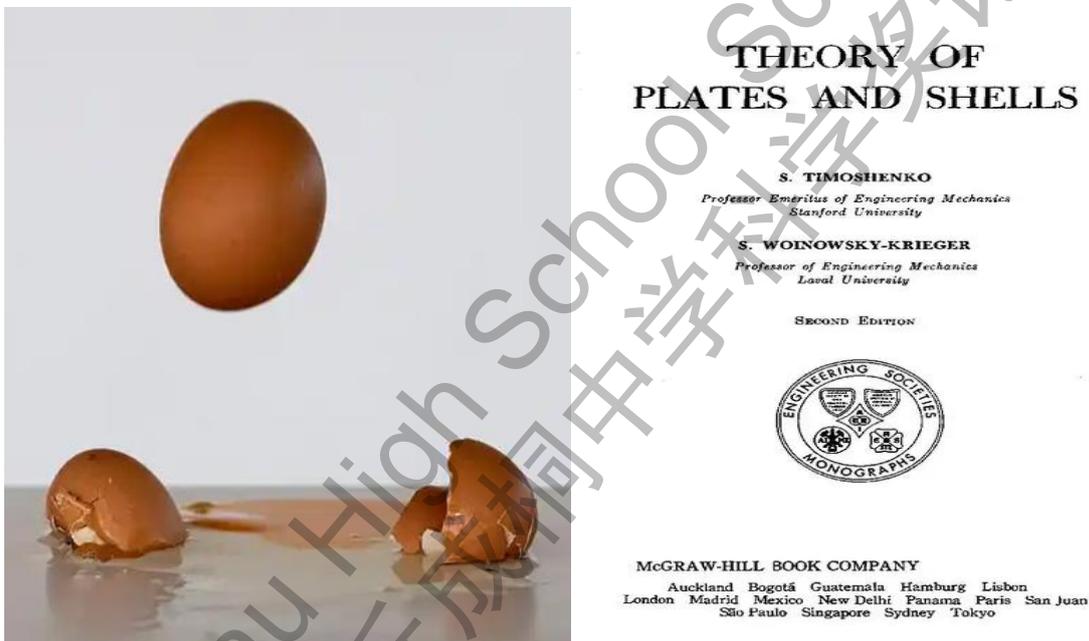


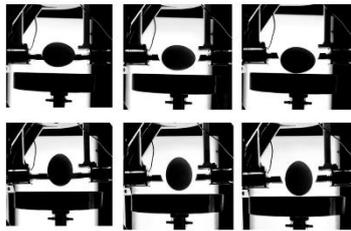
图 1.1 《Theory of Plates and Shells (Second Edition)》(左)以及鸡蛋壳破碎图(右)

但是今年 5 月份的时候，当我们闲暇时候翻阅到微信公众号“麻省理工科技学院” (如图 1.2 所示)，我们偶然间浏览到一篇关于鸡蛋的文章[2]，其提到关于这个课题的最新研究成果：在 2025 年 5 月 8 日，麻省理工学院的教授 Tal Cohen 及其研究团队通过系统实验打破了这一常识。他们在 Nature 子刊 (Communications Physics) 的研究中指出：当鸡蛋以侧面方向撞击硬表面时，其实际强度甚至高于沿长轴方向的受力情况[3]。通过高速摄影和精密的力传感，他们发现鸡蛋在横向受力时的裂纹扩展速度更慢，这是因为非对称几何壳体使得应力分布更为均匀，从而延迟了断裂的发生。Cohen 等人在综述中指出，天然壳体材料不仅依赖几何约束来增强强度，还通过材料层次结构实现能量耗散。进一步的动力学模拟则表明，在脆性壳体中，裂纹扩展往往受控于应力波的传播与干涉。MIT 的最新实验恰恰揭示侧向冲击时，裂纹在壳体中的传播路径更分散，能量更难集中到单一断裂点，从而提高了整体抗冲击性。

看了文章之后，我们对这个现象产生了浓厚的兴趣，并且在家里尝试复现了这个实验，却发现部分实验结果与文献报道结果有一定的区别。针对这一差异，我们进行了系统地研究。

## MIT研究颠覆百年常识，鸡蛋这样摔最抗造！

原创 Stephanie 麻省理工科技评论APP  
2025年05月19日 15:22 北京 6人 星标



(来源: MIT News)

在课堂和科普视频中，人们普遍接受并反复传播这样一个科学常识：鸡蛋直立坠落时（以尖端着地）承压能力最强。但当麻省理工学院的工程师们对这一假设进行实际验证时，却意外破解了一个颠覆认知的真相。

Cohen 的团队进行了一系列严格且可控的 180 次跌落测试，以定量分析鸡蛋对不同方向撞击的反应。他们将鸡蛋从 8 毫米、9 毫米和 10 毫米三个高度垂直和水平跌落到坚硬表面上。结果令人震惊：与水平跌落的鸡蛋相比，垂直跌落的鸡蛋在明显较低的跌落高度下破裂。更具体地说，即使在最低测试高度 8 毫米（无论从哪个方向跌落），超过一半的垂直跌落鸡蛋都会破裂，而水平跌落的鸡蛋在相同高度出现破裂的比例不到 10%。



视频 | 动态跌落测试实验 (来源: 麻省理工学院)

## 02 先入为主的谬误

这项研究揭示了科普界对鸡蛋抗冲击能力的一个普遍误解。即使是经验丰富的断裂力学研究人员最初也认为直立摆放的鸡蛋更坚固。

日常经验又不断强化了这种误解。毕竟，我们在烹饪时总是侧向敲碎鸡蛋。“但这与抗冲击性完全不同，”论文作者之一、博士生 Brendan Unikewicz 解释道，“烹饪时的敲击需要集中局部力量以干净利落地获取，而抗摔性则关乎蛋壳整体分散和吸收能量的能力。”

两者的差异微妙却至关重要。直立鸡蛋虽然更刚硬，但在突发外力下更易脆裂；横向鸡蛋则凭借更好的柔韧性，通过更大形变距离来吸收能量——就像跌倒时屈膝能缓冲冲击一样。

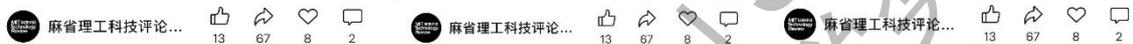
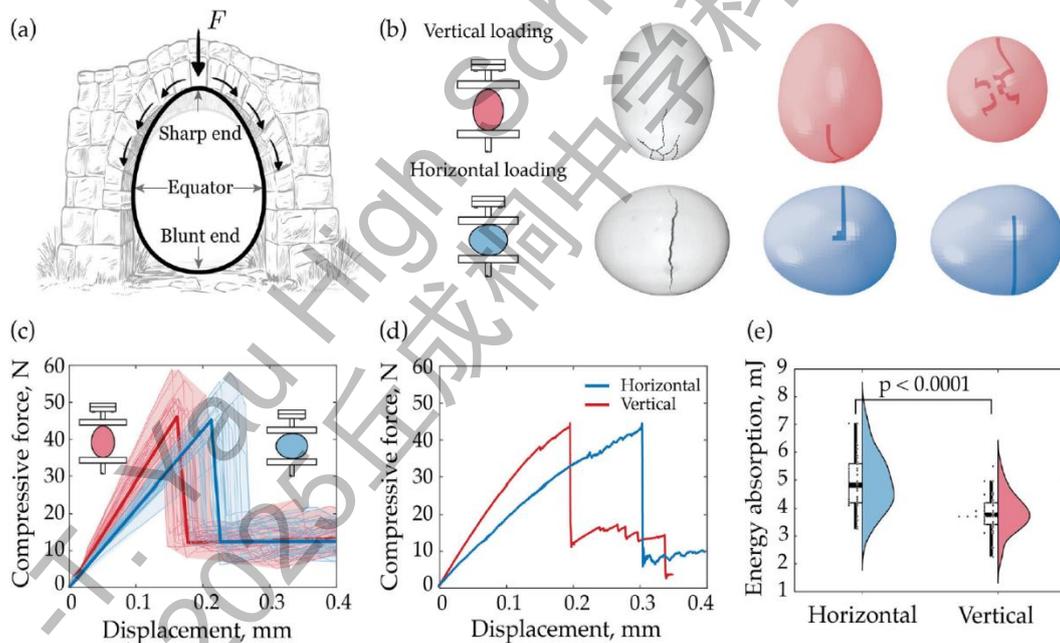


图 1.2 介绍鸡蛋抗摔最新研究结果的微信公众号，也是我们的选题来源。



**Fig. 1 | Static compression.** a The eggs load bearing capabilities are often described in analogy to those of structural arches, which effectively redistribute loads<sup>29</sup>. In this work, we investigate just how valid this analogy is. b Eggs are statically loaded in two orientations: vertically (red, top) and horizontally (blue, bottom). The experimental crack patterns are shown in the second column. For improved visualization, the crack lines in the vertical orientation are enhanced. The right two columns display similar crack patterns obtained from numerical simulations. c Experimental force-

displacement curves. Thin lines represent individual tests, while thick lines show the average curves for each orientation. The continuous regions of the curves before and after cracking are averaged separately. d Simulated force-displacement curves. e Violin plot of the energy absorbed before cracking. The plot displays the median, interquartile range, and the distribution of data points. There is a statistically significant difference between the absorbed energy for different orientations ( $p < 0.0001$ ).

图 1.3 麻省理工团队的研究结果：鸡蛋壳沿不同方向的抗压测试和相应的数据分析，其表明鸡蛋横向方向能更好地承受冲击，具有更大的应变空间，也就更不容易破碎。【文献 4】。

## 2 预实验

为了观察鸡蛋在不同方向上的破碎情况，也为了验证文献中的现象是否正确，我们购买了相应的实验设备，并在家搭建了实验平台，尝试进行了初步的预实验，详细的实验过程和对应的实验现象将在下面详细描述。

### 2.1 实验方法与实验平台搭建

为直观呈现鸡蛋在不同方向上受力时，应力随形变量的变化规律，我们需要测定鸡蛋在横向、纵向受力下的应力-应变曲线。为此，我们从网上购置了数显测力计（用来测量应力，量程：0~1000N，分度值：0.1N，如图 2.1.1 左所示）、数显标尺（用来测量应变，量程：0~16cm，分度值：0.01mm）及配套手摇装置（用来缓慢均匀地施加变化的应变，如图 2.1.1 右所示）。为实现两者同步下降相同高度，我们将数显测力计与数显标尺共同固定在手摇装置上，组装成实验装置（如图 2.1.2 所示）。实验时，将鸡蛋置于测力计下方，通过摇动装置逐步施加压力，全程录像并后期逐帧提取压力值与对应形变量，即可利用 Excel 绘制应力-应变曲线。



图 2.1.1 数显测力计(左)和手摇装置(右)。



图 2.1.2 在厨房搭建好的实验装置。

## 2.2 实验方法与数据测量过程

为了保证实验的可重复性，也为了探索生鸡蛋和熟鸡蛋的差异，我们共选取大小相近的鸡蛋 12 枚，其中 6 枚用煮蛋器煮熟。6 枚保持新鲜状态。随后具体的实验步骤如下：

1. **生鸡蛋组的横向承压测试：**如图 2.2.1 左所示，我们将生鸡蛋依次横向放置于实验平台上，确保其接触稳定后，打开手机开始录制视频。通过旋转手柄，我们可以逐步增大鸡蛋的压力，其数值可通过数显测力计实时显示；在压力示数稳定式，通过数显标尺可以实时读取到鸡蛋的形变量；重复此过程，直至鸡蛋出现破裂声，此时停止录制，清洗实验平台，记录实验数据；随后，重复上述操作，测量剩余 2 枚鸡蛋的实验数据。

2. **生鸡蛋组的纵向承压测试：**我们将另 3 枚生鸡蛋依次纵向放置于实验平台上，重复上述实验操作，即可测量并记录得到其在纵向方向上的实验数据；

3. **熟鸡蛋组的横向与纵向测试：**对 6 枚熟鸡蛋重复 1 与 2 中的实验操作，分别进行横向与纵向实验如图 2.2.2 左与图 2.2.2 右所示，测量得到其对应的实验数据；

4. **应力-应变实验数据整理：**根据视频记录，逐帧分析同一时刻下稳定的压力值及其对应形变量，将数据录入 Excel 中，即可最终得到不同情况下鸡蛋的应力-应变曲线。



图 2.2.1 生鸡蛋横向实验（左）与生鸡蛋纵向实验（右）



图 2.2.2 熟鸡蛋横向实验（左）与熟鸡蛋纵向实验（右）

## 2.3 预实验测量数据与文献对比

基于 2.2 节所描述的实验方法，我们通过 Excel 画图得到了对应的应力-应变曲线，如图 2.3.1 与图 2.3.2 所示，从中分析可得出以下结论：

1. 在横向与纵向受力下，生鸡蛋与熟鸡蛋的应力-应变曲线整体趋势较为接近，说明鸡蛋内部的状态对蛋壳的整体力学性能影响有限（如图 2.3.1 所示）；

2. 无论是否煮熟，鸡蛋在横向受力下都可承受约 0.25 ~ 0.30mm 的形变量，可最大承受 30~35N 的压力；而在纵向受力下仅能承受约 0.15 ~ 0.20mm 的形变量（如图 2.3.2 所示），可最大承受 25~30N 的压力，这说明鸡蛋横向放置时承压能力更好。这一结果与已有文献报道（如图 2.3.3 所示）在定性的趋势与定量的数值上基本完全一致，这不仅验证了我们实验的可靠性，也验证了文献报道的可重复性。

借用文献的理论分析：这是因为横向受力时鸡蛋的曲率分布更均匀，壳体能够分散外力，从而表现出更高的变形容限；纵向受力则集中在蛋壳尖端区域，导致其更易发生破裂。这一现象说明了：鸡蛋壳的几何结构在抗冲击性能中发挥关键作用。

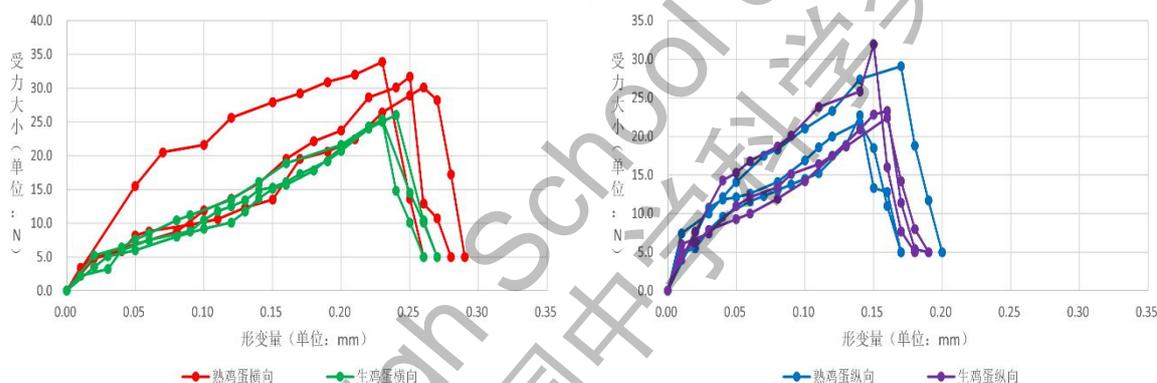


图 2.3.1 生、熟鸡蛋应力-应变曲线的横/纵向对比图（左横，右纵），可以看到生鸡蛋和熟鸡蛋不论是在横向还是纵向上的应力应变曲线，都没有明显的区别。

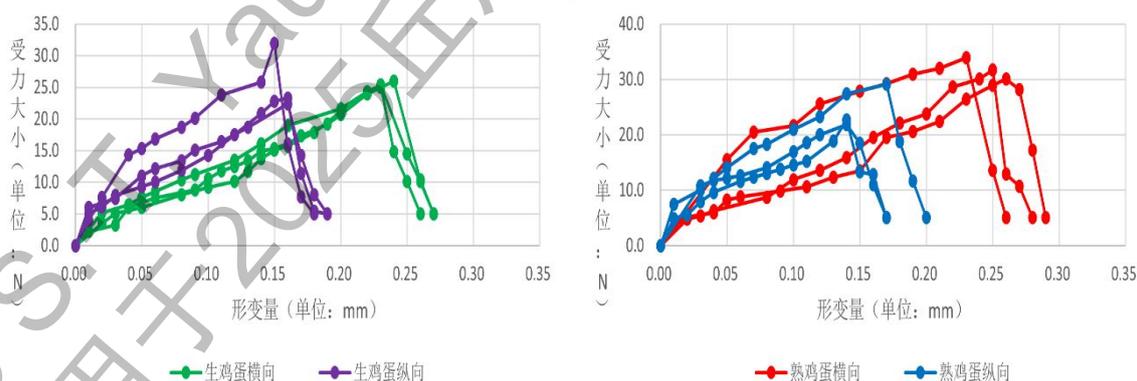


图 2.3.2 生/熟鸡蛋应力-应变曲线的横纵向对比图（左生，右熟），可以看到横向比纵向具有更大的形变量，因此具有更好的抗压性能。

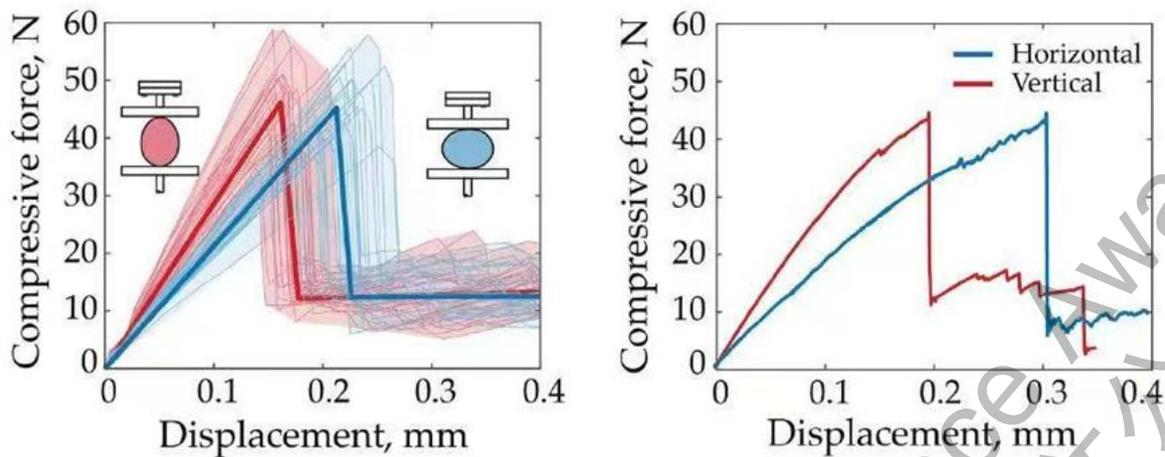


图 2.3.3 文献报道中的结果

## 2.4 熟鸡蛋的补充测量

通过前期实验结论（2.3 节）的对比分析，我们发现无论是生鸡蛋还是熟鸡蛋，在横向和纵向受力条件下，蛋壳的应力-应变曲线几乎吻合。这表明，鸡蛋内容物对蛋壳整体的力学性能影响较小。为了进一步验证这一结论，我们拟采用相同的实验装置，将熟鸡蛋的蛋壳剥去后，取其内容物（固态蛋白与蛋黄）作为测试样本，进行压缩实验，记录其受力大小与形变量的关系（其结果如图 2.4.1 所示）。

实验数据显示，熟鸡蛋内容物在形变量达到 3mm 时，所承受的压力仍不足 1N，该数值远低于蛋壳结构在破裂前所承载的压力。在 2.3 的实验数据中，当整体形变为 0.2 mm 时，其应力为 25N ~ 35N，而鸡蛋蛋白所带来的应力低于 0.2 N，说明此时由鸡蛋蛋白所带来的影响低于 1%，可以基本忽略。这一结果与上文的实验数据和结果分析高度吻合，进一步证明：**鸡蛋整体的应力应变性能主要由其蛋壳自身的几何结构与材料特性决定，而内容物所提供的力学支撑作用可以忽略不计。**鸡蛋的承压能力差异主要源于蛋壳的拱形结构分布（横向与纵向的曲率不同），而非内容物的状态（液态或固态）。

这一发现为后续理论研究蛋壳结构的力学稳定性提供了重要参考，即在模拟蛋壳力学特性时，可仅考虑球壳体本身的力学优化，而无需过度关注内部填充材料的影响。

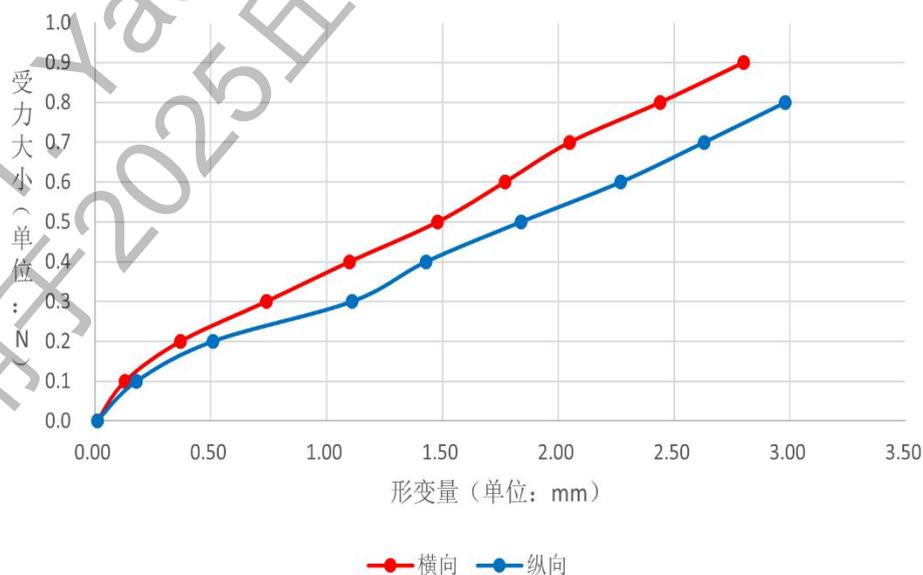


图 2.4.1 熟鸡蛋内容物横向、纵向放置时的应力-应变图像，说明内容物的影响可以忽略。

### 3 鸡蛋最佳受力方向与弹性接触面的关系

在上一章的实验中，我们发现鸡蛋在横向受力时能承受更大的形变而不破裂，这一现象与文献中报道的结果完全一致。然而，需要注意的是，在之前的测试中，测力计的金属探头与鸡蛋之间完全是刚性接触，即不存在任何的弹性形变。但是在实际生活中，理想的完全刚性接触是不存在的，鸡蛋保存的时候都是用纸盒或者塑料包装盒，此时其接触面都是带有一定的弹性，这种情况下鸡蛋在不同方向上的应力应变特性是否会发生变化呢？为了探究这一问题，我们又进一步设计了以下一系列实验，具体的实验过程和实验现象如下所述。

#### 3.1 实验器材与实验测量流程

在本节中，实验装置可沿用上一节中已组装完成的设备。为了定量研究不同的弹性接触条件下对鸡蛋应力应变特性的影响，我们从网上购买了不同厚度的橡胶缓冲垫（长宽均为0.5m，而厚度分别为1mm、1.5mm、3mm、5mm，如图3.1.1所示）来做为接触面的弹性缓冲层，以避免之前用测力计的金属探头直接压在鸡蛋壳上。

我们猜想：当橡胶垫材质较软且保持一致时，厚度越大的垫子在相同压力下形变程度更大，从而具有更好的弹性和缓冲效果，并提供更大的有效接触面积。因此，我们只需在鸡蛋的上下表面分别放置橡胶垫，与第二章的预实验中进行同样的实验操作，从而测量得到对应的应力-应变曲线，即可进行数据分析并得出定量结论。



图 3.1.1 缓冲垫及其对应的尺寸参数。

为了排除橡胶垫本身的影响，我们首先需要测出不同厚度下橡胶缓冲垫本身的应力-应变曲线，测得的结果如图3.1.2所示，可以看到其基本都符合胡克定律，具有良好的线性，且厚度越大，其弹性系数越小，这说明实验结果与上文中我们的猜想一致，即当垫子材质较软且保持一致时，厚度越大的垫子在相同压力下形变程度更大，具有更好的弹性，从而也能提供更大的有效接触面积。同时，可以看到其形变量与后续实验中的形变量存在较大的差别，因此后续实验中的主应力和形变量依旧是鸡蛋壳本身来提供，可以排除橡胶垫的干扰。

因此，后续的实验中，我们将通过改变橡胶缓冲垫厚度的方式，来等效地改变鸡蛋壳接触面的弹性，从而定量研究接触面的弹性对于鸡蛋壳的应力-应变特性的影响。

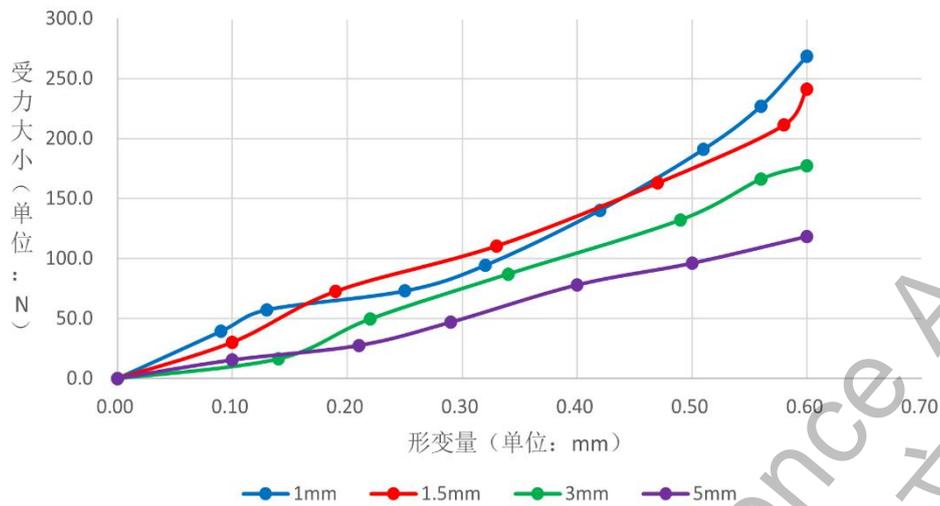


图 3.1.2. 1mm、1.5mm、3mm、5mm 厚的缓冲垫的应力-应变曲线，厚度越大，弹性越好。

在上文 (2.4 节) 中我们已经实验证实了：鸡蛋内部材料对蛋壳整体的力学性能影响较小。因此为了方便，在以下实验中，我们只研究熟鸡蛋在横向与纵向摆放时，在不同厚度的橡胶点下应力-应变表现。具体实验过程如下：

1. 我们取出 0.5m\*0.5m\*5mm 的缓冲垫，用美工刀裁出成 6cm\*8cm\*5mm 的小块两块；
2. 将其中一块用双面胶贴在测力计探头上，而另一块摆放在装置底座上方；
3. 我们选取 6 枚大小相似的鸡蛋煮熟，作为待测样品；
4. 将 3 枚鸡蛋分别横向放置在两片缓冲垫之间，旋转装置手柄施加压力，录像保存；
5. 另外 3 枚分别纵向放置在两片缓冲垫之间，重复步骤 4 (如图 3.2.1 所示)；
6. 根据录制视频，逐帧记录下同一时刻稳定的压力值及其对应形变量，将数据录入 Excel 中，最终绘制得到应力-应变图像。



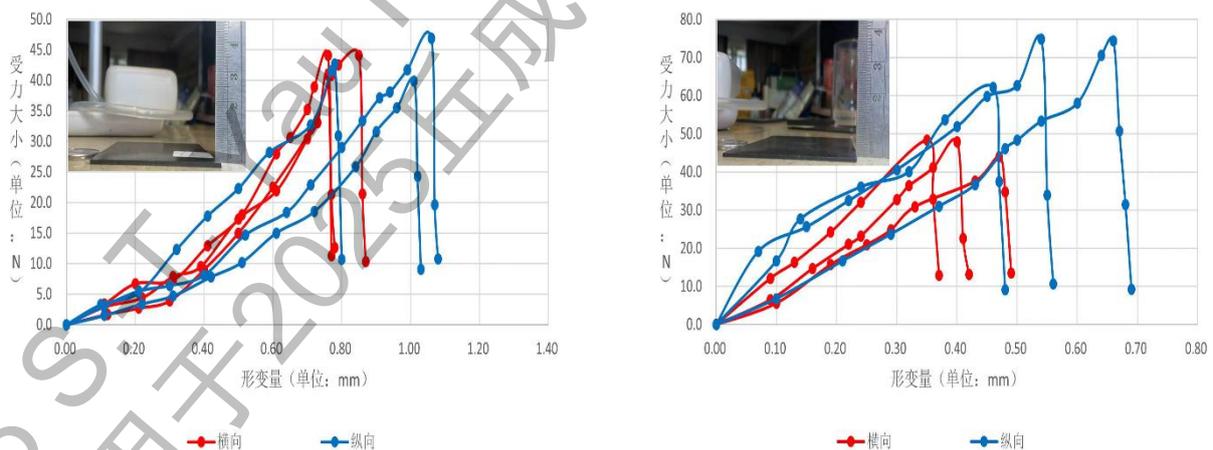
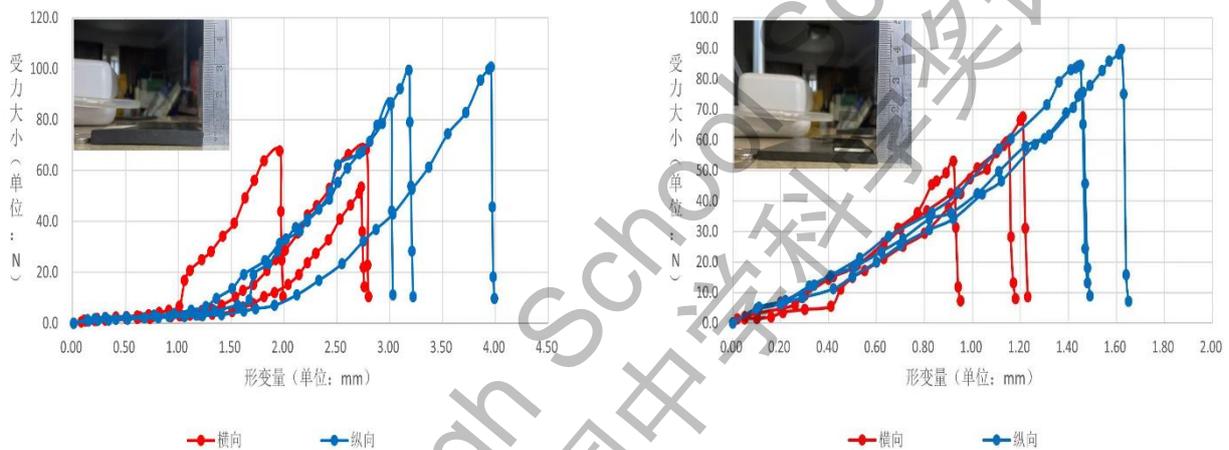
图 3.2.1 在鸡蛋壳上下表面分别加上了橡胶缓冲垫之后的实验过程记录 (左)，实验中经过测量后碎裂的部分熟鸡蛋样品 (右)

## 3.2 实验数据与结论

经过 3.1 中的实验，我们在 Excel 中作图得到在加入 5mm、3mm、1.5mm 和 1mm 厚的橡胶缓冲垫的情况下，鸡蛋壳在纵横方向上的应力-应变曲线，其结果如图 3.2.1 和 3.2.2 所示，从中可以发现：此时鸡蛋破裂前能够承受的最大压力值显著增加（从刚性接触的~30N 到现在的~100N），且破裂前能承受的最大形变量同样显著增加（从刚性接触的~0.3mm 到现在的~2mm），说明这种弹性接触能够很好的增加鸡蛋的抗摔性。

更为重要的是：当缓冲垫比较薄的时候（例如 1.5 mm 的时候），鸡蛋在横向方向和纵向方向的应力-应变曲线的区别并不明显；而当缓冲垫足够厚的时候（例如 5mm 时），此时鸡蛋在横向方向破裂前能承受的最大形变量和最大应力竟然都明显小于纵向方向，说明此时鸡蛋的最佳受力面积是纵向而非横向，这与文献中的结论（2.3 节）是完全相反的。

由此我们可以初步得出 1 个猜想：随着接触面弹性的增加，亦即实验中橡胶垫的厚度从 0mm 增加到 5mm，鸡蛋的最佳受力方向会由横向逐渐改变为纵向。



## 3.3 反常现象的总结

通过以上实验，我们发现随着接触面弹性的变化（实验中对应于橡胶垫的厚度变化），鸡蛋的最佳受力方向发生了从横向到纵向的转变。为了更直观地看出这一现象，我们决定将鸡

蛋破裂前的最大形变量（反映鸡蛋承受压力的能力）与缓冲垫厚度（反映接触面弹性大小）的关系用图像表示出来。

为了避免随机误差，我们分别将鸡蛋横向与纵向在各个厚度的橡胶垫缓冲时的最大形变量的平均值（每组 3 个）与橡胶垫的厚度记录在 Excel 中，从而得到如图 3.3.1 所示的关系图，而测量的误差我们也将其作为误差棒添加到实验测量数据上。从中我们可以发现，当橡胶垫的厚度为零，即完全刚性接触的时候，其与文献报道结果从定性和定量上都基本吻合，说明实验的正确性；而随着橡胶垫的厚度增加，鸡蛋的最佳受力方向由横向改为了纵向。在我们的实验中，转折点发生在缓冲垫厚度在 0mm 至 1mm 之间。但是由于材料厚度的限制，我们没有更详细的实验数据来更仔细地观察到这一转变的过程，在后续的实验上我们将进一步针对这一厚度范围进行橡胶垫的特殊定制，从而更定量化的研究。

同时，为了排除掉绝对的形变量数据本底的影响，我们又引入了形变量比值这一参量，其定义为纵向最大形变量与横向最大形变量之比，如图 3.3.2 所示，从中可以更清楚地观察到这个最佳受力方向转变点的存在。

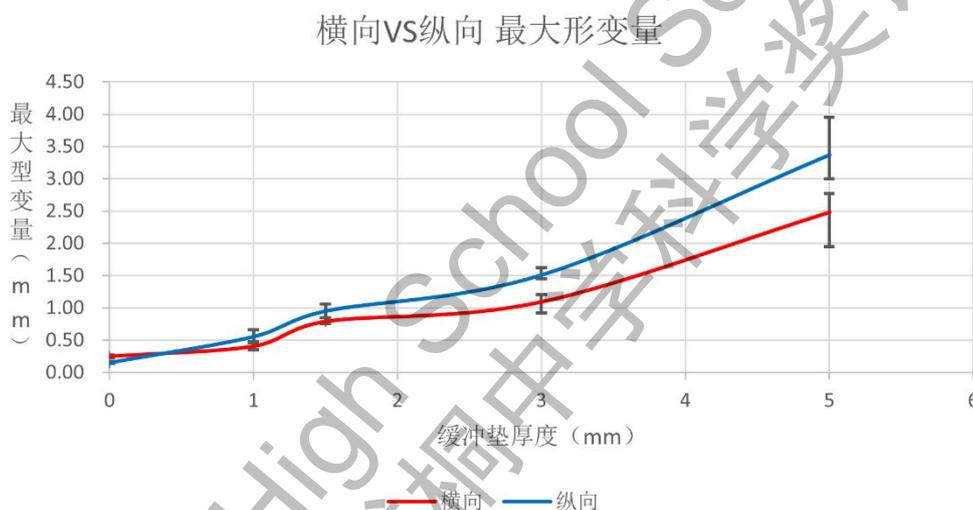


图 3.3.1. 鸡蛋破裂前最大形变量与缓冲垫厚度关系图

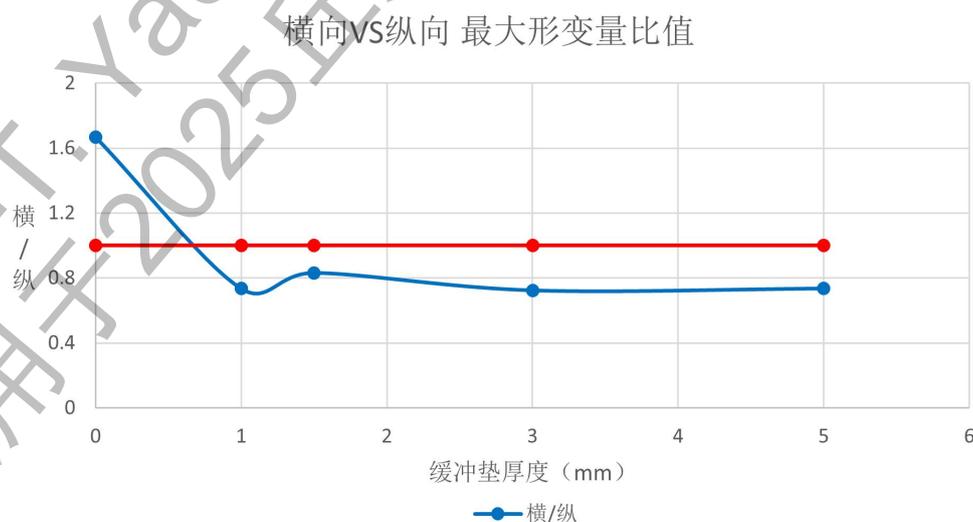


图 3.3.2. 鸡蛋破裂前最大形变量比值与缓冲垫厚度关系图

## 4 理论模型构建

为解释前文实验部分中的结论：即当接触面的弹性逐渐增加的时候（例如实验中采用不同厚度的橡胶垫），使得鸡蛋壳最佳的受力方向从横向转变为纵向，本章将通过能量与受力构建鸡蛋壳抗压理论模型，为该实验结论提供理论依据支撑，以下为具体的理论模型建立。

### 4.1 理想的鸡蛋壳形变模型

鸡蛋壳可视为厚度  $h \ll R$  的薄壳，其遵循着 Kirchhoff-Love 壳理论[4]，因此我们可以对其做出如下假设：将小应变视为线弹性，厚度方向无剪切力，在开裂之前认为力—位移近似线性。而膜应力  $N$  以及弯矩应力合力  $M$  可以由三维胡克定律推导得：

$$N = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma dz = A[\varepsilon + \nu tr(\varepsilon)I], M = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma dz = D[k + \nu tr(k)I] \quad (1.1)$$

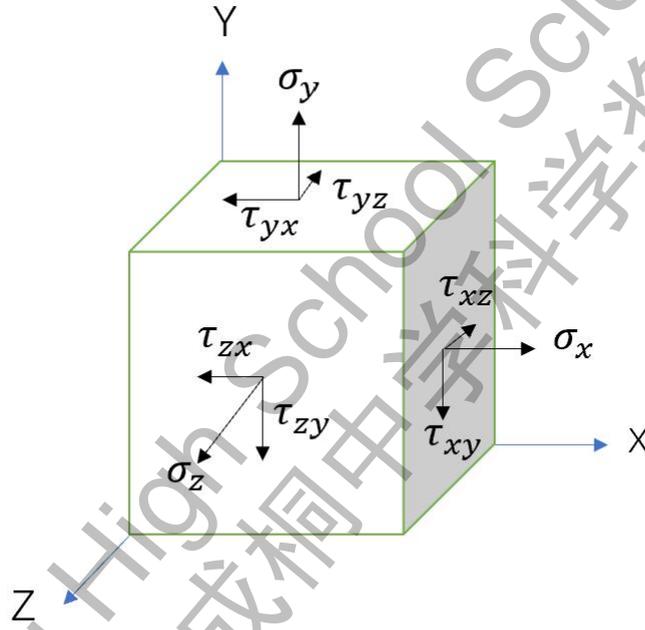


图 4.1.1 三维胡克定律示意图

其中  $A = \frac{Eh}{1-\nu^2}$  为面内刚度，表明膜力与应变的比例随厚度线性增长； $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  为弯曲刚度，表明弯矩与曲率的比例随厚度立方增长；而  $\varepsilon$  是中面膜应变张量； $k$  是曲率变化张量； $I$  是单位张量，二维情况下  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ； $tr(\varepsilon) = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}$ ； $tr(k) = k_{xx} + k_{yy}$ ； $E, \nu$  为壳材料弹性模量与泊松比。

为了进一步探究鸡蛋壳的破裂条件，我们引入对鸡蛋壳弹性能计算，鸡蛋壳单位体积弹性能量为：

$$u = \frac{1}{2} \sum_{ij} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (1.2)$$

利用假设将应变视为线弹性，再对厚度积分，便可以得到单位中面面积的弹性能

$$u_{2D} = \int_{-h/2}^{h/2} u dz = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \sum_{ij} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dz \quad (1.3)$$

再把  $N$  与  $M$  带入进去，将  $N$  的部分化为膜能  $u_s$ ，将  $M$  的部分化为弯曲能  $u_b$  就可得到：

$$u_s = \frac{A}{2} (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + 2\nu \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + 2(1-\nu) \varepsilon_{xy}^2) \quad (1.4)$$

$$u_b = \frac{D}{2} (k_{xx}^2 + k_{yy}^2 + 2\nu k_{xx} k_{yy} + 2(1-\nu) k_{xy}^2) \quad (1.5)$$

同时对于小变形，我们将曲率近似等于位移二阶导，并设中面位移 $\delta(x, y)$ ，由于具体求解过于复杂，我们在此只给出其标度关系：

$$\Delta k \sim \frac{\delta}{l^2} \quad (1.6)$$

其中 $l$ 是压入影响半径。

将 $u_b$ 中的曲率均以此计算，再积分到面积得到总弯曲能 $U_b$ ：

$$U_b \sim D \frac{\delta^2}{l^2} \quad (1.7)$$

再将位移产生的应变近似： $\varepsilon \sim \frac{\delta}{R}$ 代入 $u_s$ 中，并计算总膜能 $U_s$ 最终可得：

$$U_s \sim A \frac{\delta^2}{R^2} l^2 \quad (1.8)$$

其中 $R$ 是局部曲率给出的球壳几何半径。

为了探究破裂时的状态，令 $\frac{\partial U}{\partial l} = 0$ ，其中 $U$ 是总能量，可得：

$$l \sim \left(\frac{DR^2}{A}\right)^{1/4} \quad (1.9)$$

再将其带回 $U$ ，再用 $F = \frac{\partial U}{\partial w}$ ：

$$F \sim C_1 \frac{Eh^2}{R} \delta, \quad F = k_f \delta \quad (1.10)$$

其中 $C_1$ 为运算中的无量纲常数，同时满足 $k_f \propto \frac{Eh^2}{R}$ 。

进一步对鸡蛋壳在碎裂之前的能量吸收进行探究：

$$E_t = \int_0^\delta F(\delta) d\delta = \frac{F_c^2}{2k_f} \quad (1.11)$$

其中 $E_t$ 是鸡蛋壳吸收能量， $F_c$ 是破裂时的峰值力

我们对侧向吸能与竖向吸能进行对比：

$$\frac{U_{c,side}}{U_{c,end}} \approx \frac{F_{side}}{F_{end}} \left(\frac{h_{end}}{h_{side}}\right)^2 \frac{R_{side}}{R_{end}} > 1 \quad (1.12)$$

竖向的厚度与横向比之比大于1，但我们在这里将其视为1，忽略影响是因为误差相比 $\frac{R_{side}}{R_{end}}$ 这个主变化量差距在一个数量级以上，而侧向几何半径要大于竖向几何半径，同时我们经过计算可得 $\frac{F_{side}}{F_{end}}$ 在刚性接触条件下大于1由此可见，在正常情况下鸡蛋壳的横向比竖向的抗压性更好。这一结论与实验现象相互照应，证明其正确性。

## 4.2 形变模型的非刚性接触修正

但在实验中，当我们在鸡蛋底部放上垫子，竖向抗压性会逐渐反超横向。针对此，我们进行进一步理论探究。设有了垫子的接触半径为 $a$ ：

$$U_b \sim D \frac{\delta^2}{a^2}, \quad U_s \sim A \frac{\delta^2}{R^2} a^2 \quad (1.13)$$

因此壳的线性刚度 $k_{shell}$ 便可以用以下公式表示：

$$k_{shell}(a) = \frac{\partial U}{\partial \delta} = C_b \frac{D}{a^2} + C_s \frac{Aa^2}{R^2} \quad (1.14)$$

而垫子可以看成均匀受压块，其线性刚度：

$$k_{pad}(a) \approx C_p \frac{E_p \pi a^2}{t_p} \quad (1.15)$$

整合二者，可得到总刚度表达式：

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_{pad}(a)} + \frac{1}{k_{shell}(a)} \quad (1.16)$$

对于竖向来讲，其局部曲率增量最容易首先达到阈值：

$$\delta_c^{end} \sim k_c a^2 \quad (1.17)$$

对于横向来讲，其膜应变最容易达到阈值：

$$\delta_c^{side} \sim \varepsilon_c R \quad (1.18)$$

于是两处的首裂力：

$$F_c^{end}(a) \approx k_{shell}^{end}(a) \delta_c^{end} \sim k_c D + k_c A \frac{a^4}{R_{end}^2} \quad (1.19)$$

$$F_c^{side}(a) \approx k_{shell}^{side}(a) \delta_c^{side} \sim \varepsilon_c R_{side} \frac{D}{a^2} + \varepsilon_c A \frac{a^2}{R_{side}} \quad (1.20)$$

20)

可以看见，当接触半径  $a$  增大时， $F_c^{end}(a)$  会比  $F_c^{side}(a)$  增长更快  
接下来对二者吸能之比进行探究：

$$\frac{U_c^{end}}{U_c^{side}} = \frac{F_c^{end}(a)^2}{F_c^{side}(a)^2} * \frac{k_t^{side}}{k_t^{end}} \quad (1.21)$$

其中可以看见，随着  $a$  的增大，即受力面积的增大，竖向的最大吸能(即抗压性)的增长率比起横向最大吸能(即抗压性)的会更大，使竖向抗压性最终反超横向。这一理论结论很好地为前文中的实验现象提供理论依据支撑，并证明其结果的合理性和正确性。

## 5 仿真实验验证

为了进一步验证我们的理论模型与实验结论的正确性，我们接下来采用 COMSOL 仿真软件来仿真计算鸡蛋壳的应力应变曲线，并根据理论模型做参数化扫描，研究其在不同受力面积下应力应变曲线的变化过程。

### 5.1 几何模型与初始条件

首先，如图 5.1.1(左)所示，在鸡蛋壳的数学模型构建方面，我们先在二维平面建立了 Hügelschäffer 曲线[5]，这种曲线是一种经典的鸡蛋形数学模型。

其中，设定  $y$  方向函数( $u \in [-0.02m, 0]$ ):  $b \sqrt{1 - \frac{u^2}{(a+ku)^2}}$ ，其中  $a = 0.02m$ ,  $b = 0.016m$ ,  $k = 0.11$ ;  $x$  方向函数:  $u$

同时设定  $y$  方向函数( $u \in [0, 0.02m]$ ):  $b \sqrt{1 - \frac{u^2}{(a-ku)^2}}$ ;  $x$  方向函数:  $u$

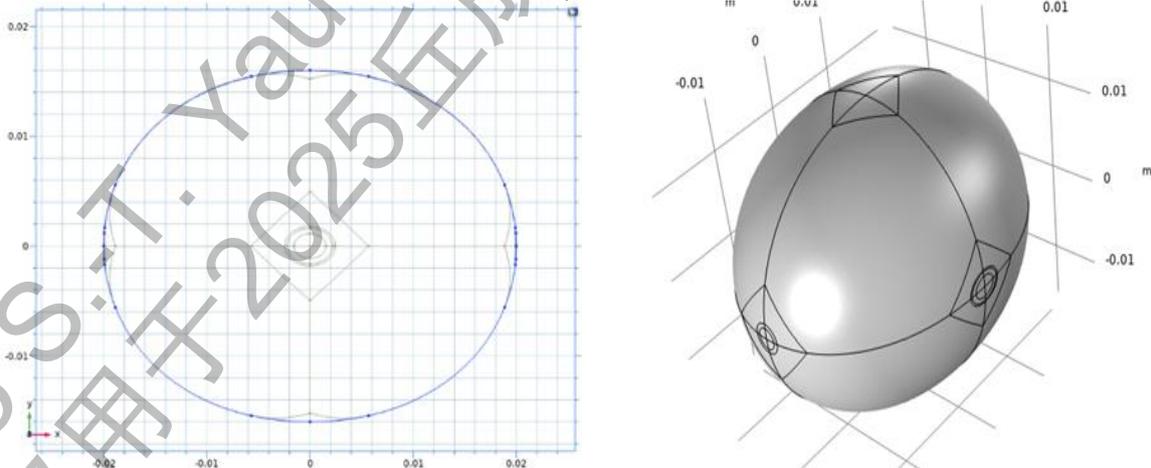


图 5.1.1 鸡蛋壳二维曲线图 (左) 及旋转构造的 3 维立体模型 (右)

我们对该二维曲线进行旋转，即可得到鸡蛋壳的 3 维几何模型，如图所示 5.1.1 (右) 所示。同时，我们选用壳接口作为此次 comsol 仿真的接口，并设定壳的厚度为  $0.3mm$ ，这也是鸡蛋壳平均厚度，而厚度在不同方向上的微小差异我们将其忽略。材料方面，我们设定鸡蛋壳的弹性模量  $E$  为  $32 * 10^9$ ，密度为  $2200kg/m^3$ ，泊松比为  $0.25$ ，而这些数据也是鸡蛋壳

参数的平均数据，具有代表性。同步再设定弹性力学中的约束条件，包括连续性条件、能量守恒等，以满足运算条件。

对于竖向挤压（如图 5.1.2 右所示），我们设定其  $zx$  平面上的曲线  $y$  方向位移为  $0$ ， $xy$  平面曲线  $z$  方向位移为  $0$ ；而对于横向挤压（如图 5.1.2 左所示），我们设定其  $zx$  平面  $y$  位移为  $0$ ， $yz$  平面  $x$  位移为  $0$ 。

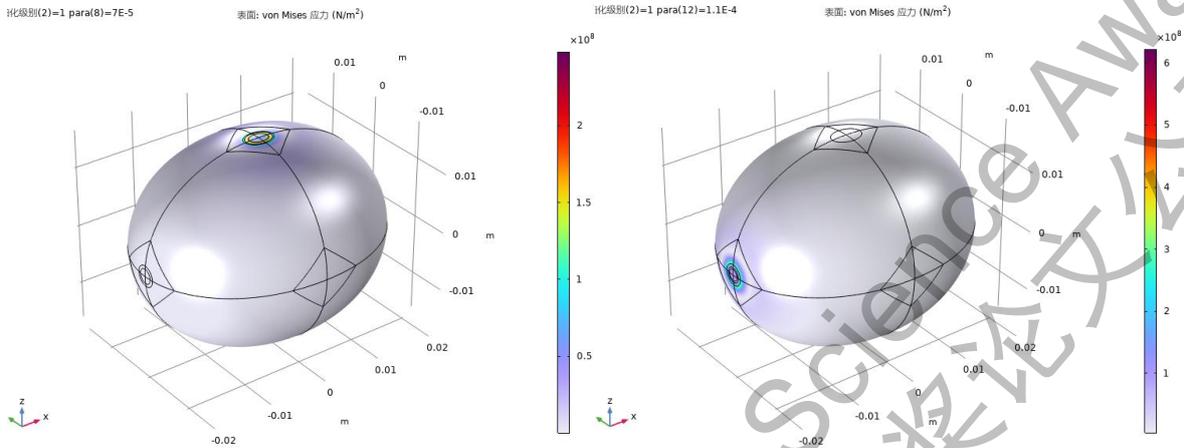


图 5.1.2 横向挤压（左）与竖向挤压（右）

继续设定其施力条件，为了符合现实情况，我们选用鸡蛋壳模型顶点附近的椭圆作为施力面积，同时为确保施力条件相同，我们将横向竖向施力面积设定为相等；施力方式上，为了采集更多数据与直观化，我们采用位移而非面载荷作为变量进行施力。设定上，我们让施力面积具有强制朝向相反突起方向的位移，通过采集不同位移情况下的受力图与端点数据图，以此来达到施加多种力的目的。对于判断破裂。我们采用计算主应力的方式来判断，通过对端点的应力点计算，我们可以得到关于此点的应力图像，进而判断应力突变点，而应力突变点在模拟中我们便将其视为破裂依据。

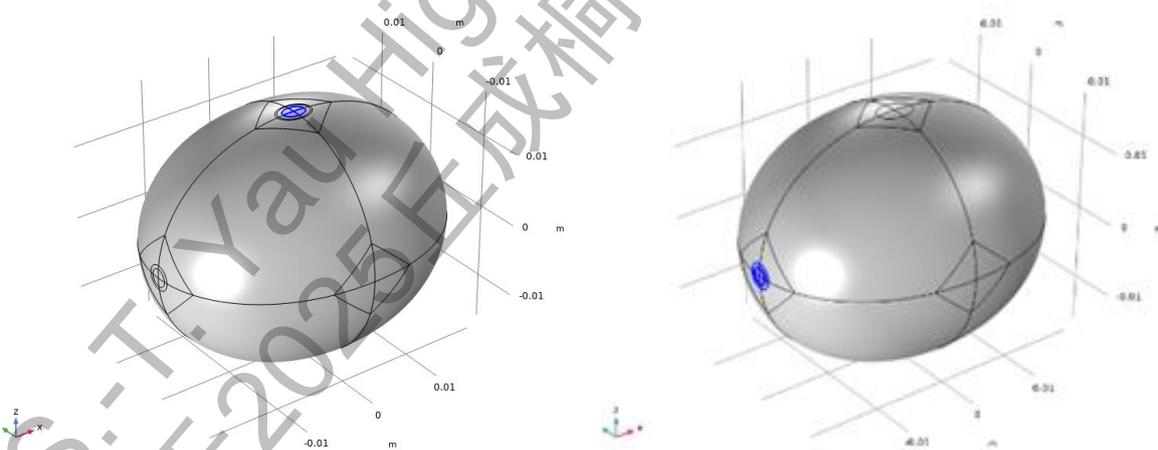


图 5.1.3 横向施力（左）与竖向施力（右）

## 5.2 鸡蛋球壳模型的应力应变仿真研究

基于前面的仿真设置，我们随后便展开鸡蛋球壳模型的应力应变曲线仿真探究：

**对于竖向挤压：**通过控制端点的位移量，然后利用鸡蛋壳端点的探测器来计算其应力，我们可以得到如图 5.2.1 所示的应力应变曲线：其中蓝色曲线代表着受力端点的变化， $y$  轴是主应力， $x$  轴是位移，可以看到其在位移为  $1.1 \times 10^{-4}m$  时发生突变，而在此之前呈现良好的线性应力应变关系。因此，我们认为位移为  $1.1 \times 10^{-4}m$  时鸡蛋壳达到应变极限，此时鸡蛋壳

发生破碎，导致后续 comsol 的模拟仿真结果不再具有意义。

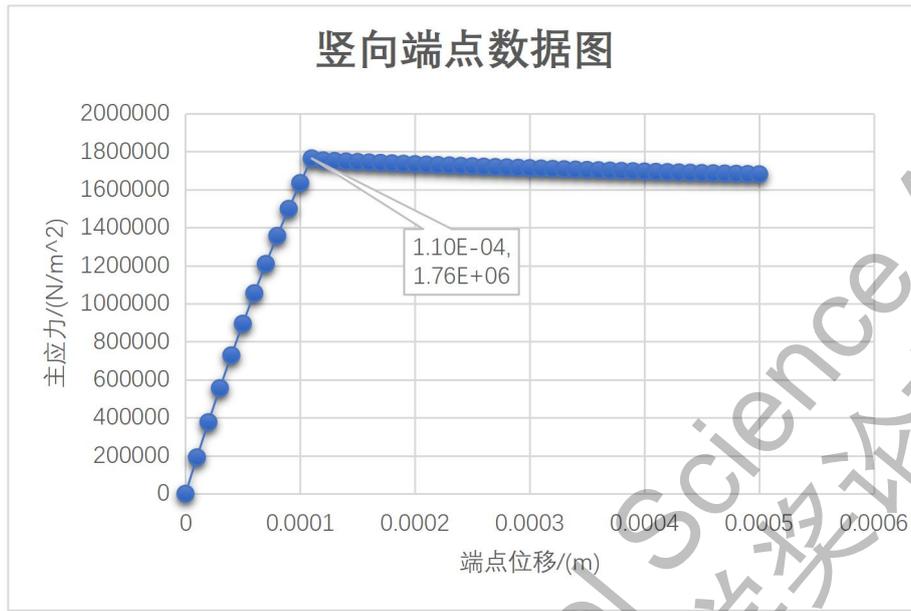


图 5.2.1 竖向环面端点数据图

为了进一步确认  $1.1 \times 10^{-4}m$  确实为应变临界点，我们又进一步仿真该参数点前后的应力图像 (如图 5.2.2 所示)。由于在设置的时候，施加位移的方式是均匀施加的，可以看见在图 5.2.2 (右) 里受力是均匀的 (此时施加位移为  $1.0 \times 10^{-4}m$ )，而在图 5.2.2 (左) 中，此时施加位移为  $1.2 \times 10^{-4}m$ ，很明显出现了受力不均匀，与给定的施力方式相违背，由此可以判断鸡蛋壳在  $1.1 \times 10^{-4}m$  确实发生破裂，使得后续 comsol 产生错误的仿真输出。

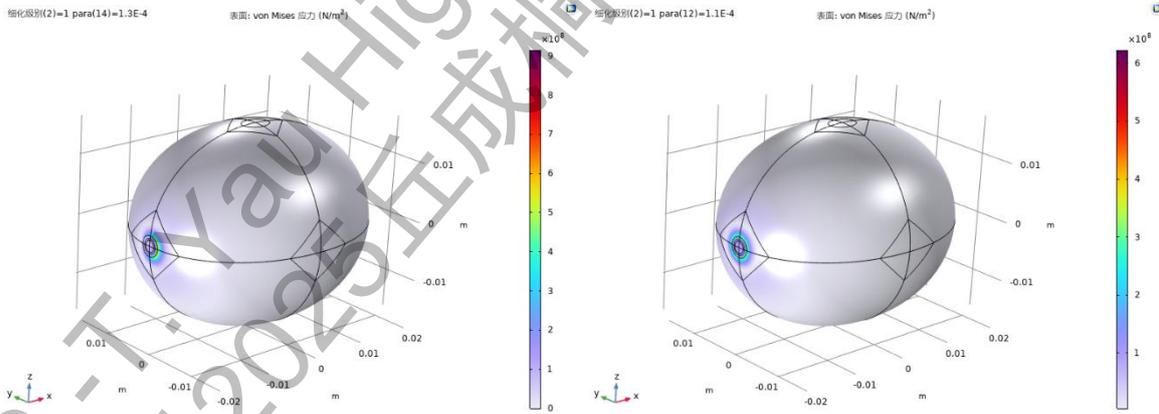


图 5.2.2 施加位移为  $1.2 \times 10^{-4}cm$  蛋壳受力图 (左) 与施加位移为  $1.0 \times 10^{-4}cm$  蛋壳受力图 (右)

对于横向挤压：我们通过计算得出受力大小相同下，合理的竖向受力面积大约为横向的 85%，因此我们调整了施力区域与面积，而其余仿真设置保持相同。通过控制横向端点的位移量，完成对鸡蛋壳端点的应力计算，我们可以得到如图 5.2.3 所示的横向的应力应变曲线：其中蓝色曲线代表着受力端点的变化，y 轴是主应力，x 轴是位移，可以看到其在位移为  $1.5 \times 10^{-4}m$  时突变。与纵向情况类似，我们认为此时鸡蛋壳达到应变极限，实际上应该破碎，导致后续 comsol 模拟产生错误解。

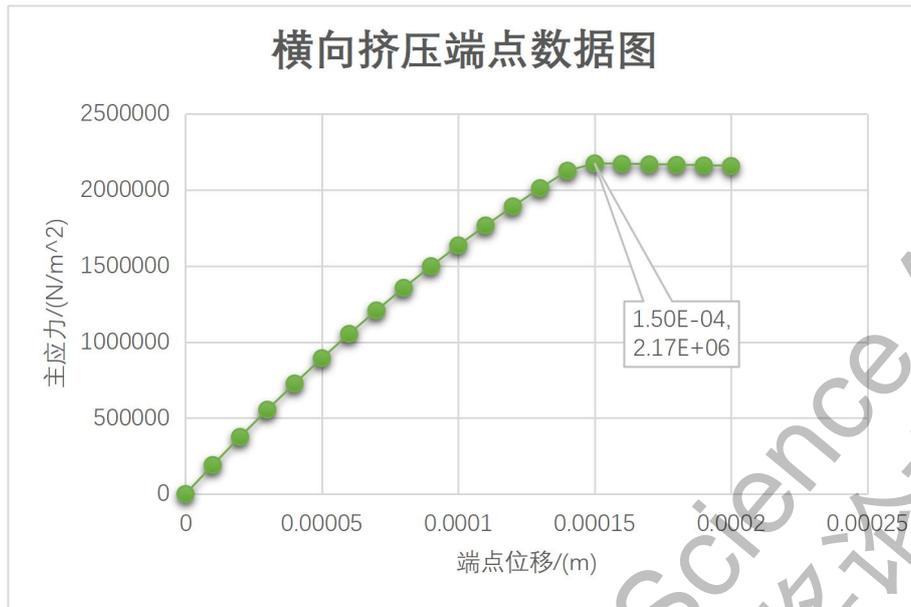


图 5.2.3 横向挤压环面端点数据图

而在  $1.5 \times 10^{-4}m$  前后的应力图像绘制上同样产生变化，我对其施加位移的方式是均匀施加的，同时可以看见在图 5.2.4（左）里受力是均匀的，而在图 5.2.4（右）中，受力明显不均匀，由此可以判断鸡蛋壳在  $1.4 \times 10^{-4}m$  破裂，后续 comsol 产生错误解。

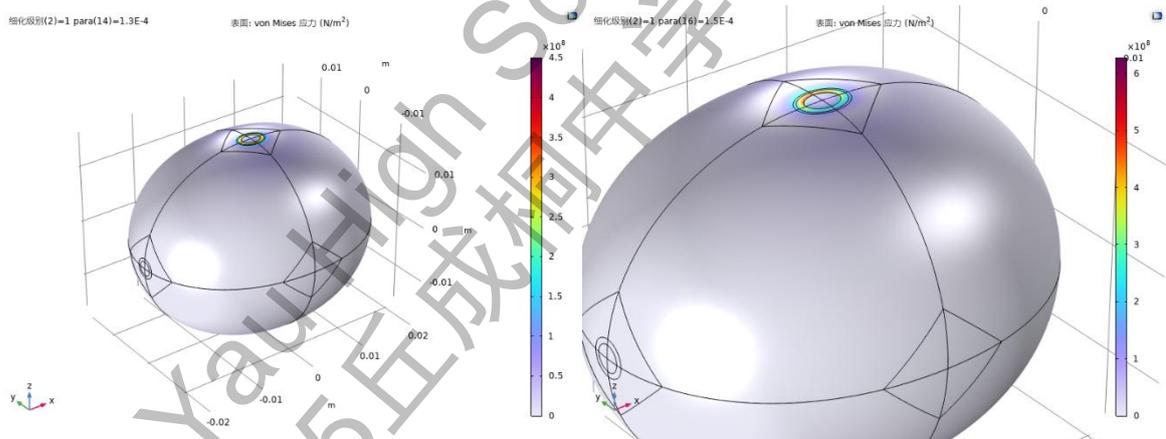


图 5.2.4 横向挤压位移为  $1.4 \times 10^{-4}m$  时受力情况（左）与横向挤压位移为  $1.6 \times 10^{-4}m$  时受力情况（右）

同时进一步比较横向挤压与竖向挤压，可以发现，在没有垫子的情况下，也即受力施力面积近似且有解情况下，横向破裂（如图 5.2.5）所需外界施力（也即位移  $1.5 \times 10^{-4}m$ ）都要大于竖向破裂所需的外界施力（也即位移  $1.1 \times 10^{-4}m$ ），这一现象符合之前的理论推导，也与之前的实验结果吻合良好，由此可证明仿真模型的正确性。

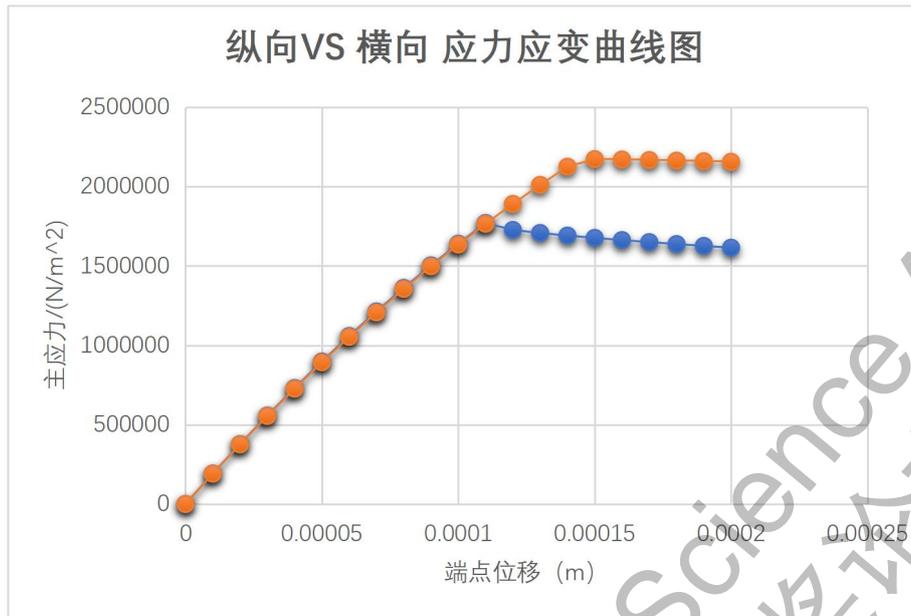


图 5.2.5 仿真得到的横向施力受力端点应力应变曲线图，其中蓝色曲线为纵向受力，橙色为横向受力。可以看到，横向比纵向能够承受更大的位移量和更大的应力，这与实验结果和理论预测相吻合。

### 5.3 受力面积变化下横向与纵向受力模型研究

随后，我们进一步探究当有了不同厚度的橡胶缓冲垫的情况下，鸡蛋壳在横向受力方向上的应力应变曲线变化。在 comsol 仿真模拟中，我们将其等效视为受力区域面积的增大，对于横向挤压，受力面积如图 5.3.1 (面积= $8.30 \times 10^{-6}m^2$ ) 时，从对应受力施力端点数据图可以看出，其中破裂点位于  $1.5 \times 10^{-4}m$ 。

随后，我们进一步探究不同受力面积情况下的抗压性，如图 5.3.2 (面积= $1.10 \times 10^{-5}m^2$ ) 时，其对应的数据图如下，其中破裂点位于  $1.7 \times 10^{-4}m$ ，大于原来的  $1.5 \times 10^{-4}m$ 。可以看出，当受力面积变大，抗压性也变得更好，这一现象与现实生活中的常识相符合，也与第三章的实验数据相符合。进一步将受力面积变大，如图 5.3.3 (面积= $1.38 \times 10^{-5}m^2$ ) 时，其对应的数据图如下，其中破裂点位于  $1.9 \times 10^{-4}m$ ，大于原来的  $1.7 \times 10^{-4}m$ 。进一步将受力面积变大，如图 5.3.4 (面积= $1.79 \times 10^{-5}m^2$ ) 时，其对应的数据图如下，其中破裂点位于  $2.3 \times 10^{-4}m$ ，大于原来的  $1.9 \times 10^{-4}m$ 。继续放大面积，如图 5.3.5 (面积= $2.20 \times 10^{-5}m^2$ ) 时，其对应数据图如下，其中破裂点位于  $2.4 \times 10^{-4}m$ ，大于原来的  $2.3 \times 10^{-4}m$ 。继续放大，当受力面积如图 5.3.6 (面积= $2.75 \times 10^{-5}m^2$ ) 时，其对应数据图如下，其中破裂点位于  $2.6 \times 10^{-4}m$ ，大于原来的  $2.4 \times 10^{-4}m$ 。

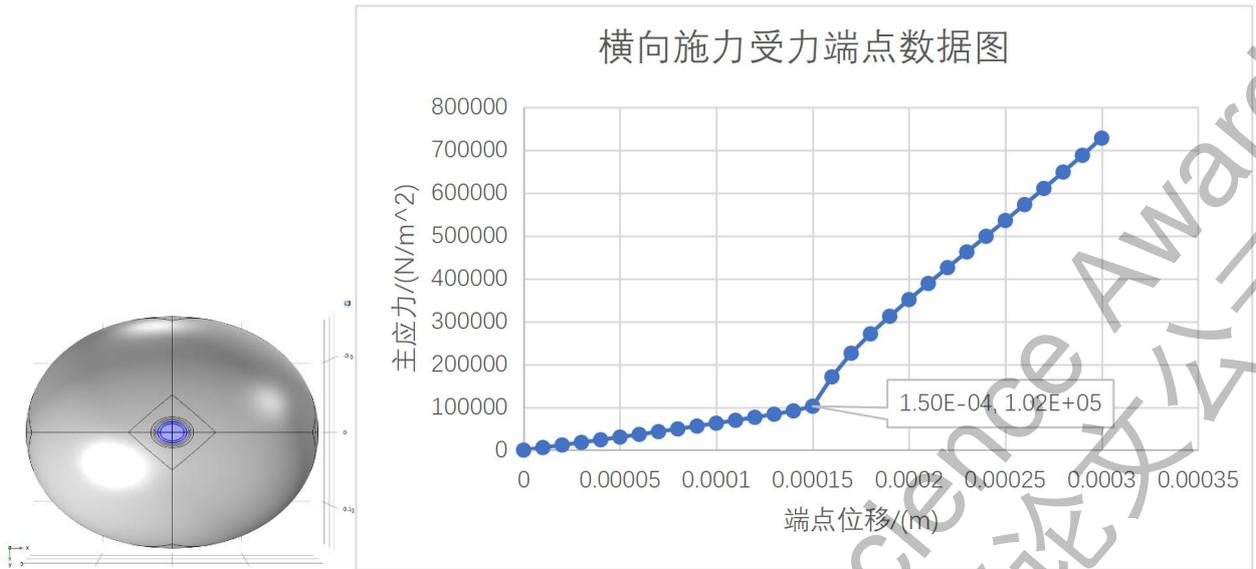


图 5.3.1 横向施力受力端点 (受力面积=  $8.30 * 10^{-6}m^2$ ) 受力图及其数据图

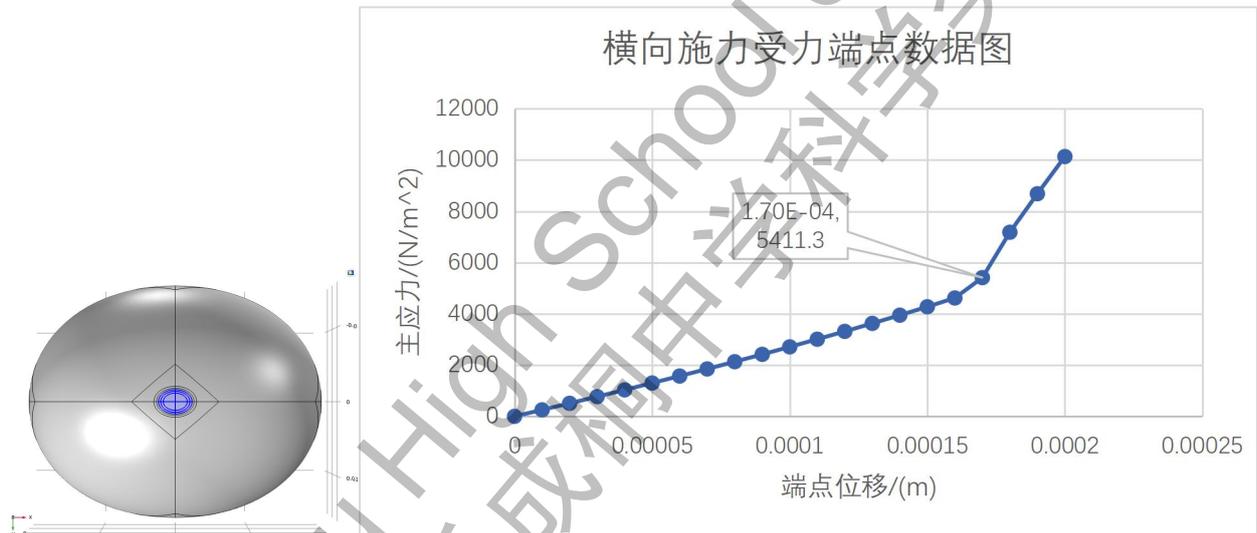


图 5.3.2 横向施力受力端点 (受力面积=  $1.10 * 10^{-5}m^2$ ) 受力图及其数据图

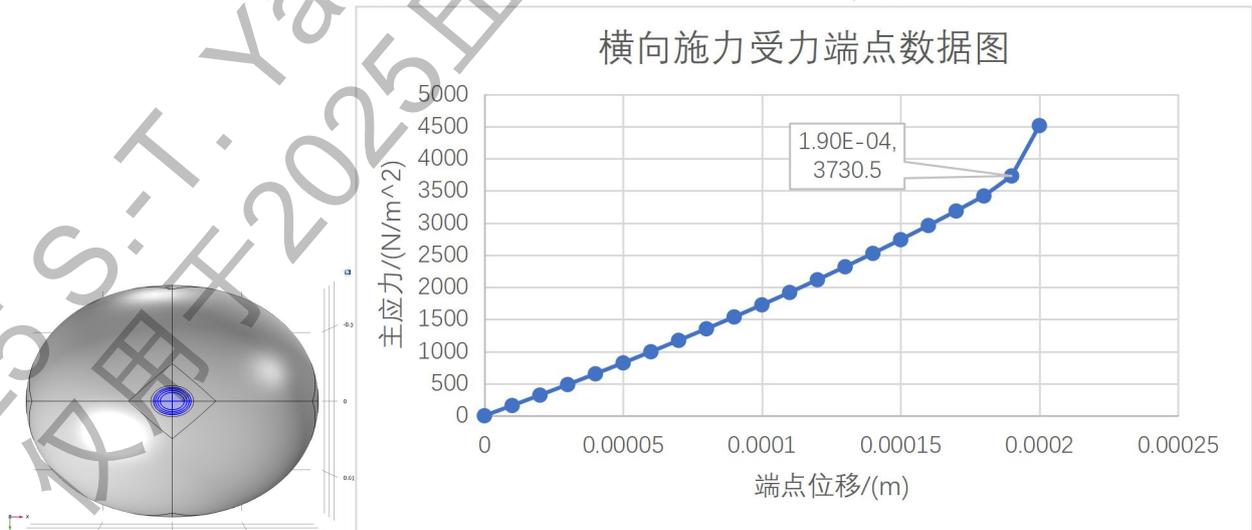


图 5.3.3 横向施力受力端点 (受力面积=  $1.38 * 10^{-5}m^2$ ) 受力图及其数据图

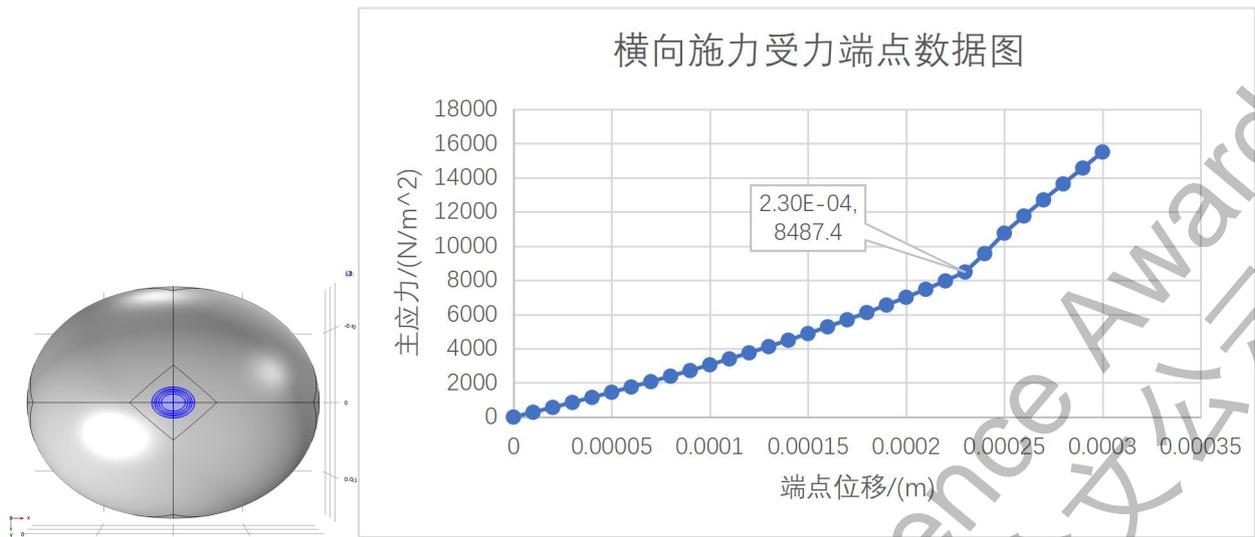


图 5.3.4 横向施力受力端点 (受力面积=  $1.79 \times 10^{-5} m^2$ ) 受力图及其数据图

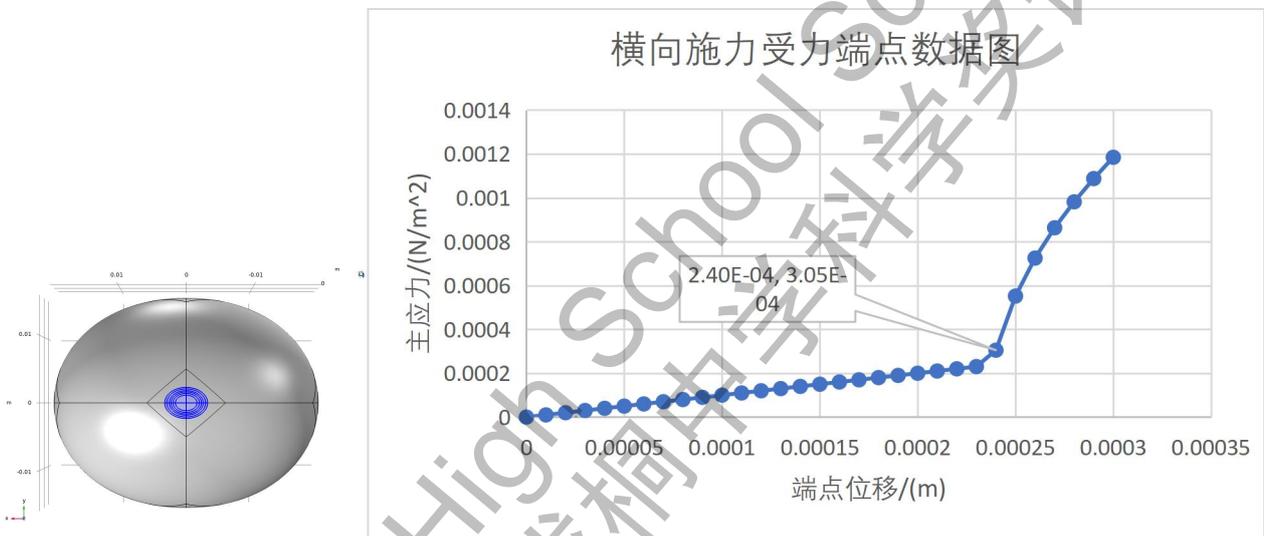


图 5.3.5 横向施力受力端点 (受力面积=  $2.20 \times 10^{-5} m^2$ ) 受力图及其数据图

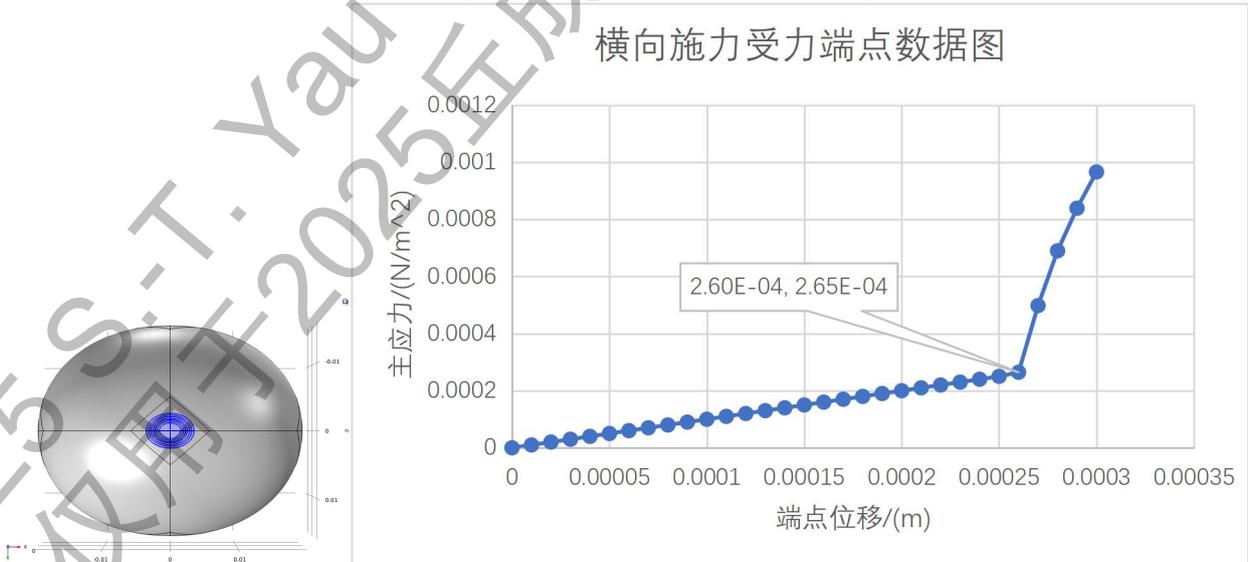


图 5.3.6 横向施力受力端点 (受力面积=  $2.75 \times 10^{-5} m^2$ ) 受力图及其数据图

基于上述的仿真计算结果，我们以受力面积为横轴，以对应情况下鸡蛋壳能承受的最大位移量为纵轴作图，可得图 5.3.7，从中可以看见，随着受力面积的不断增大，横向抗压性也在不断增强，这与我们第三章的实验结果高度吻合，从而从理论、仿真到实验形成了闭环。

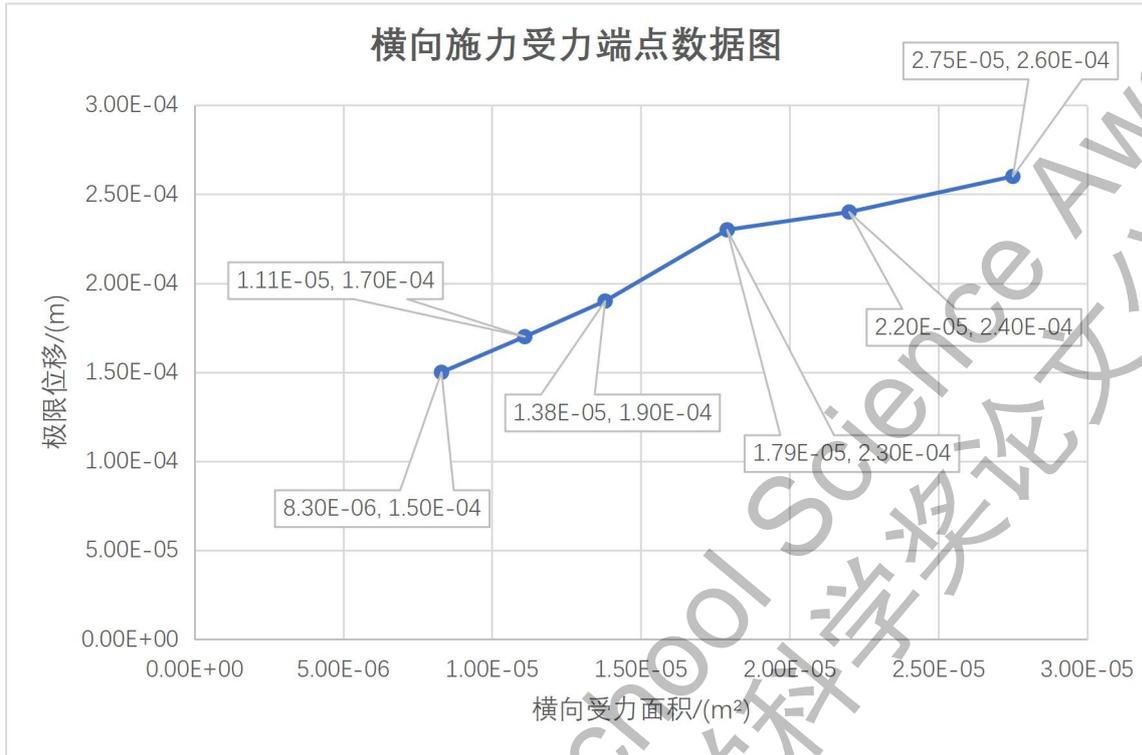


图 5.3.7 横向施力受力端点最大位移随受力面积变化数据图

同时，我们进一步探究竖向挤压情况下，对于不同厚度的橡胶垫，鸡蛋壳的应力应变曲线变化情况。受力面积如图 5.3.8（面积= $7.14 \times 10^{-6} m^2$ ）时，其对应受力施力端点数据图破裂点为  $1.1 \times 10^{-4} m$ 。而在受力面积变大后，如图 5.3.9（面积= $8.93 \times 10^{-6} m^2$ ）时，从对应受力施力端点数据图可以看出，其中破裂点位于  $1.2 \times 10^{-4} m$ ，大于原来的  $1.1 \times 10^{-4} m$ ，可以看出，当受力面积变大，抗压性也变得更好，这一现象与现实生活中的情景相符合。进一步探究更多不同受力面积情况下的抗压性，如图 5.3.10（面积= $1.52 \times 10^{-5} m^2$ ）时，其对应的数据图如下，其中破裂点位于  $1.7 \times 10^{-4} m$ ，大于原来的  $1.2 \times 10^{-4} m$ 。进一步将受力面积变大，如图 5.3.11（面积= $1.79 \times 10^{-5} m^2$ ）时，其对应的数据图如下，其中破裂点位于  $2.2 \times 10^{-4} m$ ，大于原来的  $1.7 \times 10^{-4} m$ 。进一步将受力面积变大，如图 5.3.12（面积= $1.97 \times 10^{-5} m^2$ ）时，其对应的数据图如下，其中破裂点位于  $2.8 \times 10^{-4} m$ ，大于原来的  $2.2 \times 10^{-4} m$ 。继续放大，当受力面积如图 5.3.13（面积= $2.41 \times 10^{-5} m^2$ ）时，其对应数据图如下，其中破裂点位于  $2.8 \times 10^{-4} m$ ，等于原来的  $2.8 \times 10^{-4} m$ ，这是由于此时接触面的弹性已经足够强，受力面积的增加对于鸡蛋壳的抗压性地影响较为微弱，因此极限位移基本不再变化。

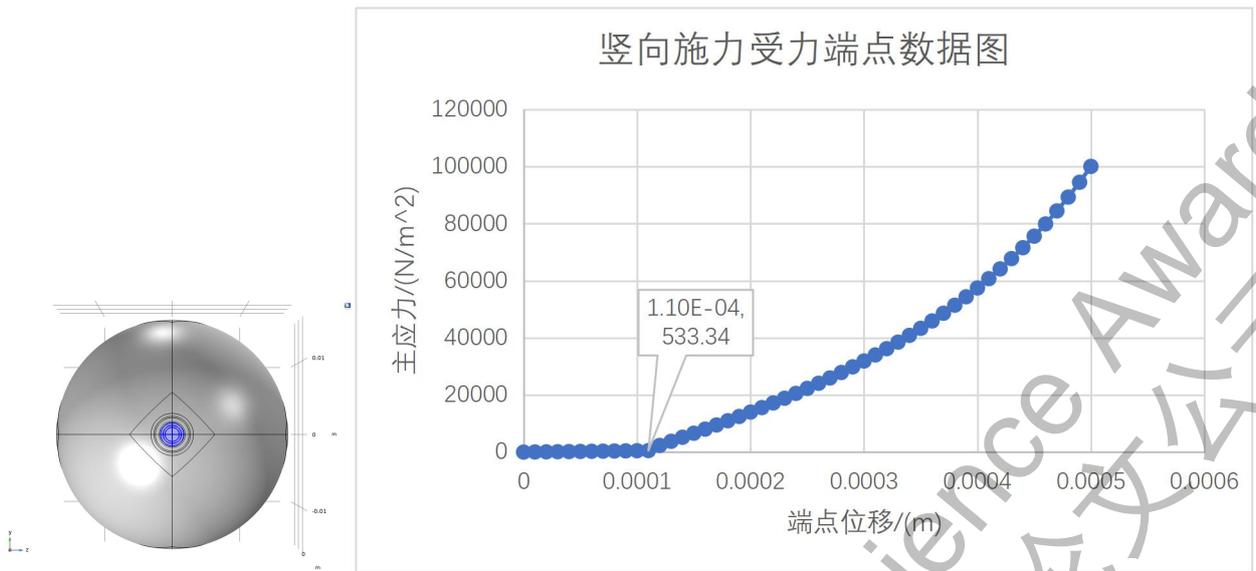


图 5.3.8 竖向施力受力端点（受力面积=  $7.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ）受力图及其数据图

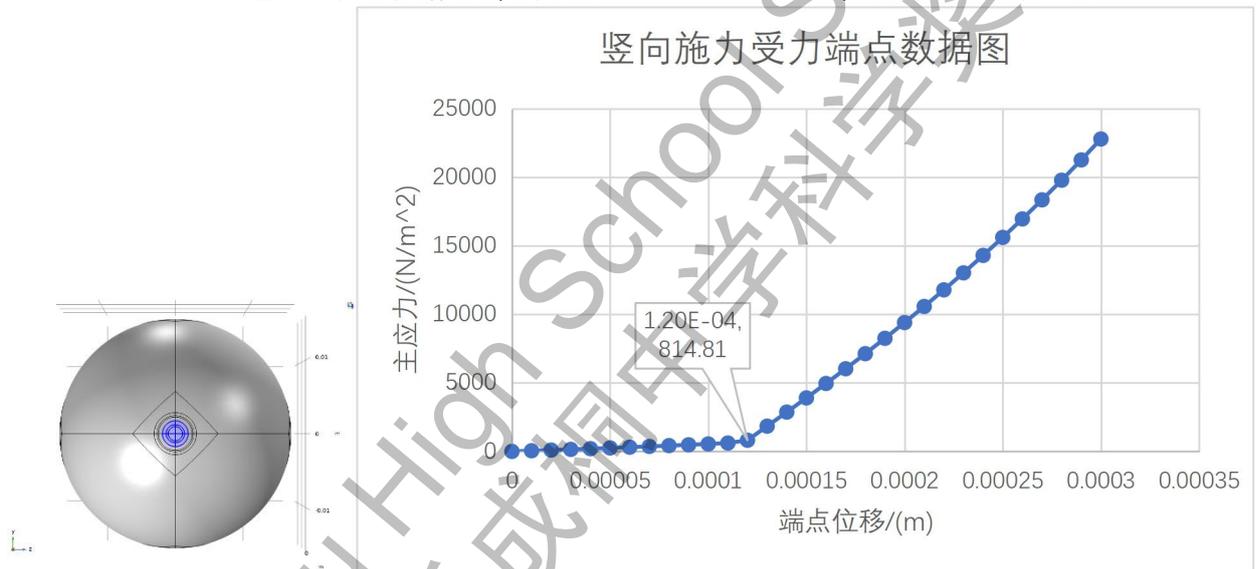


图 5.3.9 竖向施力受力端点（受力面积=  $8.93 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ）受力图及其数据图

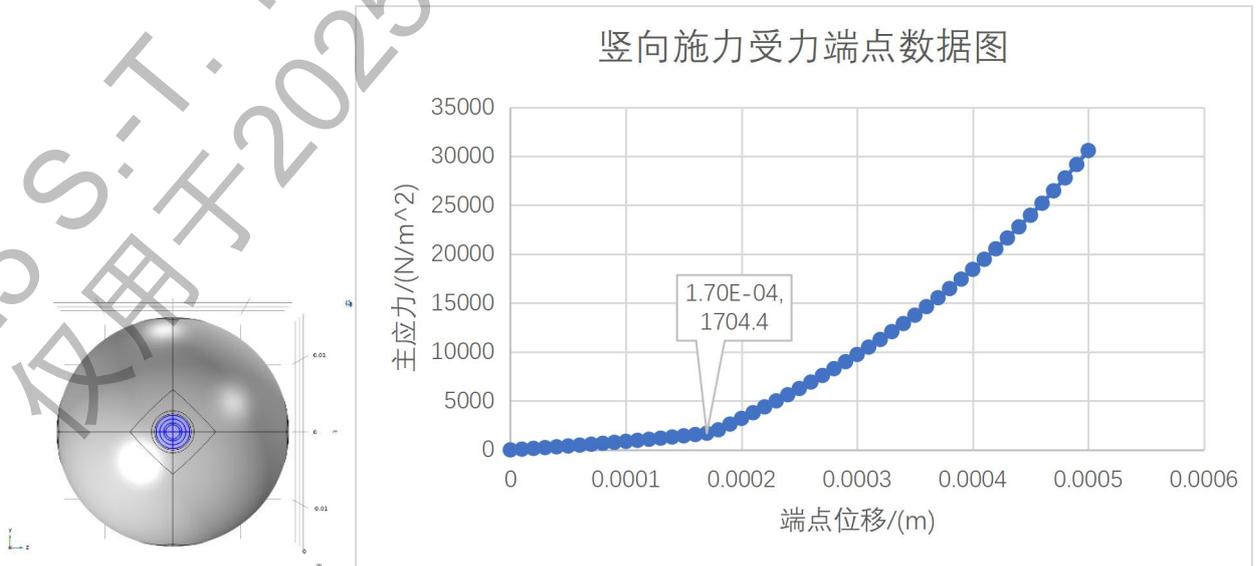


图 5.3.10 竖向施力受力端点 (受力面积=  $1.52 \times 10^{-5}m^2$ ) 受力图及其数据图

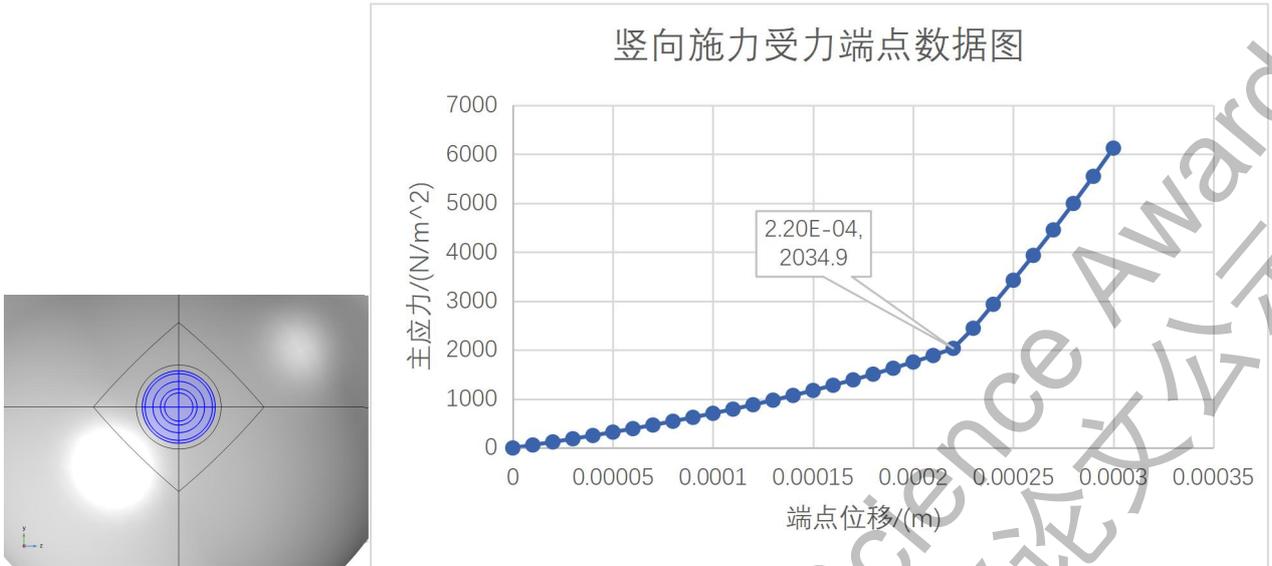


图 5.3.11 竖向施力受力端点 (受力面积=  $1.79 \times 10^{-5}m^2$ ) 受力图及其数据图

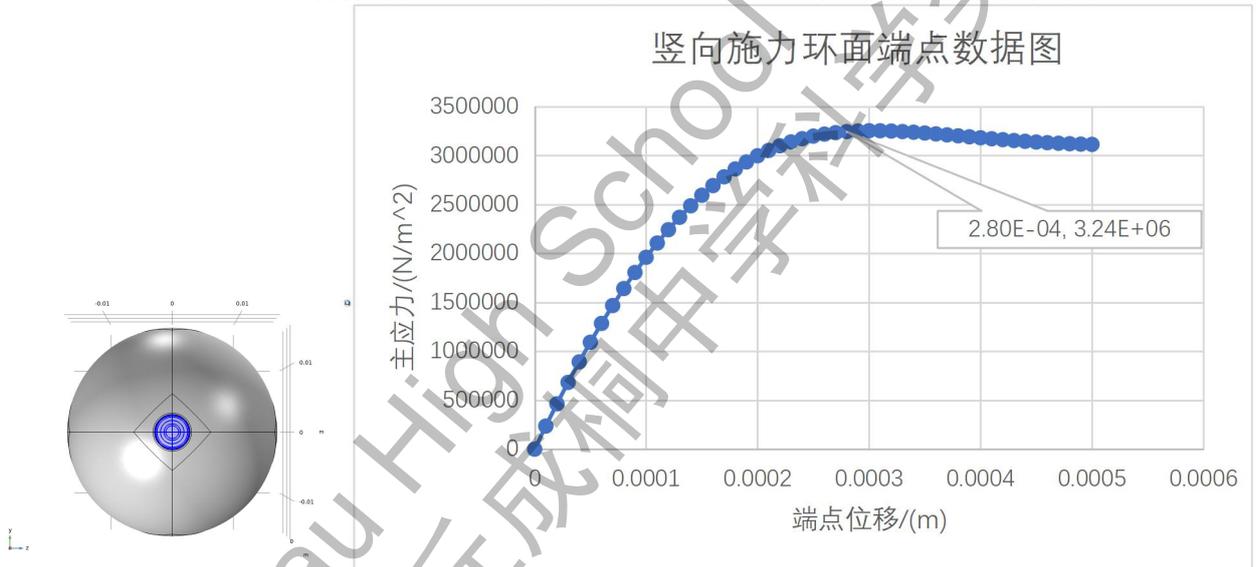


图 5.3.12 竖向施力受力端点 (受力面积=  $1.97 \times 10^{-5}m^2$ ) 受力图及其数据图

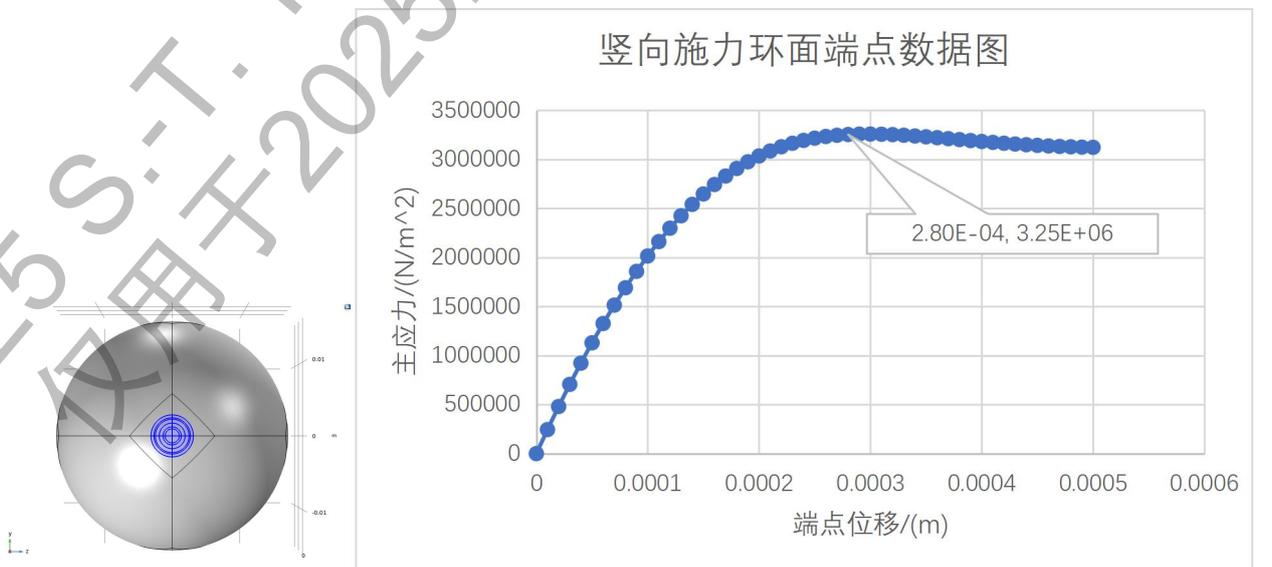


图 5.3.13 竖向施力受力端点 (受力面积=  $2.41 \times 10^{-5}m^2$ ) 受力图及其数据图

我们重复图 5.3.8~13 的操作，将受力面积与鸡蛋壳能承受的最大位移量相联系，得到图 5.3.14，从中可以看见，随着受力面积的不断增大，其竖向抗压性也在不断增强，符合理论预测与实验结果。

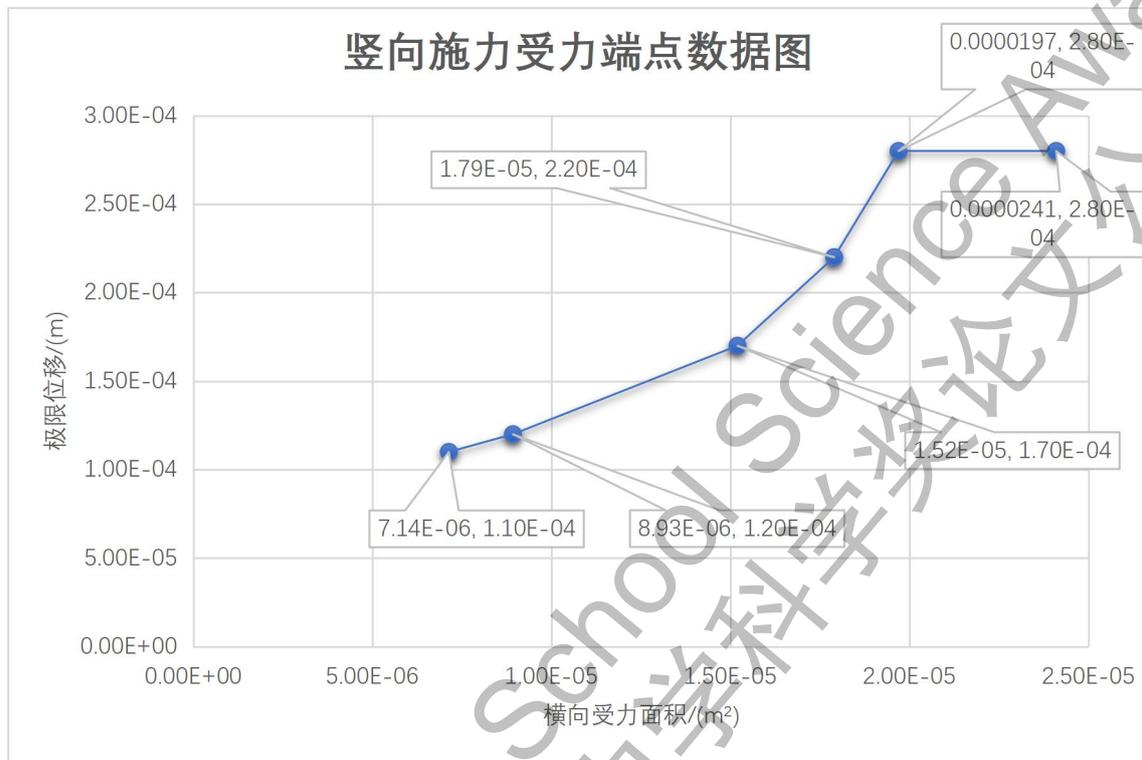


图 5.3.14 竖向施力受力端点最大位移随受力面积变化数据图

我们对受力面积变化情况下的横向挤压与竖向挤压进行对比探究，将图 5.3.8 与图 5.3.15 整合进一张图中，其结果如图 5.3.15 所示，其中蓝色线代表横向的抗压曲线，橙色线代表竖向的抗压曲线。从中可以发现，在受力面积为  $1.83 \times 10^{-5} m^2$  时，竖向抗压性反超横向抗压性，由此可以看出随着受力面积的增大，竖向抗压性不断提升，并反超横向抗压性，使竖向抗压性优于横向抗压性，这一点与理论结果与实验结果形成对应，有力地证明了理论的正确性。

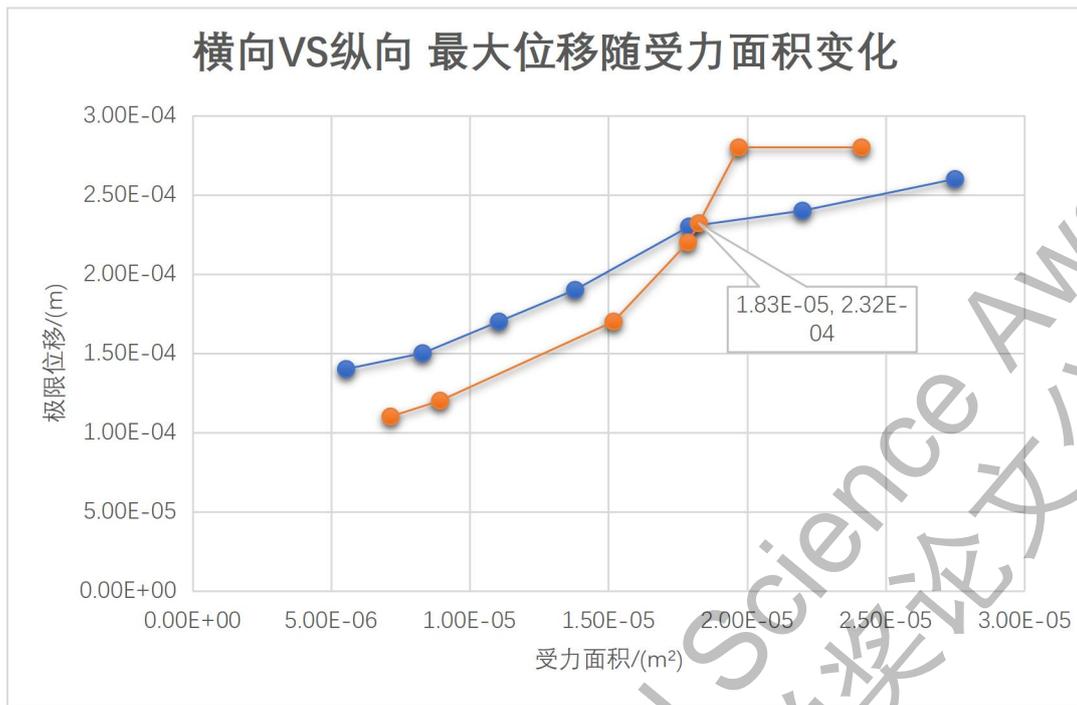


图 5.3.15 施力受力端点最大位移随受力面积变化数据图。

#### 5.4 不同曲率的球壳应力应变探究

随后，我们进一步研究不同曲率的球壳对于结果的影响。当我们模拟一个理想球壳的时候，其对应的抗压曲线如图 5.4.1 所示，由于结构的对称性，因此不论是横向还是纵向，都是相同的一条蓝色曲线。

我们通过计算斜率，可得到理想球壳其极限位移随受力面积增大而增大的斜率约等于 8，而鸡蛋壳的斜率在竖向是 10，横向是 7，其变化关系为 *竖向* > *圆球* > *横向*，而其曲率关系也为 *竖向* > *圆球* > *横向*，由此我们可以总结出随着曲率的增大，其抗压性受随受力面积变化而变化的影响更大，从而从侧面也验证了我们理论的合理性。

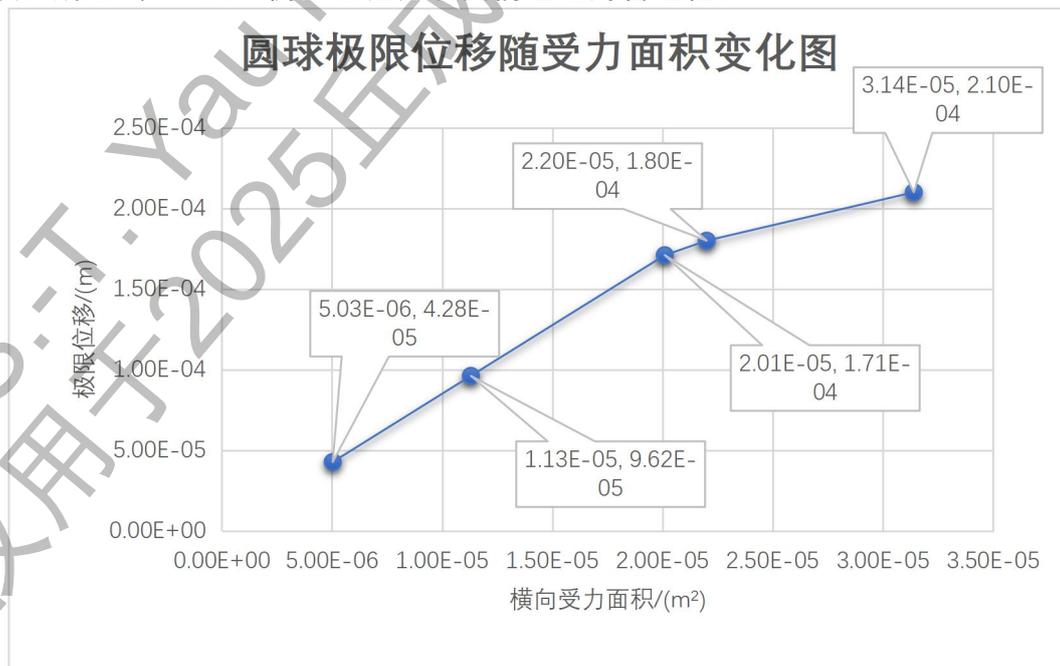


图 5.4.1 施力受力端点最大位移随受力面积变化数据图

## 6 扩展实验

为验证前文所述鸡蛋受力现象的普适性，即只要满足一定的表面曲率关系，物体的最佳受力方向便会随受力面积增大从横向转变为纵向。本章将通过鸭蛋开展类似的实验，进一步佐证该结论，以下为具体实验过程与现象分析结果。

### 6.1 实验器材

实验装置可沿用第 2 章中已组装完成的实验装置，缓冲垫采用第 3 章中经裁剪的 4 种厚度规格（1mm、1.5mm、3mm、5mm，均为 6cm×8cm 尺寸），以确保实验条件一致性。此外，我们准备了大小相近的生鸭蛋 30 枚（如图 6.1.1 所示），用于实验测试。

基于上文结论，我们首先猜想：无缓冲垫（受力面积最小）时，鸭蛋横向方向破裂前的最大形变量大于纵向方向；而随着缓冲垫厚度的增加（受力面积增大），鸭蛋的最佳受力方向将由横向逐渐转变为纵向。



图 6.1.1 网上购买的鲜鸭蛋

由于在 2.3 与 2.4 节中我们已经得出结论：鸡蛋的承压能力差异主要源于蛋壳的拱形结构分布，而非内容物的状态。因此，为了实验更加方便，对比也更加科学，本次实验选了 30 枚大小相近的生鸭蛋，具体实验步骤如下：

- 1. 无缓冲垫组测试：**分别将 3 枚鸭蛋横向放置于实验平台，启动手摇装置逐步施加压力，全程录像，待鸭蛋出现破裂声时停止施压。随后将 3 枚鸭蛋纵向放置，按相同流程完成实验；
- 2. 有缓冲垫组测试：**在实验平台上方与测力计探头下方统一铺设 1mm、1.5mm、3mm、5mm 厚度的缓冲垫，并分别重复步骤 1 的施压与录像操作（图 6.1.2）。
- 3. 数据整理与作图：**通过录像逐帧提取各时刻鸭蛋所受的压力值与对应形变量，将其录入 Excel 表格，并作图得到不同厚度的缓冲垫所对应的应力-应变图像。



图 6.1.2 实验过程记录

## 6.2 实验测量得到的数据

根据 6.1 节中的实验流程，我们可以得到如图 6.2.1 至图 6.2.5 所示的应力-应变图像，从中可以看到，鸭蛋的受力特性与前文鸡蛋的实验结果完全一致，具体表现为：

1. 缓冲垫越厚，即受力面积越大时，鸭蛋在破裂前可承受的最大压力和形变量越大；
2. 当缓冲垫较薄，即受力面积较小时，鸭蛋的最佳受力方向为横向。
3. 当受力面积增加到足够大的时候，鸭蛋在纵向方向上的受力能力就会超过横向；

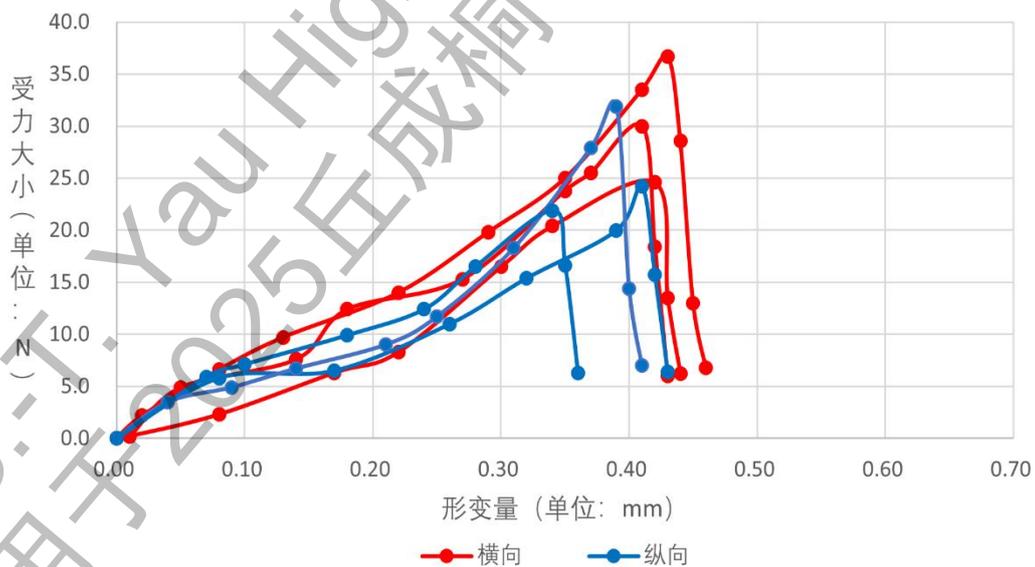


图 6.2.1 无缓冲垫时鸭蛋横向纵向受力对比图

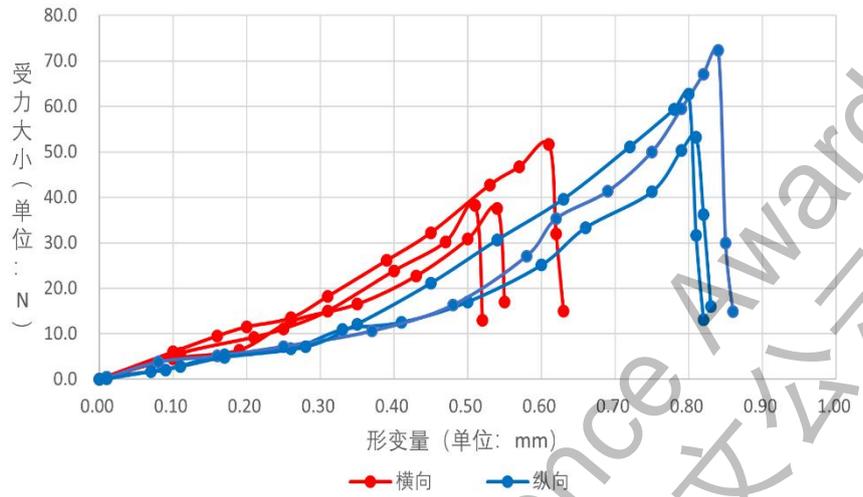
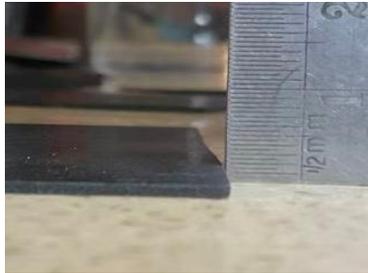


图 6.2.2 1mm 缓冲垫下鸭蛋横向纵向受力对比图

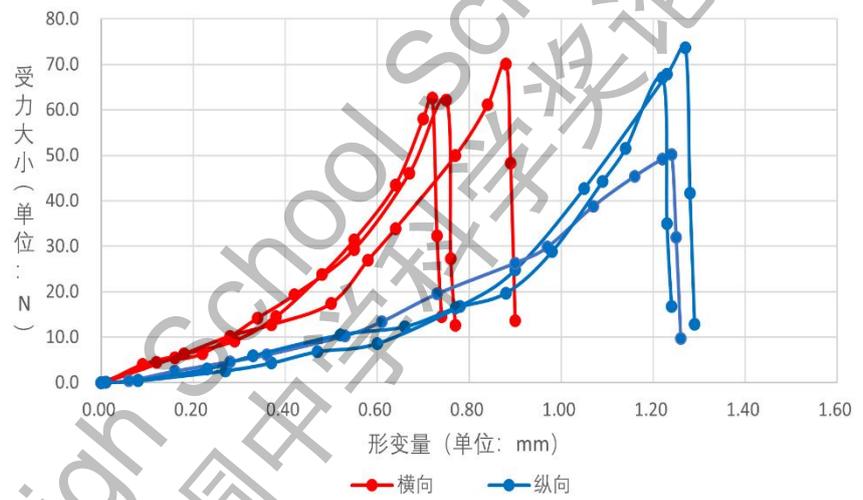


图 6.2.3 1.5mm 缓冲垫下鸭蛋横向纵向受力对比图

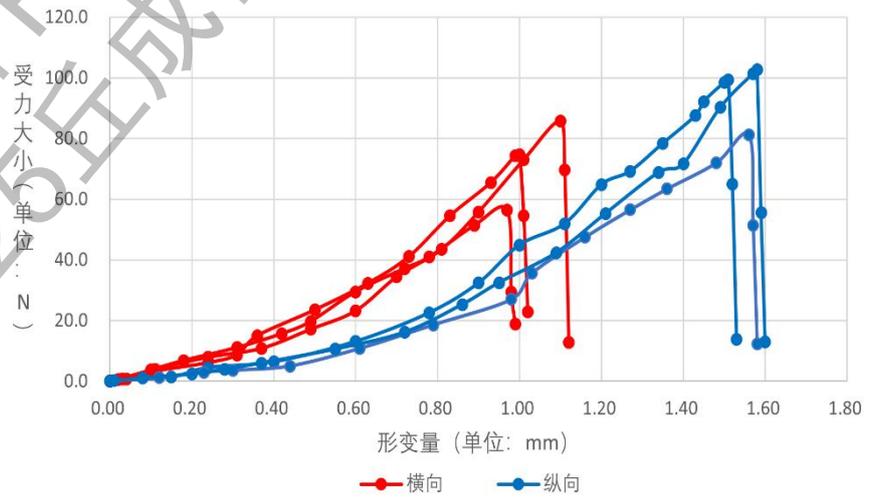
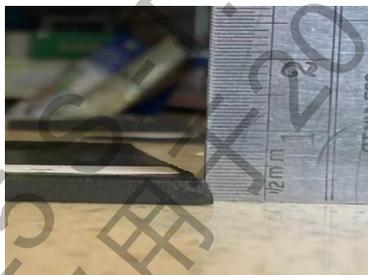


图 6.2.4 3mm 缓冲垫下鸭蛋横向纵向受力对比图

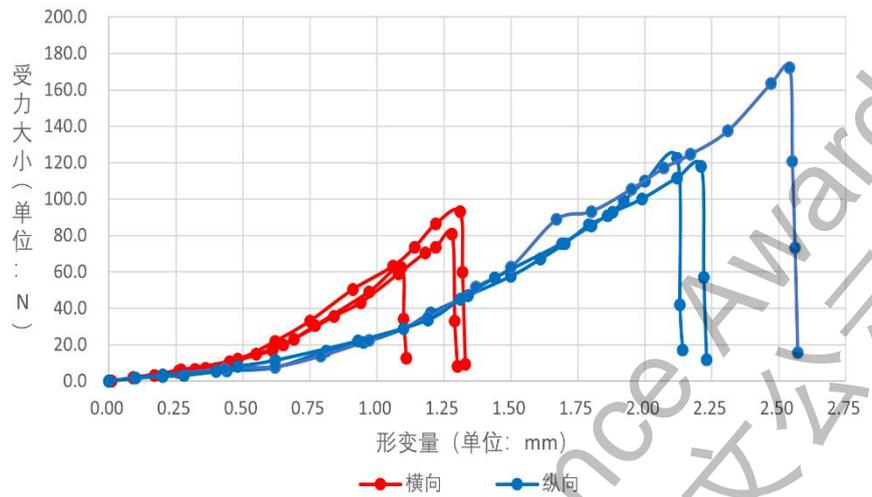
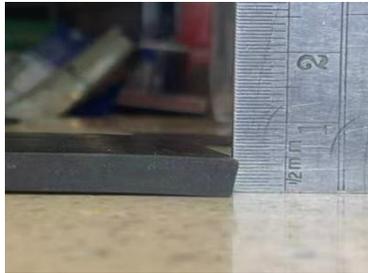


图 6.2.5 5mm 缓冲垫下鸭蛋横向纵向受力对比图

为了更直观地看出鸭蛋最佳受力方向随着受力面积的改变而变化，我们将鸭蛋破裂前的最大形变量（每组 3 枚样本取平均值）与缓冲垫厚度（反映受力面积大小）的关系用图像表示出来，结果如图 6.2.6 与图 6.2.7 所示，其中蓝色曲线代表纵向，红色曲线代表横向。

根据该图可以发现：在缓冲垫厚度为 0 至 1mm（非常接近 0）时，鸭蛋的最佳受力方向改变。由此可以得出这样一个普遍性结论：只需满足曲率的关系，都可以导致最佳受力方向随着受力面积的增大而从横向改变为纵向。且根据图 6.2.6 与图 3.3.1 我们可以发现：鸡蛋与鸭蛋的最佳受力方向虽然都会随着面积的增加而改变，但是改变时对应的厚度不同。因此，我们还可以得出：由于物体曲率的不同，其最佳受力方向因受力面积增大而改变的时机不同。

#### 横向VS纵向 最大形变量

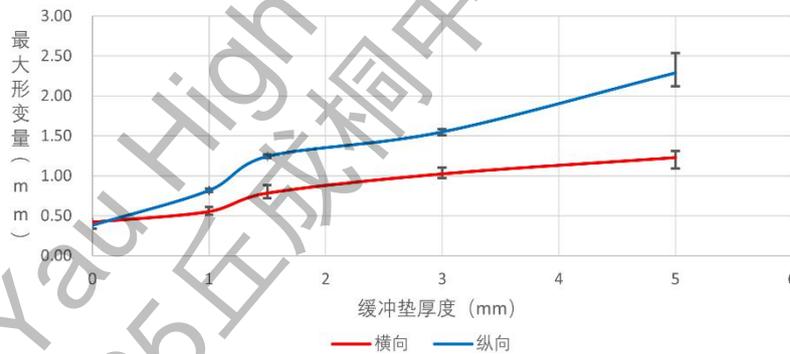


图 6.2.6 鸭蛋破裂前最大形变量与缓冲垫厚度关系图

#### 横向VS纵向 最大形变量比值

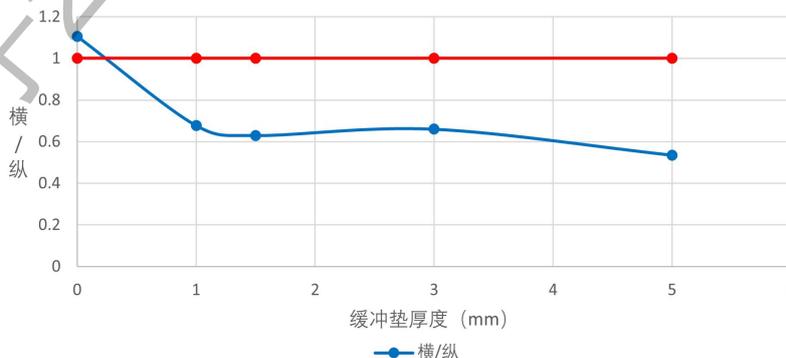


图6.2.7 鸭蛋破裂前最大形变量比值与缓冲垫厚度关系

## 7 结论与亮点总结

我们的课题从现有的鸡蛋壳抗压性研究出发，成功复现了和美国麻省理工学院研究团队相同的实验结果，即在保持接触面的刚性平面的情况下，鸡蛋横向的时候更不容易破碎。在此基础上，我们通过高精度的应力应变测量实验平台观测到：鸡蛋最容易破裂的方向其实不是文献中报道的恒定的横向或是纵向，而是与撞击面的性质高度相关。为了解释这种现象产生的原因，我们建立理论模型，引入了非刚性接触条件，此时局部曲率的差异会带来非对称壳状结构应力应变过程中临界阈值的变化，从而使得鸡蛋的最佳受力方向发生转变。我们采用 COMSOL Multiphysics 软件对鸡蛋壳这一系统进行仿真计算，通过控制受力面积的增加，同样发现其最容易碎裂的方向会经历从纵向到横向的转变过程，这与理论模型和实验结果都高度吻合，从而系统地证明我们的研究是正确的。同时我们验证了这一现象在鸡蛋、鸭蛋等更多壳状物体中是具有普适性。我们相信本论文将为以后的研究提供更多的启示。我们的亮点如下：

### 7.1. 全新实验现象的发现

在研究过程中，我们自主设计并搭建了一套高精度的应力—应变实验平台。通过对实验条件的严格控制，我们排除了环境干扰因素，精准重复出来了文献报道的现象。在此基础上，我们通过改变实验条件，使其更接近现实生活，首次系统地记录了在不同橡胶垫厚度下鸡蛋壳的应力—应变曲线，清晰地揭示了竖向抗压性在一定条件下会反超横向的独特现象。

### 7.2. 理论模型的构建与修正

在本研究中，我们首先建立了理想条件下的刚性接触模型，从而解释了常规的实验现象，即横向方向具有更好的抗压性。在此基础上，我们进一步引入了非刚性接触条件，此时弹性形变的情况下，局部曲率的差异会带来非对称壳状结构应力应变过程中临界阈值的变化，使得鸡蛋的最佳受力方向发生转变，从而为实验现象提供了清晰的理论解释，并为后续的数值仿真指明了方向。

### 7.3. COMSOL 仿真模拟的使用

在本研究中，我们使用了仿真模拟来辅助实验分析，并优化实验设计。通过仿真，我们能够不同的几何结构、加载条件和材料属性下，快速获取数据并直观展示应力与位移分布。我们使用 COMSOL Multiphysics 进行几何建模和数值仿真，定义了鸡蛋壳的几何形状、材料属性和边界条件，确保模型的精度。仿真模拟了不同加载条件（如竖向、横向、加垫和不加垫子），并分析了力学响应，如应力分布、位移场和首裂力，从而与理论与实验相互验证。

## 参考文献

- [1] Timoshenko S, Woinowsky-Krieger S. *Theory of Plates and Shells* (Second Edition) [M]. New York: McGraw-Hill, 1959.
- [2] MIT News. MIT engineering students crack the egg dilemma: sideways is stronger [EB/OL]. (2025-05-08). Available at: <https://news.mit.edu/2025/mit-engineering-students-crack-egg-dilemma-sideways-stronger-0508>
- [3] Sutanto A, Abu-Qbeith S, Jeselsohn A, et al. Challenging common notions on how eggs break and the role of strength versus toughness[J]. *Communications Physics*, 2025, 8(1): 182.
- [4] 闫晓鹏, 武瑛. *材料力学* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2012.
- [5] Petrović M, Malešević B. The area of Hügelschäffer curves via Taylor series [EB/OL]. arXiv:2403.04944, 2024-03-07. Available at: <https://arxiv.org/abs/2403.04944>

## 致谢

本研究的缘起，源于我们对力学常识与前沿科研碰撞的偶然关注。我们曾在现实生活与课堂学习中熟知经典结论：鸡蛋沿长轴竖直方向受压时，可承受远超自重的外力，即鸡蛋竖直方向更坚固不易碎。然而，我们在网上浏览到 2025 年 5 月 8 日发表于 Nature 子刊（Communications Physics）的一项研究打破了这一固有认知。美国麻省理工学院研究团队通过数百次实验证实了鸡蛋在横向方向上更能承受冲击、不易破碎。这一与“常识”相悖的结论，因其与日常生活紧密关联的特性，以及实验现象背后蕴含的力学规律，瞬间引发了我们强烈的探究兴趣。带着对这一前沿发现的好奇，我们在暑假期间对此做出了深入研究。以下为整体研究过程及大致分工。

组员金子淦，我主要负责此研究的实验部分。一开始看到这篇文章并确定选题之后，我们决定先进行预实验验证其结论正确性。于是在熊波老师的推荐下，我从淘宝上购买了数显测力计，数显标尺等相关器材。待实验器材到货后，阅读了使用说明及注意事项并将它们组装为最终实验装置，同时，为了准确读出给鸡蛋施加压力时其对应型变量，决定通过在实验时录制视频，后期通过对视频的逐帧提取来完成此任务。一切准备就绪以后，我们首先对两枚生鸡蛋进行了测试，为了保证标尺的调零准确，先对鸡蛋施加一定压力，使测力计示数为 1N 左右，再摇动手摇装置，向上调整测力计，直至其示数刚好为零，点击按钮调零，录制视频并对鸡蛋持续施加压力直至其破裂。然而在我后期整理数据时，我发现一开始即使我已经摇动装置且测力计示数不断变大，但数显标尺的数值却一致没有改变，直到一段时间后其示数才开始发生稳定变化。于是我反复摇动装置观察该标尺，发现在移动方向改变时，不知道什么原因，其示数要过一段时间才会改变。于是我决定全程记录视频，后期在视频中寻找压力最接近 0N（通常为 0.1N 到 0.3N）时的标尺示数记录下来，再讲后续标尺示数与其相减，便得到了应变的数值。调整好实验装置后，我们又对两枚生鸡蛋进行测试，发现其应力应变曲线与相关文献中所得结论一致。于是我们想到鸡蛋的生熟对其性质是否有影响，为了减小实验误差，决定使用 6 枚生鸡蛋和 6 枚熟鸡蛋进行实验，横竖实验各使用 3 枚，最后发现鸡蛋的生熟并不会影响上述文献中的结论，而且生鸡蛋与熟鸡蛋相对应的横向纵向实验所得应力应变曲线几乎重合。因此我们认为鸡蛋的生熟并不会影响其性质，这时熊波老师给我建议：将熟鸡蛋的内容物的应力应变进行单独测量，通过数据证实这一猜想。于是，通过同样的方法，我测出了熟鸡蛋内容物的应力应变曲线，发现熟鸡蛋内容物在形变量达到 3mm 时，所承受的压力仍不足 1N，该数值远低于蛋壳结构在破裂前所承载的压力。说明此时由鸡蛋白所带来的影响低于 1%，可以基本忽略。之后在熊波老师的指导下，我们探讨了在有了垫子的情况下抗压性能的变化，于是我从淘宝购买了厚度分别为 1mm, 1.5mm, 3mm, 5mm 的垫子垫在鸡蛋下进行实验，由于垫子太大，我决定将它的一角垫在鸡蛋下做实验，而又因为垫子本身并不平整，后续发现这样会导致很大误差，而且由于只在鸡蛋下方垫了垫子，所以前后应力应变曲线差别不大，熊波老师建议我将垫子裁剪成合适大小（6cm\*8cm）并实验。我裁剪后又将他们放在了书堆之下，两天后拿出发现其已几乎平整，于是我再次进行实验，这次我将同一厚度的两片垫子分别垫在鸡蛋的上下方进行实验。其中有几次实验数据与其他数据偏差很大，我便将它们删去，重新进行实验。在使用了几十枚鸡蛋之后，观察数据，我们总结得出结论：随着接触面弹性的增加，亦即实验中橡胶垫的厚度从 0mm 增

加到 5mm，鸡蛋的最佳受力方向会由横向逐渐改变为纵向。后来在我们与熊波老师的讨论中，为了验证该结论的普适性，决定使用鹌鹑蛋进行相应实验。但在使用鹌鹑蛋时，我发现即使是使用 5mm 的垫子，在压力到达 10N 左右时，其就会破碎，而且鹌鹑蛋的破碎不会发出突然的巨大声响，也不会导致测力计示数骤降，因此该实验器材无法准确测量出鹌鹑蛋在该实验中的应力应变曲线。于是我决定使用鸭蛋进行验证实验。在进行相同实验之后，我们可以发现鸭蛋也具有该性质。而且我们还发现结论：由于物体曲率的不同，其最佳受力方向因受力面积增大而改变的时机不同。在本次研究中，我在实验中遇到了各种因为未知的原因导致的困难，比如数显标尺的测量问题，我也遇到了因为装置和物品性质导致无法做到精确测量的困难。但是在于熊波老师的讨论中，我都可以通过改变方法来解决这些问题。这此研究让我明白了遇到困难我们总可以想办法解决他们。

组员王一博，我主要负责了理论的搭建与完善还有 COMSOL 仿真模拟实验的部分。在一开始我们确立这个研究方向时，我想着自己有着一定的物理基础，还参加过物理辩论赛，于是便接下了理论方面的研究。对于鸡蛋壳，我认为其理论应属于材料力学与弹性力学的范畴，随着进一步深入，我了解到板壳理论，接下来我便开始着手理论的搭建。在这个过程中，我一开始打算通过计算横向与竖向的最大抗压力来解决，但庞大的计算量与冗长的表达式是要解决的一大难题，从三维胡克定律开始的不断推导，公式的式子也越来越长。为了解决这个问题，我请教熊波老师，同时我再度翻阅书籍，在书中看到有关弯曲能与膜能的计算，我想到只要将两个端点的总能量进行对比就好了，这样便可以避免繁杂的表达式计算，只需要留下标度关系就好了，同时理论上的初步验证的数据我选用了网络上的大众鸡蛋壳数据，最终结果也符合情况。之后我便进行了理论的进一步修正，由于我们探讨的是在有了垫子的情况下抗压性能的变化，于是我分析了垫子会带来什么变化，最终确定了垫子带来的主要变化是受力面积的变化，而这个简化结果也是我在进行仿真模拟是对于有垫子情况下的近似模拟的依据。同时我们认为光有了理论与实验还不够完备，于是我们又进行了仿真模拟以此来补充实验的样本数。在 COMSOL 仿真中，我先是构建了鸡蛋壳的近似模型，后又确定施力条件，最终在多重模拟下得到结果。而这个部分也是我在整个研究中最困难的部分了。我此前并未学习过如何使用 COMSOL，对于 COMSOL 上的各种操作也是一头雾水，我于是请教了熊波老师，而他则教我一些 COMSOL 的基本知识并提供给我 COMSOL 教程供我学习，通过教程的学习，我具备了一定的使用 COMSOL 的能力，但很快问题接踵而至，在搭建几何模型的过程中，我发现我无论如何也构建不出自己想要的鸡蛋壳模型，为此我甚至去网上下载了一个 3D 打印用的鸡蛋壳模型，可发现这种模型根本无法在 COMSOL 中运用。为此我在网上搜索，突然看到了一种专门用来描绘鸡蛋壳曲面的函数 Hügelschäffer 曲线，而这正是我想要的，于是我把他带入进 COMSOL，并回传曲线，得到了一个良好的鸡蛋壳模型。下一个问题便是如何施加压力，我曾尝试按照现实情况复刻，但发现计算出来的结果总是有各种各样的反现实问题，于是我接着决定直接确立施力受力面并施加压力，但发现这种情况下的结果的图像是一条笔直的直线，根本看不出转折点，最终我想到了我理论中对壳面位移的利用，并进而想到施加压力的过程其实和壳面向下位移的过程是等价的，但使用位移可以更精确且有效的控制鸡蛋壳的受力条件，于是我们便成功在仿真中复现了实验与理论中的结论。从理论的搭建中，我学习有关物理的知识到到模型的建立中，我学习 COMSOL 的使用。这次课题研究让我发现一个人只要想学，没有什么学不会的。

而在编撰论文方面，王一博负责了论文的引言与背景，理论模型构建，仿真实验验证以及结论与亮点总结的书写，同时还负责了论文的图片格式统一，行间距统一等格式问题；而金子淦则主要负责论文中的预实验，鸡蛋最佳受力方向与弹性接触面的关系以及扩展实验的书写；熊波老师则在我们书写的过程中为我们提出格式修改建议以及教我们专业书面语言的运用。

熊波老师作为我们的指导老师，在本次课题研究中给予了我们重要的帮助。在理论搭建部分，他给予参考书籍的建议，同时也在理论完善阶段指出了现有理论中未考虑的部分，如在有垫子情况下对于线性刚度的影响。而在 COMSOL 仿真中，他更是给出许多宝贵的建议与适当的指引，他教王一博如何使用 COMSOL 仿真的基本操作并给他一些网上的教程供他学习，这些建议帮助王一博上手 COMSOL，对于施力方式的构想，他指出可以先不着急对几何模型进行大的修正，可以先构建一个球壳，在球壳上采用设想的施力方式以此来验证，这个指引让王一博同学节约了大量时间并找出了施力方式的问题：施加的力的方向上的偏差。在实验部分，他也提供了关键指导。器材筹备时，他结合研究精度需求，推荐适配的数显测力计与标尺，助力快速搭建实验平台。当金子淦初步得出“生熟鸡蛋受力特性一致”的结论，老师建议单独测量熟鸡蛋内容物应力应变，以数据量化其影响，强化结论严谨性。后续研究弹性接触时，针对垫子尺寸、平整度引发的误差，提出裁剪、压平及对称垫放的解决方案，还在鹌鹑蛋实验遇阻时，指导更换鸭蛋验证结论普适性，推动实验高效推进。而在最终的排版布局中，熊波老师更是有着关键作用，他帮助我们修改用词与删减冗余以确保严谨与精简，更改图片格式以确保对齐，同时他还负责摘要与总结的修改。

丘成桐中学科学奖-指导老师信息表

报名学科	物理	参赛学生姓名	王一博, 金子淦
论文题目	鸡蛋究竟是横向还是纵向最容易碎裂?		
指导教师信息			
姓名	熊波	性别	男
单位	浙江大学	职称	研究员
学历	博士	专业	物理学
邮箱	bo.xiong@zju.edu.cn	手机	
身份类别	<input type="checkbox"/> 中学教师 <input checked="" type="checkbox"/> 高校、科研机构专家 <input type="checkbox"/> 公益性机构老师或专家 <input type="checkbox"/> 辅导机构老师 <input type="checkbox"/> 其他 (补充说明: ) 提示: 须充分、据实填写, 可多选		
是否收费	<input checked="" type="checkbox"/> 无偿 <input type="checkbox"/> 有偿		
指导情况	您在研究报告的指导中具体参与哪些工作? <input checked="" type="checkbox"/> 选题指导 <input type="checkbox"/> 理论指导 <input type="checkbox"/> 数据分析指导 <input type="checkbox"/> 计算指导 <input checked="" type="checkbox"/> 实验指导 <input checked="" type="checkbox"/> 论文写作指导 <input type="checkbox"/> 其他 (补充说明: ) (须充分、据实填写, 多选)		
信息确认	指导老师签字:  (加盖单位公章) 		

每位指导老师均须提交。