



参赛学生姓名：田第

中 学：复旦大学第二附属中学

省 份：上海市

国 家/地 区：中国

指导教师姓名：娄捷

指导老师单位：复旦大学

论 文 题 目：基于机器人搬运平台的液
面波动消减方法研究



基于机器人搬运平台的液面波动消减方法研究

田第¹， 娄捷²

¹复旦大学第二附属中学， 上海， 中国， 200433

²复旦大学物理学系， 上海， 中国， 200433

目录

摘要.....	2
引言.....	3
实验创新点.....	4
研究目标.....	4
实验设计.....	5
实验结果与分析	
造波、波速与拍的研究.....	8
共振现象探究.....	12
灭波系列实验.....	15
实验结论.....	19
参考文献.....	20
致谢.....	21
附录.....	22

摘要

本实验旨在研究液体搬运过程中，由机械扰动引起的水波形成机制，并探究快速抑制水波的有效方案。我们自主设计并搭建了基于压力传感器的实验装置，用于高速、实时地记录水波的运动信号，使我们能准确地获得水波的位置、振幅、传播速度和波形等关键测量要素。结合傅立叶变换对数据进行频谱分析，我们准确获得了水波对外界策动的响应和频率特征。实验中，我们首先研究了水波在长水槽中的传播速度与水深 h 的关系，并对观测到的拍波现象进行了讨论。对特定深度的水，水波在水槽中来回传播具有固定的周期，因此在外界的周期扰动下，会产生与受迫振动类似的“共振”现象。以此为出发点，我们通过控制机器人的运动，以液体溢出量为观测指标，验证了共振现象的产生，并探究了多种消减水波的策略，包括：通过施加额外加速度的卸力法，复合振动法以及通过改变容器几何形状以破坏波面的方法。实验结果表明，卸力法能够显著抑制已产生的水波，而阶段性加速法也能有效减少水波激发，实现更稳定的液体搬运。更为重要的是，我们惊讶地发现液体溅出最严重时对应的驱动频率并非系统的固有频率，而约为其 1.1 倍。这一现象源于水波与水槽同步运动引起的频率修正，类似于“多普勒效应”。本研究通过简化的实验模型揭示了将复杂流体力学问题中的非平衡动力学特征，为液体搬运过程中的波动控制提供了实验依据与建模基础。

关键词：类“多普勒效应”，水波，共振，卸力法，流体力学

1. 引言

液体在搬运过程中的自由表面波动与溅洒问题普遍存在于日常生活与工程实践之中。比如，在动车辆运输中，部分装载的液体（如水、油类或化学品等）在急刹或急加速时会产生剧烈的水波，这不仅影响车辆稳定性，还可能造成安全隐患【1】。在家庭场景中，人们端运水盆、水杯时，脚步与地面接触传递的冲击也会激发液面振荡。更为直观的是，当人的步频恰好接近液体体系的特定频率时，液面振幅会迅速放大并导致严重泼溅；而步频偏离该频率则可有效减缓波动累积。这提示该液体体系可能存在类似“固有频率”的固有振动模式，在与外部扰动相符时会产生共振效应【2-3】。值得注意的是，液体晃荡问题在航空航天领域同样引发过严重后果。例如，SpaceX 在早期 Falcon 1 火箭试飞中报告称，液氧贮箱内的推进剂晃荡与飞行姿态控制系统发生耦合，导致箭体不稳定。

在工程领域，这类自由表面共振问题常与晃荡（sloshing）机制相关，并广泛研究于燃油运输、液体储罐、航运及航天器燃料舱中【1, 3】。例如，在线性与非线性框架下，自由表面动力学往往由浅水波近似 $v = \sqrt{gh}$ 进行估算，通过分析自由频率和容器几何结构之间的匹配，可解释液体铺展和反射现象所引起的高幅值响应【2】。数值模拟则揭示了在三维棱柱型容器中，不同填充高度与激励频率下的剧烈 sloshing 与共振行为，这为理解真实运输环境中 sloshing 动力学提供了理性基础【2, 4】。

为缓解 sloshing 带来的问题，研究者提出了多种主动与被动抑制策略。例如，在车辆燃油箱中设计垂直挡板（baffle）可以显著降低共振振幅及冲击载荷，其中最佳挡板高度往往接近液体高度，且在不同填充高度下具备不同的抑制效率【5-6】。与此同时，更先进的数值与控制方法引入了深度强化学习（DRL）结合主动可控弹性挡板，通过实时控制抑制效率达到了 70-80% 以上，体现了主动抑制机制在复杂频率条件下的优势【7】。

近年来，机器人的运用更加广泛，尤其是贴近人们日常生活的服务性家政机器人的开发研究正在快速推进。由于执行器运动产生的高扭矩和突跃加速度，更容易激发容器与液面的耦合振动，尤其在服务型机器人搬运水杯、调配液体等任务中尤为突出。一项针对工业机械臂的研究提出利用指数滤波器动态调整位置轨迹，并联合容器

姿态补偿，从而最大程度降低液体搬运过程中的 sloshing 振动，实验结果表明该方法在平滑移动与复杂路径执行中均显著降低了 slosh 现象【8-9】。

此前的研究多集中在固有频率识别与被动抑制，而本研究则将移动机器人引入实验体系，构建可程序化控制的运动平台，通过对机器人加速度、加速度突变、运动周期与路径的精确设计，实现对液面 sloshing 的系统观测、频域分析与控制实验。本研究旨在建立一个简洁但高度可控的实验模型，不仅具有理论验证意义，也为未来服务机器人在液体搬运任务中的 slosh-aware motion planning 提供实验基础与设计启示。

2. 实验创新点

- 1) **实验场景：**容器中液体在外界扰动下的运动模式并非新课题，已有大量成熟研究成果【10-12】。然而，既往研究多采用简谐振动作为能量输入，偏重于稳态解的分析。本研究的创新点在于利用机器人最大扭矩的加减速运动来激发液面波动，更加贴近机器人搬运场景中的真实扰动情况。同时，我们关注非稳态过程，包括水波能量的累积、液体泼溅及波动消减，而不仅仅是体系达到稳态后的行为。
- 2) **物理建模：**水波系统属于复杂的非线性流体力学问题，传统解析需要较高的数学工具。本研究尝试通过建立简化模型，在基础物理框架下刻画并理解液面共振体系的动力学特征。
- 3) **实验设计：**为便于定量化描述水波，我们自主设计、搭建了基于长水槽的实验装置开展基础实验，包括机器人硬件和运动控制软件编程等。该设计使外界扰动灵活可调，更利于理论建模，而且对水波传播的动态过程的测量更为清晰。
- 4) **传感测量：**本研究首次采用灵敏度高、响应快的压力传感器用于水波运动探测。实验表明该方法不仅能够实时高效获得波速、振幅、波形等关键参量，还可解析复杂的波形动态演化，并结合傅里叶变换分析，获取频域关键参量。其直接数据反馈特性无需额外算力处理，便于与机器人系统实现自动化联动，因而在实际应用推广中具有显著优势。

3. 研究目标

本实验包括水波波速测量、造波实验、共振机制研究以及灭波方法验证，旨在系

统理解液体表面共振现象，并提出快速有效的水波消减策略。我们希望通过测量波的传播特性与波前位置，利用机器人平台主动引入反向运动，实现波动相消，从而抑制泼溅，最终为机器人在液体搬运任务中提供可行的抑波控制方案。

4. 实验设计

在本研究中，我们采用了视频拍摄与压力传感器探测两种方法来观测水波特性。视频拍摄方式具有直观和便于操作的优点（见附录实拍图），能够清晰展示水波的动态演化过程。然而，在进行定量分析时，该方法存在一定局限。我们尝试使用 Tracker 软件对视频进行数据追踪，但由于机器人在大扭矩加速与减速过程中产生显著冲击，摄像机机位难以保持稳定。此外，视频跟踪方法对光照、反射和环境扰动较为敏感，导致测量精度不足。为克服上述限制，我们经过多次实验尝试，最终设计并实现了一套基于压力传感器的高精度水波探测系统。该系统能够在高速采样条件下实时记录液面压力变化，从而计算出水波的位置、传播速度、振幅与波形等关键参数。具体实验方法与数据处理流程将在下文中详细介绍。

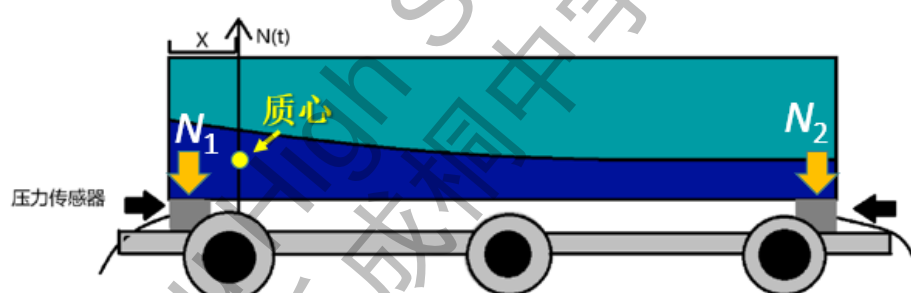


图 1：水槽实验装置示意图。 X 为水的质心位置； N_1 、 N_2 为传感器所受的压力。



图 2：实验装置侧视图。底部：机器人底盘。（蓝色）水槽两端安置压力传感器。塑料膜是用于隔绝泼洒出的水与底部电路。

实验装置 图 1 为我们使用的压力测量装置示意图，图 2 为实际实验中机器人和水槽的侧视图（蓝色水槽中的橘黄色为液体）。压力传感器对称放置在长方形透明水槽两端的底部，水槽尺寸为 $43.9\text{ cm} \times 12.9\text{ cm} \times 10.9\text{ cm}$ ，便于侧向观测水波传播过程。水槽安装于由程序控制的机器人小车上，以模拟不同的外部扰动条件。所用压力传感器的量程为 50 N ，精度 0.01 N ，采样时间间隔为 $1/5000$ 秒。压力传感器与电脑连接，可以直接获得两个传感器的压力/时间数据 $N_1(t)$ 和 $N_2(t)$ 。电脑终端数据显示如图 3 所示。选用长水槽的主要目的是限制波动模式为近似一维平面波，从而降低容器边界效应的干扰，并简化理论分析。对于其它几何形状的容器对实验结果的影响，我们将在文末进行讨论。



图 3：压力传感器采集的典型数据

压力传感器的工作原理 如图 1 所示，当水面平静时，两端传感器感受到的压力 $N_1(t)$ 和 $N_2(t)$ 不随时间变化，分别承受水槽与水总重量的一半。当水波在表面运动时，若将水波与下方的水分离并设其质心位于距左侧边缘 x 的位置，则根据杠杆原理，左侧传感器感受到的由于水波质心变化引起的额外压力可近似表示为：

$$\Delta N_1 = (1 - \frac{x}{L})mg$$

其中， L 为水槽长度， m 为水波的等效质量， g 为重力加速度。因此，当水波以恒定速度在容器中来回传播时，则预期的传感器反馈 $N_1(t)$ 类似下图 4 所示。于是，我们可以从压力传感器响应曲线获得水波的周期、振幅等要素。

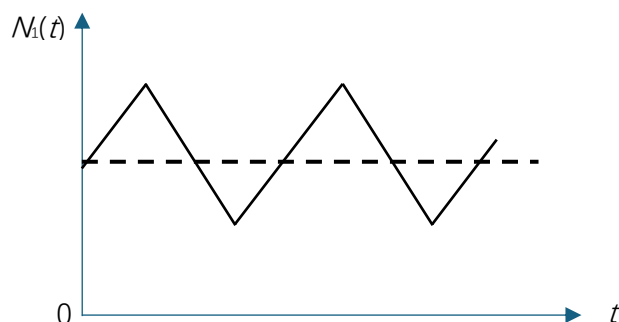


图 4：简化模型下水波来回运动导致的压力变化

然而，简化实验模型的预期曲线（图 4）与实验观测（图 3）并不完全相符。实验数据显示，压力确实呈现周期变化的趋势，但其函数曲线更平滑，类似于正弦函数。这一差异产生的原因是，图 4 中的模型我们将水波的质量简化为水波中心的质点；而实际体系中，当水波靠近容器边界时，其波形受到挤压，导致质心偏移至容器内部，因此，压力曲线在靠近容器边界时变的平滑。由此可知，压力传感器测得的压力/时间曲线的形状包含了水波的波长（其质量分布）等额外信息。为了更好的利用我们的高精度测量结果，分析实验数据，我们对压力/时间曲线进行傅立叶变换（参考教材：Scholars at Harvard, Lecture 8, Fourier Transforms, Matthew Schwartz），以获取频域信息。

傅立叶变换的公式为：

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} N(t)e^{-i\omega t} dt$$

对于离散数据，我们采用求和公式并额外引入了归一化因子以对应可变的测量时间：

$$F(\omega) = \frac{1}{n_T} \sum_{i=1}^{n_T} N(t_i)e^{-i\omega t_i}$$

我们的频域分析获得的频谱 $F(\omega)$ ，具有以下优势：

- 1) 更精确的周期测量。我们可以通过频谱图的峰值精确的读出水波运动的周期，从而得出水波运动的速度。同时我们可以检验该周期是否随时间变化。
- 2) 对波形的研究。如上所述，不同的水波波形会影响压力探测曲线的函数形状，也就对应不同的频谱分布。因此这种分析方法方便我们探测波形的改变。这在噪声

较大的机器人运动阶段作用更为明显，可以一定程度上克服噪声信号的影响。

3) 如果水波存在不同速度的波峰并随时间逐步分离，也可从频谱中读出信号。

机器人驱动与控制 实验中所用机器人基于本人在参加国际 FIRST Robotics Competition (FRC) 机器人比赛时搭建起来的机器，拆除了机械臂等功能化部件，仅保留了基础驱动底盘结构（图 5）。机器人由双侧轮组与 Vector 电机驱动，电源为 12.5 V 电池，控制系统为 RoboRio 2.0。其运动模式通过电脑端 Drive Station 软件和 Xbox 手柄操作，并使用 VScode 的 Java 程序实现编程控制。因此，机器人平台能够实现多种运动模式，包括单次冲击、周期性往复、变频激励与随机运动等。实验表明，机器人产生的大扭矩能够显著激发液面波动，且与缓慢加速条件下的造波方式相比，所得波形存在明显差异，满足实验需求。



图 5: 实验中使用的机器人小车 Drivetrain 结构图

整套实验系统搭建完成后，我们验证了体系的可靠性。实验验证表明，该系统的可重复性较好，在相同参数和初始条件下，多次独立实验得到的实验结果高度一致，由随机因素导致的涨落较小。具体的实验数据示例见附录。

5. 实验结果与分析

5.1 造波、波速与拍的研究

实验中的水波由容器在小车加速过程中的冲击激发。当小车在较大扭矩下突然加速时，容器将冲击传递至水体。由于液体几乎不可压缩，容器壁的瞬时移动会导致水体一侧堆积并抬升水位，进而在重力作用下形成水波并沿着冲击方向传播。这一过程

在物理图像上可类比于海啸的成因，即海底突然抬升引发大范围水体扰动。在实验过程中，我们从 $t=0$ 时刻开始施加设定的输出功率。由于电机扭矩较大，小车在 0.5 s 以内完成加速并达到匀速状态。为避免水大量溢出，我们将最大速度限制在约 1–2 m/s（由设定功率决定），其结果是功率越大，水波振幅也越大。为了确保实验可比性，后续实验均采用固定的输出功率。

图 6 给出了压力传感器的典型信号 $N_i(t)$ 。可以看出，在加速阶段，由于瞬时冲击较大，压力信号波动明显；而在加速完成后，信号呈现出长时间无明显衰减的周期性特征，表明水波在水槽中往复传播。通过对这一稳定区间进行频谱分析，我们能够精确获得周期和波速。以图 6 中的数据为例，测得的周期为 1.51 s，波速为 0.585 m/s。傅立叶变换后的频谱图请参见图 10（左）。

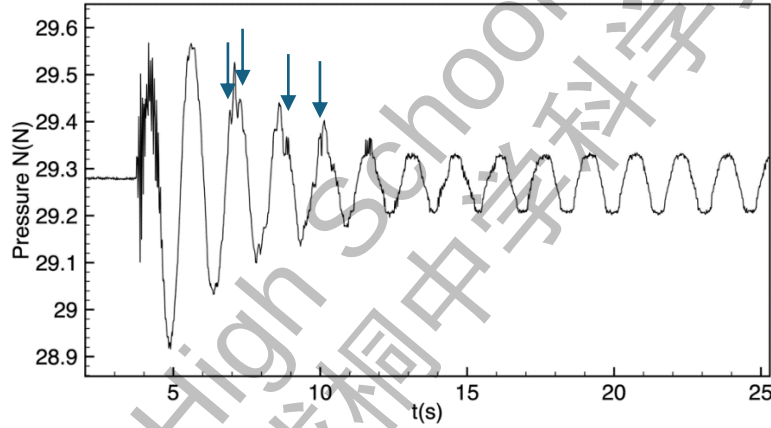


图 6: 小车施加冲击后压力传感器测得的信号，箭头标记了多峰结构。

我们对水波的波速进行了探索。文献表明 (Slosh Dynamics, *Wikipedia entry* (https://en.wikipedia.org/wiki/Slosh_dynamics)), 水波的传播源于重力回复力与流体不可压缩性的共同作用，并同时受到液体黏度、底部边界条件及表面张力等因素的影响。水波的波速是复杂的流体力学问题，需要引入流速势和近似条件求解。当水波振幅与水深可比时，波速与水深和波长相关，我们引用小波幅简化公式：

$$v_p = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \cdot \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}$$

其中， g 是重力加速度， λ 为波长， h 为水底到水面距离。考虑到实验所用水槽相对较浅，当 $\lambda \gg h$ 时，该公式可以简化为： $v = \sqrt{gh}$ 。为更直观的解释符号，可参考图 7。

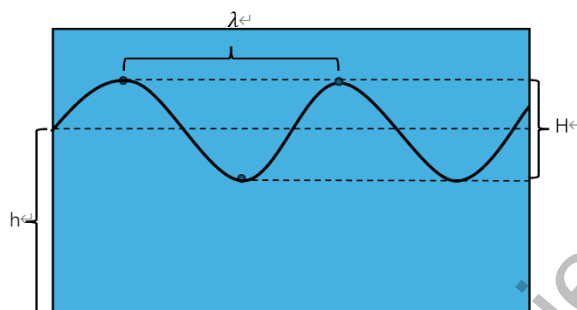


图 7：水波解释图

为检验该公式的适用性，我们在同一水槽中通过改变水深获得 10 组实验数据，并将测得波速与 $\sqrt{h}$ 作图，结果如图 8 所示（图中的符号大小与频谱图上的不确定度/峰宽基本相同）。数据的线性拟合优度达到 $R^2=0.997$ ，与理论预期符合良好。需要指出的是，实验数据相较于理论值 $v = \sqrt{gh}$ 存在一定的系统性偏差，推测与水波在反射过程中的形变有关。我们在后续实验中通过调节水位来控制波速。

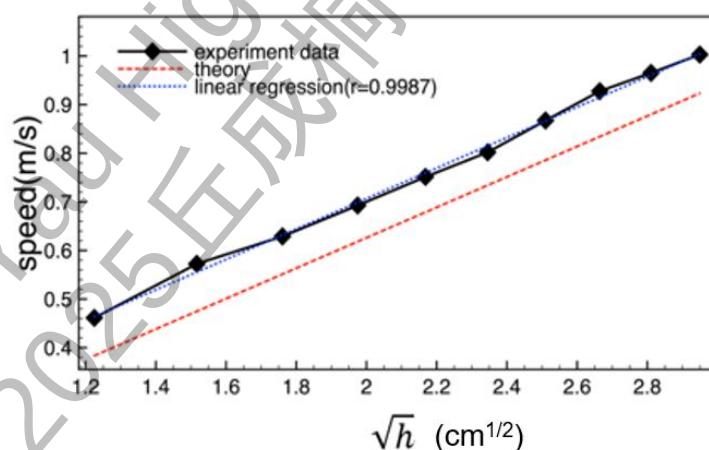


图 8：波速 speed- $\sqrt{h}$ 图

然而，我们进一步探究发现，水波的运动极为复杂，浅水波近似并不能完全描述实验情况。视觉估计和压力曲线图（顶部的平滑区间）表明，波长约为 5 ~ 30 cm（与驱动模式和参数有关），而水深取在 3 ~ 5cm 区间，这并不能很好的满足 $\lambda \gg h$ 浅水

波的条件。因此，**波速实际上受到波长的显著影响**。实验亦验证了这一点：在水波传播的前期，不同波长分量以相近速度传播，保持完整波包；但在传播 1-2 个周期后，由于波速差异，波包逐渐分离，表现为水面上多个波峰的出现，并在压力曲线中形成峰的劈裂（见图 6 箭头）。非共振的波与主波相比衰减很快，约 10 个周期后消失，水槽中仅留主波往复传播，压力曲线 $N_1(t)$ 接近正弦函数。

我们在实验中还观察到了拍的现象，其表现在视频中难以辨认，但是在压力曲线的时间周期性变化表现非常明显。以图 9 为例，可以看到，在 10 s 后，压力测量曲线体现出拍的特征。拍产生的原因是来自小车减速时二次冲击产生的波与启动时产生的波的叠加。实际上，由于场地的限制，小车加速达到设定速度后不能一直运动下去，因此必须制动。由于电机的制动很快，同样也会冲击容器，产生水波。该水波与启动时的水波之间的相位差由维持速度的时间 Δt 决定。由于该波的速度与启动波不同（由于制动时撞击侧壁处的水深不同），在一些 Δt 区间，就可以观察到明显的拍了。傅立叶频谱（图 10 右）显示出明显的双峰结构，两者峰值相当，验证了我们的推论。实际上，图 6 的压力数据是在启动与制动间隔 Δt 较短（0.5s）时测得的，从频谱图上也能看到双峰的微弱迹象（图 10 左图）。

需要强调的是，拍现象与上述由不同波长成分引起的次级波有所不同。前者由相近周期且振幅可比的波叠加形成，而后者振幅较小且衰减迅速。**拍的观测为后续“灭波”实验提供了启发：通过调节相位差，或可实现波的部分相消，从而削减振幅。**

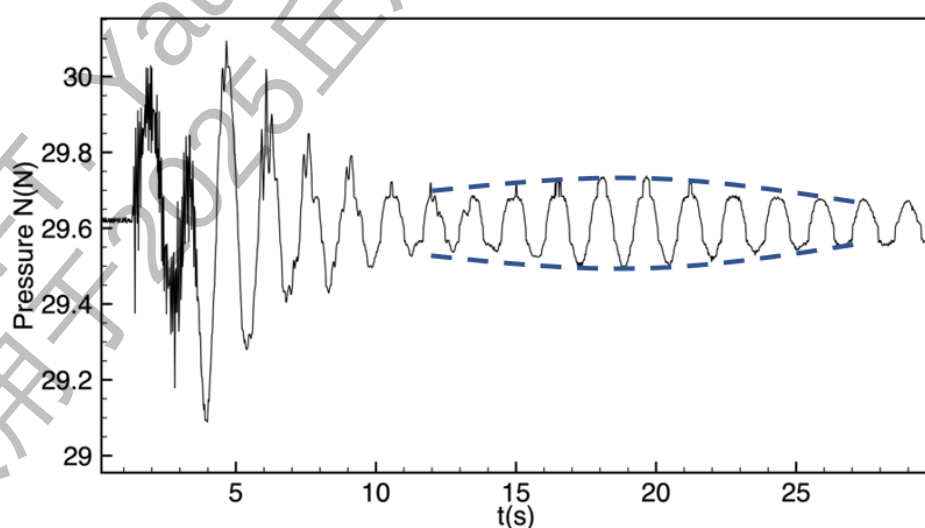


图 9：拍的出现

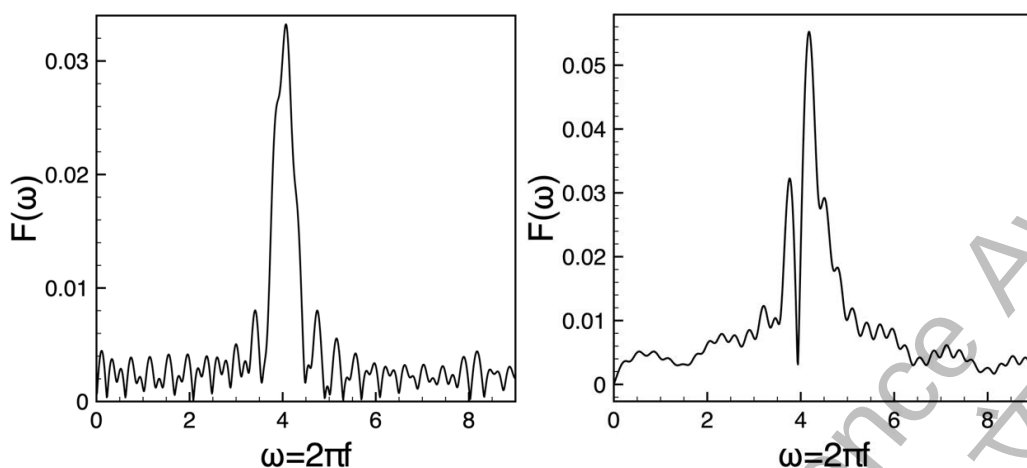


图 10: 常规波周期信号 (左) 与拍 (右) 频谱对比

5.2 共振实验探究

水波在长水槽中产生后, 会以近似恒定的速度往返传播。如果外界驱动的周期与水波的往返周期相匹配, 且在水波到达边界时施加合适的冲击, 相当于在原有波动基础上叠加同相位的波, 从而不断积累能量与振幅。该过程与弹性体系在周期性外力作用下的受迫振动高度相似, 可类比于“推秋千”的现象: 当外力的频率与体系本征频率一致时, 能量积累最为显著, 振幅也随之迅速放大。我们通过设定机器人施加不同周期的冲击, 探究水波是否呈现出与弹性体系相似的受迫振动特征。

首先, 在固定水深条件下测得水波在水槽中来回一周的时间为 1.52 s , 对应的本征频率 $f_0 = 0.658\text{ s}^{-1}$ 。由于实验过程中存在一定水体溢出, 每组实验前均将水位调回设定值并确认本征频率保持不变。随后, 我们依次设定机器人以本征频率附近的不同频率进行往复运动。具体频率选择为 $10/6 f_0, 10/7 f_0, 10/8 f_0, 10/9 f_0, f_0, 10/11 f_0$ 。每个频率均重复实验三次并取平均值。

实验结果如图 11 所示。可以看到, 水波的运动周期与外界驱动完全一致, 表现出典型的受迫振动特征。尤其是在驱动频率接近本征频率时, 频谱图显示单一频率占据了主要能量; 而在远离本征频率时, 振幅减弱, 且次级频率成分相对增强。例如, 在 $10/6$ 倍本征频率的驱动条件下, 除驱动频率峰值外, 在接近本征频率处还出现了一个幅值相当的次峰。需要指出的是, 在更高驱动频率下, 体系不稳定性显著增强 (能量注入过快导致大量溢水), 因此未能进一步探索更高频率范围。

进一步分析发现，峰值响应随驱动频率接近本征频率而升高，基本符合受迫振动的理论预期。然而，我们惊奇地发现，最大响应并非出现 f_0 ，而是在 $10/9 f_0$ 。我们重复了多次实验，改变了水深等参数，仍然发现最大响应偏离共振频率的现象。进一步分析，我们认识到，该现象产生的原因类似“多普勒效应”，源于水槽与水波同时运动导致的。测量本征频率时，当外界扰动结束，水槽归为静止，而水波在水槽中往复运动的周期为 f_0 ；然而，在机器人带动水槽周期性左右运动时，水波在水槽中往复运动则是相对于运动的水槽，后者总是先于水波反向，导致水波传播距离变短，频率变高。容器的运动距离相对于其尺寸不可忽略时，均会出现频率偏高于静态本征频率的现象。该类“多普勒效应”的发现对于精密动态控制非常重要，因为反馈频率的错误设定，极有可能导致液面震荡情况不减反增。为了进一步验证该结论，我们绘制了振幅-频率图与溢出量-频率图（图 12）。图 12 中红线表示压力传感器记录的信号振幅，与水波的振幅正相关；黑线则表示三次重复实验测得的平均溢出水量。可以看到，在驱动频率为 $10/9 f_0$ 时，能量累积最快，导致水溢出的最多，这与频谱分析的结果一致。

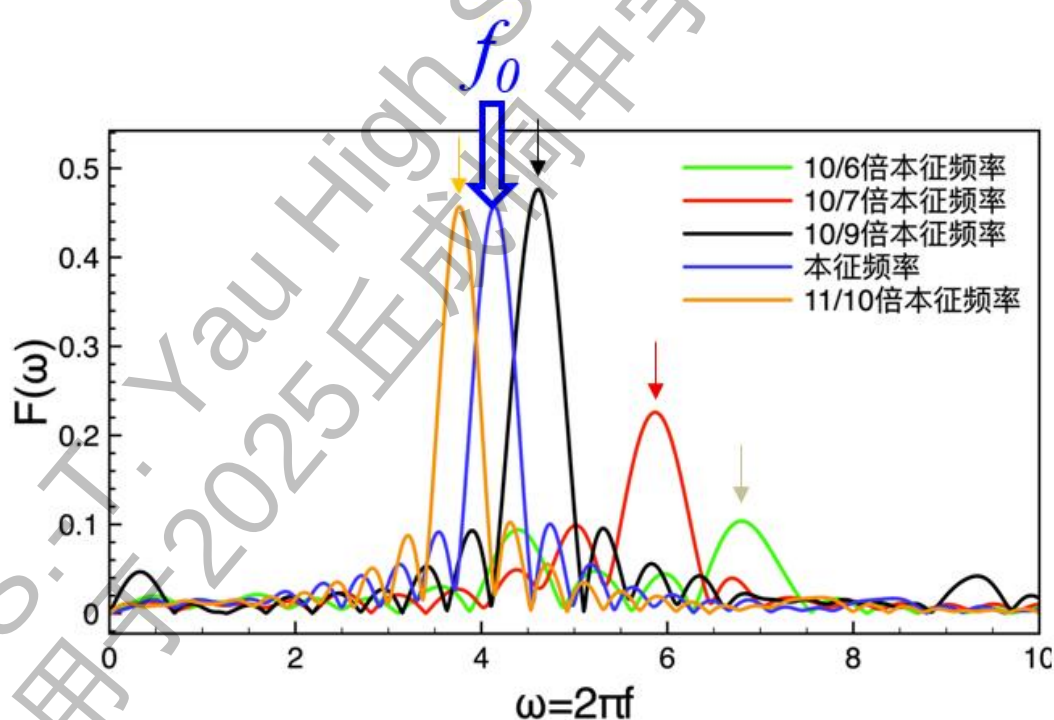


图 11:水波对外界不同驱动频率的响应。

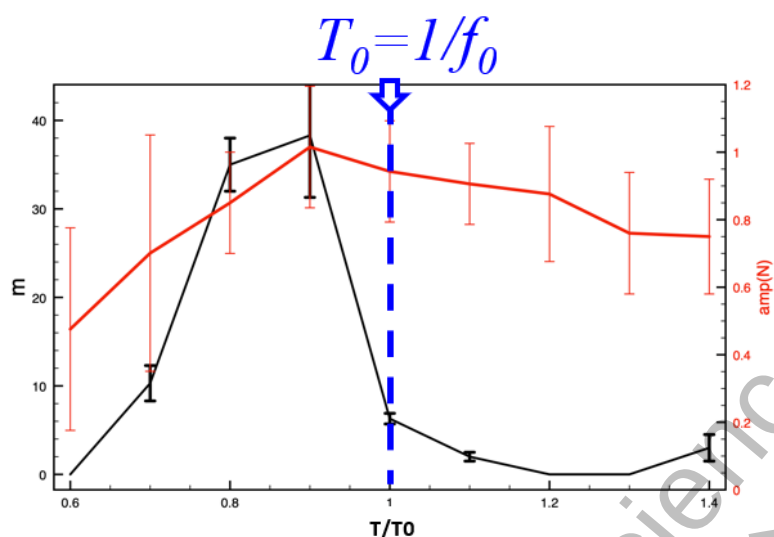


图 12:振幅与溢出量对频率的依赖图

此外，结合视频和压力信号的时域分析（图 13），我们可以发现，在驱动频率接近本征频率时，体系很快屈服于外界频率，从第三个周期起波形基本维持稳定。这表明，波速与外界驱动匹配的部分持续获得能量输入，其它速度模式由于碰撞等耗散很快衰减。

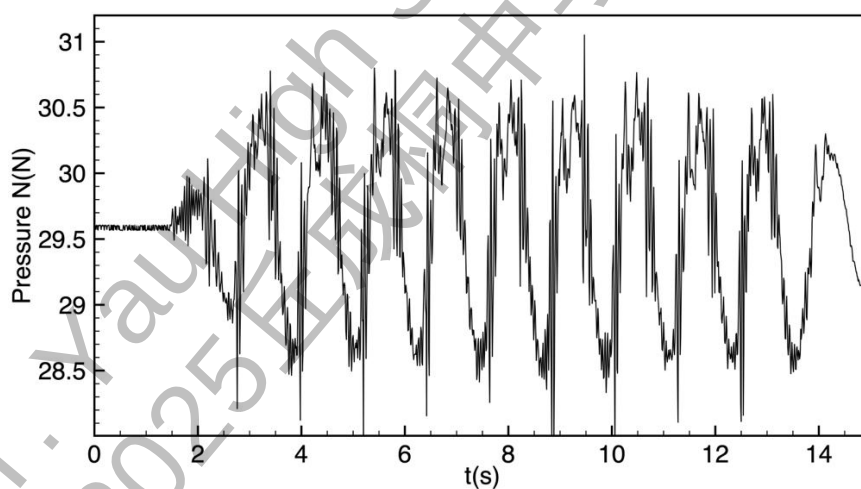


图 13:驱动为 1.2 倍本征频率时的压力测量结果

基于上述结果，我们尝试回答一个更具应用意义的问题：当液体容器受到周期性扰动时，如何避免能量积累并防止液体溢出？远离本征频率 f_0 及 $f/2$, $f/4$ 这些特征频率是有效的方法。在日常生活场景中，由于容器尺寸较小，其本征频率较高，人体行走的步频可能恰好落入这些频率区间，从而引发液体溢出。适度改变步频即可有效抑

制水波能量积累。我们还发现，若驱动周期呈随机变化，能量积累显著减弱，尽管偶尔仍会产生局部溢出（见附录）。因此，快慢交替的步态在实际搬运过程中是减少溢出的可行策略。

5.3 灭波系列实验

在液体搬运过程中，若水波已然产生并开始积累能量，如何快速有效地将其衰减以避免进一步溢出成为关键问题。基于这一动机，我们在实验中尝试了多种消减水波的策略，其中“卸力相消法”表现出最显著的效果。

卸力相消法 在造波实验中，我们注意到制动与启动都会产生水波，两者振幅相当。它们相位由波峰的空间位置决定，记为 $\phi = \cos^{-1}(2x/L)$ 。其中 x 为偏离容器中点的位移。通过调节启动与制动之间的时间差 Δt ，即可等效控制两个波的相位差 $\Delta\phi$ 。在这个简化图像下，如果两列波的相位差为 π ，如图 14 所示，则当启动波运动一周回到左侧时施加制动，则启动波与左侧容器壁的碰撞所获得的冲击大幅减小（因为容器壁突然沿波运动的方向移动，类似于卸力的作用），导致水位下降，能量下降。这也可以理解为图示的产生一个总是与启动波反向运动的制动波。导致其在容器边界的振幅大位下降，而这两个波将在容器中部碰撞耗散，避免了水的溢出。实验测得的结果如图 15 所示。对比可以看到波动的幅度不断衰减，体现了两列波在容器中部碰撞衰减的过程。

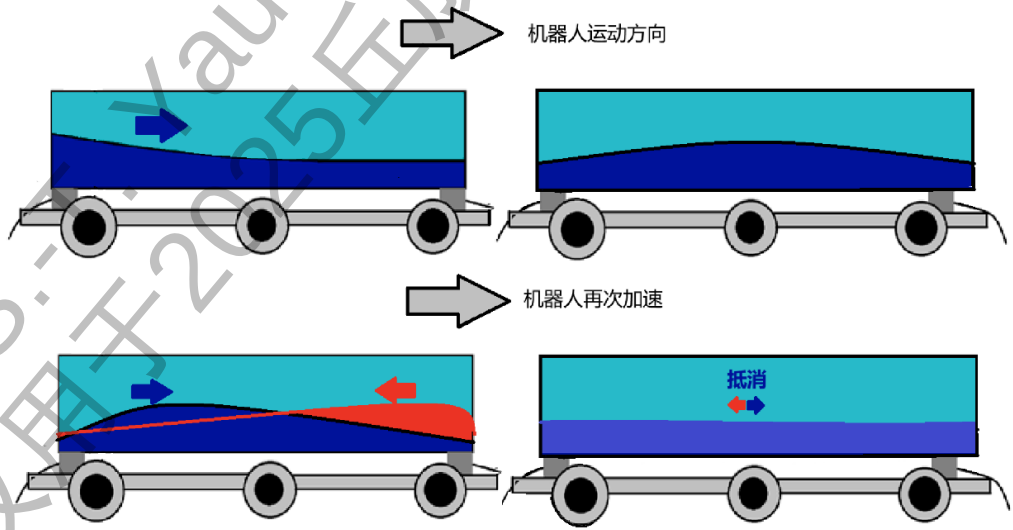


图 14:卸力法示意图

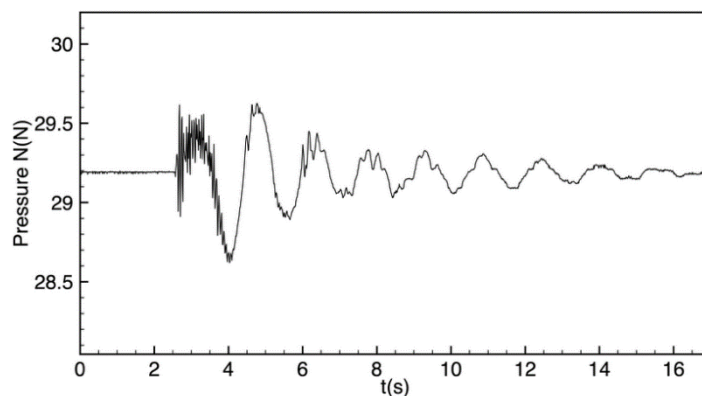


图 15:卸力相消法结果

我们进一步将该原理推广至连续单向加速的情境，例如液体运输车辆在行进过程中产生的水波冲击。此时可采用阶梯式逐级加速的方法：在第一次加速产生的水波即将到达容器前端时，实施第二次加速。由于该过程相当于引入一系列相位差为 π 的水波，从而减小水波能量积累及容器受冲击强度。

为了定量评估该方法的有效性，我们定义二次加速前后的振幅之比为衰减效率 M ，写为：

$$M = \frac{\overline{A_{after}}}{\overline{A_{before}}}$$

分子分母分别为二次加速前后的平均振幅。图 16 中的虚线标注二次加速的时间点。可以看到当相位差满足卸力条件时（黑色曲线），振幅明显下降， M 约为 0.25，而不匹配时， M 约为 0.7。若不施加二段加速，波自然衰减，在图中时间范围内 M 约为 0.9。以上结果初步验证了“卸力相消法”在快速衰减液体波动方面的有效性，尤其适合于具有较大惯性的液体运输场景。

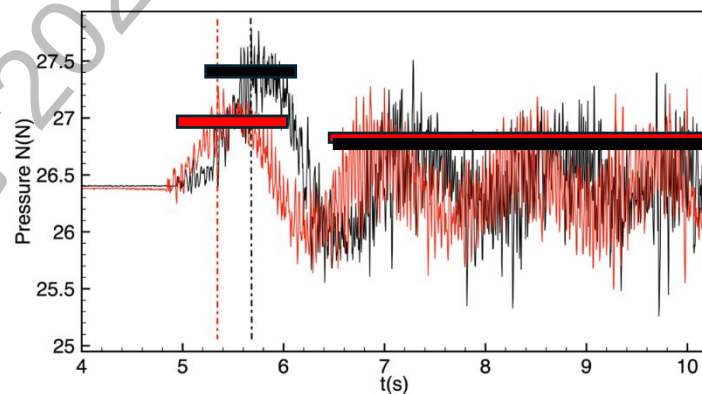


图 16: 分级加速条件下卸力相消法的效果对比

其它尝试 除卸力法外，我们还探索了若干替代方案，以期进一步丰富液体灭波策略：

(1). 复合振动法

我们在机器人底盘上额外安装了一台振荡装置，尝试通过与底盘驱动叠加形成反相效果以削弱水波。然而由于两套装置独立运行，暂时无法实现严格的相位同步，导致相消效果有限（图 17）。未来可通过单片机控制实现精确相位锁定，以提升实验效果。



图 17: 复合振动实验设置（机器人底盘上方放置了一个频率可调的水平振荡器）

(2). 改变容器形状

我们进一步尝试通过改变容器几何形状来实现对水波的消减。具体思路是通过破坏容器内水波的平面传播模式，从而降低波动的相干性与能量的累积。例如，在长方形水槽的内壁上安装半圆形积木（如图 18 所示），期望借助其对波面的散射作用来减缓水波的叠加效应。然而，实验结果表明该方法并未达到预期效果，反而更容易诱发液体溢出。这是由于水体在运动过程中趋向于向水槽的两端角落汇聚，从而导致局部能量的堆积加剧。



图 18: 积木加水槽俯视示意图

进一步地，我们将长方形水槽替换为圆形容器（脸盆），以考察容器对周期驱动响

应的影响。实验发现，在圆形容器中，液体在周期驱动下同样表现出快速的能量累积与溢出现象，但与长方形水槽相比，其动力学特征存在显著差异（图 19）。

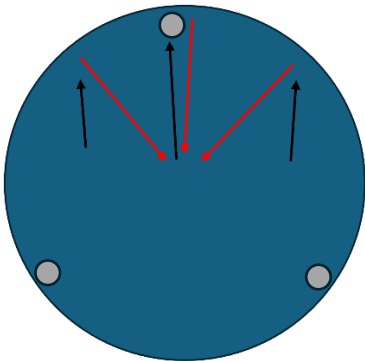


图 19：脸盆水波汇聚图

如图 19 所示，我们在脸盆边缘的三个等距位置固定了三枚尺寸完全一致的压力传感器，其中位于机器人中轴线上的传感器负责记录实验数据。图 20 展示了压力测量的结果，其中虚线标注了驱动停止的时刻。

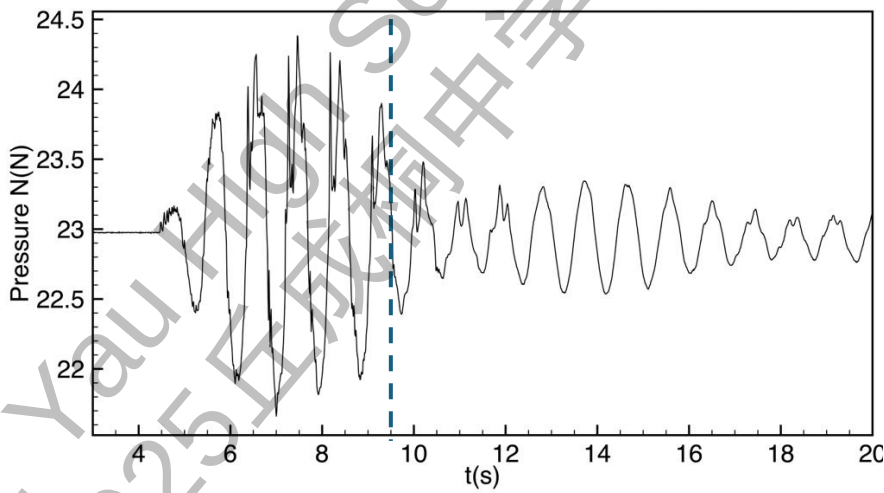


图 20:水盆在周期驱动下的压力测量结果

与长方形水槽的实验类似，压力曲线同样呈现与外部驱动频率一致的周期性特征。但不同之处在于，圆形容器中的压力曲线明显更为平滑，局部涨落显著减弱。这一差异主要源于容器支撑方式的不同：长方形水槽实验仅采用两点支撑，横向（垂直于驱动方向）稳定性较差，导致额外晃动被传感器捕捉；而圆形容器的三点支撑显著提升了整体稳定性，从而降低了噪声干扰。

此外，实验数据中还出现了明显的拍频现象，且在驱动阶段便已出现。这表明圆形容器中的水波已不再呈现单纯的平面波形式，而是由于波面在汇聚与发散之间不断转换，叠加效应增强，形成了复杂的空间干涉模式。该结果提示，容器几何形状对水波传播特性及能量分布具有重要影响，后续在长水槽实验中亦应考虑通过多点支撑与形状优化来减小非理想效应的干扰。

6. 实验结论

本研究自主设计并搭建了完整的水波测量与控制实验系统，包括机械结构、运动控制程序及信号采集电路，实现了水槽受控运动与水波压力信号的高速、实时测量。通过引入压力传感器测量方法，我们建立了一种无需光学手段即可实现水波周期、波速及能量分布定量表征的实验途径。这一方法相较传统的视频观测或视觉跟踪，具有抗干扰性强、时间分辨率高和数据处理简洁等优点，为研究非稳态液面振荡提供了更可靠的实验基础。实验结果表明，水波在浅水条件下的传播速度主要由水深决定，但当波幅与水深可比或波长存在分布时，浅水波近似会产生一定偏差。我们进一步分析了由机器人最大扭矩加速所产生的水波及其动力学特性，揭示了波的叠加和相位差导致的拍现象，并通过压力数据与频谱分析定量分析了拍的形成机制。

在实验过程中，我们发现了一种类似“多普勒效应”的频率偏移现象，其起源可归因于水槽与水波的相对运动。这一发现对于动态液体控制与反馈系统设计具有重要意义。若未考虑这种频移效应，控制系统在闭环反馈时可能错误识别系统共振频率，从而导致液面振荡不降反升。未来研究可在此基础上进一步发展基于频率自适应调控的主动反馈算法，实现复杂环境下的液体稳态搬运与波动最小化控制。

在水波消减方面，我们系统比较了多种方法。实验结果表明，卸力相消法可有效降低水波振幅，通过精确调节启动与制动波的相位差，实现能量在容器中部的耗散，从而防止液体溢出。其他方法（如复合振动法、容器壁形状调整）虽然未达到预期效果，但通过实验验证，深化了对水波传播、反射及能量累积机制的理解。本研究不仅建立了用于水波动力学定量分析的实验方法，也揭示了非理想液体系统在周期驱动下的共振、拍和能量消减机制，为液体搬运、容器设计及防溢策略提供了可操作性的理论和实验参考。

7. 参考文献

1. Abramson, H. N. (1966). The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers (NASA SP-106). NASA.
2. Ibrahim, R. A. (2005). Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications. Cambridge University Press.
3. Faltinsen, O. M., & Timokha, A. N. (2009). Sloshing. Cambridge University Press.
4. 张艳, 刘宗浩, 赵红军. 车辆运输中液体晃荡对车辆稳定性的影响研究 [J]. 交通运输工程学报, 2017, 17(5), 45-53.
5. Chu et al, Slosh-induced hydrodynamic force in a water tank with multiple baffles, Ocean Engineering, 2018, 167, 282-292.
6. Guan et al, Numerical investigation on the effect of baffles on liquid sloshing in 3D rectangular tanks based on nonlinear boundary element method, International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering 2020, 12, 399-413.
7. Xie et al, Sloshing suppression with active controlled baffles through deep reinforcement learning-expert demonstrations-behavior cloning process, Physics of Fluids, 2021, 33, 017115.
8. Moriello L. et al, Manipulating Liquids with Robots: a Sloshing-Free Solution, Control Engineering Practice, 2018, 78, 129-141.
9. 刘洋, 胡斌, 陈志. 基于轨迹优化的机械臂液体搬运晃荡抑制研究 [J]. 机器人, 2020, 42(6), 812-820.
10. Lin et al, Experimental Study on the Sloshing of a Rectangular Tank under Pitch Excitations, Water 2024, 16(11), 1551.
11. Tosun et al, Experimental Setup Design for Liquid Sloshing, Vibroengineering PROCEDIA, 2016, 9, 39-43.
12. Khezzar et al, Water Sloshing in Rectangular Tanks – An Experimental Investigation & Numerical Simulation, International Journal of Engineering, 2009, 3(2), 174.

8. 致谢

我在日常生活中常常观察到液体泼溅现象。例如，端着一杯水走向教室时，稍有不慎便会导致水面剧烈晃动。这使我联想到机器人：搬运固体已能实现高精度，但若抑制液体晃荡，则需更复杂的反馈设计。作为机器人学社的成员，我多次参加国内外比赛，因此对机器人如何控制液体产生了兴趣。调研发现，液体晃荡（sloshing）在工程中具有重要意义，从道路运输的液体安全到航天器箭体稳定性均受其影响。由此，我意识到这一课题兼具应用价值和学术训练意义。今年初，我的“机器人运水”课题入选上海市杨浦区“高中生双进入科创项目”，并由复旦大学娄捷副教授指导，在陶瑞宝院士的整体项目框架下接受学术训练。娄老师建议我不要直接着眼于工程实现，而应先研究液体波动的物理机制，明确影响水波幅度的关键因素，再进行机械设计会事半功倍。在这一启发下，我将研究方向确定为“基于机器人搬运平台的液面波动消减方法研究”。

在实验器材方面，我从复旦附中机器人社团借用了机器人底盘，其余实验设备由复旦大学普通物理实验中心提供。在研究过程中，我主要在学期周末及暑假开展实验，频繁与娄老师讨论实验目标与规划，由我独立完成实验装置的搭建、实验测试与数据采集。在数据分析方面，娄老师向我讲解了 FFT 频谱分析，并介绍了水波理论建模方法。具体分工如下：我本人主导实验装置设计与搭建，完成实验操作与数据采集；在数据处理阶段尝试改进方法，并独立撰写论文初稿；娄老师在数学工具的使用（FFT、浅水波模型）与物理机制的理解上提供指导；在论文阶段主要帮助我整理论文大纲、把握整体结构、学术规范和逻辑严谨性。

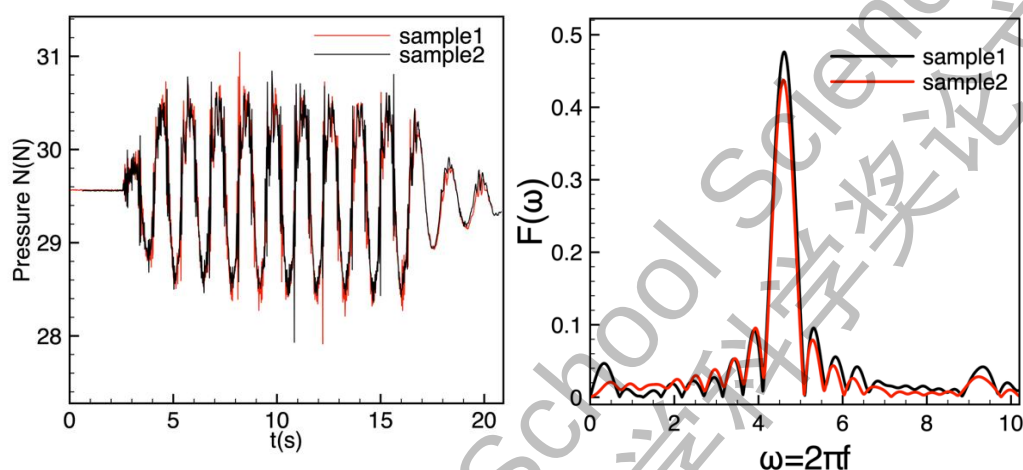
困难与解决过程：（1）在水波周期测量中，最初数据噪声较大，精度不足。发现问题后，我主动尝试改进探测方法，并在娄老师的建议下逐渐完善方案，最终采用压力传感器结合频域分析，显著提升了测量精度。（2）在理解水波拍现象与容器共振频率关系时，由于知识储备有限，我一度感到困惑。娄老师耐心讲解相关物理模型，我则结合实验数据反复验证，从而逐渐建立了清晰的认识。（3）论文写作是我面临的最大挑战。虽然此前在杨浦区青少年科技活动中心多次汇报进展，但如何将实验结果转化为逻辑严谨、结构清晰的学术论文，对我来说几乎是全新的尝试。为此，娄老师向我介绍学术写作规范，并推荐范文学习。在完成初稿后，我与老师反复讨论论文结构、数据处理和论证逻辑，老师提出修改建议，我则负责逐步完善。通过持续打磨，我最终提交了一份较为完整的学术论文。

附录：

系统的可重复性验证：

本实验系统的可重复性较高，在初始条件和参数固定的情况下，受随机因素的扰动较小。这里，我们以随机不可控因素最多最严重的周期驱动实验为例。

在设定参数（驱动扭矩，变向时间间隔，水深等）不变的情况下，两次独立测量得到的压力传感器读数如下图所示。



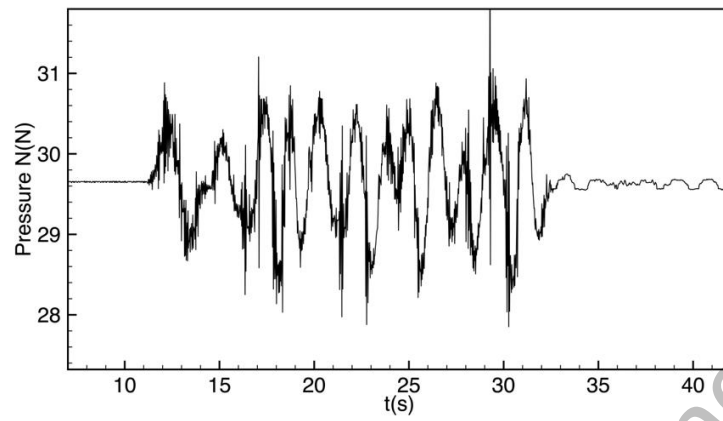
附图 1：周期驱动实验中两次独立测量结果的对比

可以看到，两次测量的差距很小，仅在发生冲击的位置由于有水撒出（水的撒出量有不确定性）导致数据有差别。频谱分析图中，主峰与次峰的特征也基本一致。需要指出，这里给出的是随机性最大的实验场景，在其它参数下，重复实验的数据吻合度更高，且我们通过统计平均来进一步减小误差并给出误差棒。

随机驱动：

随机驱动是在驱动小车往复运动的过程中，由程序在一定时间范围内随机选择两次变向间的时间间隔。可以看到，能量累积的速度小于共振，一定程度上抑制了水波。且驱动停止后，由于水波并未建立起单一波包和统一周期，各分量不断碰撞快速衰减。

但同时，由于时间间隔完全随机，有一定几率会使水波在反射时受到反向驱动而使水溢出，多次测试或调整随机范围后效果仍不理想，总会有水撒出。示例如下图所示。



附图 2:随机驱动下的测量图

图中突然跃起的尖峰正是碰撞与反射恰好同步时水溢出的时间点。