

2026 丘成桐中学科学奖（中国内地赛区）参赛作品
(计算机类)

参赛学生姓名： 陆文轩、夏威夷

中学： 成都市锦江区嘉祥外国语高级中学

省份： 四川省

国家/地区： 中国

指导老师姓名： 汤臣薇、陈行

指导老师单位： 四川大学计算机学院、

成都市锦江区嘉祥外国语高级中学

论文题目： 星空图像非均匀光污染背景估计

中的物理启发建模与天文信号保真研究

星空图像非均匀光污染背景估计中的物理启发建模 与天文信号保真研究

陆文轩 夏威夷

摘要

在实际的星空观测中，非均匀光污染常与恒星信号和低频弥散结构共同存在，这使背景估计要同时考虑污染去除能力和天文信号的保持程度，针对此问题本文从背景场出发，将光污染建模为二维加性场，并结合屏蔽泊松型约束和带符号有效强迫构建物理信息神经网络（physics-informed neural network, PINN）；考虑到训练过程中数据一致约束与物理约束之间可能存在多目标优化冲突，本文进一步设计了分阶段梯度协调 PINN（staged gradient-coordinated PINN, SGC-PINN），并以高斯滤波和 II 型离散余弦变换最小二乘（Type-II discrete cosine transform least squares, DCT-II LS）为主要对照进行多组对照实验。结果表明，高斯滤波背景误差较低，DCT-II LS 点源测光较好，原始 PINN 保留更多低频保护结构，SGC-PINN 的相对稳定收益主要体现在点源测光误差，五轮交叉评估中该趋势保持一致，但背景恢复指标未同步改善。频率重叠测试表明，当污染背景与真实弥散结构低频特征相近时，各方法都受成分可辨识性限制。以上结果说明了，物理先验并不必然带来性能提升，其有效性与约束表达方式，优化过程中的引入策略和观测数据本身包含的可分离信息相关。

关键词：非均匀光污染；星空图像背景估计；物理信息神经网络；天文信号保真；恒星测光；低频弥散结构

I. 引言

A. 研究背景与问题

人工天空辉光是由地面照明经直接辐射、反射及大气散射形成，受光源分布、观测几何、气溶胶和云条件等共同影响，因而具有显著空间非均匀性[1]-[5]。现有工作主要讨论了传播与天空亮度建模，本文则关注已获取的星空图像中的非均匀光污染背景分离。

本研究主要针对城市及郊区等非理想观测环境下获取的星空图像，覆盖业余天文摄影设备、便携式成像系统以及小型望远镜观测场景。此类图像常出现单侧增亮、渐变和多尺度光晕，若仅追求压暗背景，容易同时改变弱星、星云或银河等真实的天文结构。

背景估计是源检测与测光的重要基础。SExtractor 等以局部统计和平滑构建背景[6]，后续方法通过目标去除、插值或局部极小值统计减小复杂背景与微弱源污染[7],[8]。低表面亮度研究同时指出，真实弥散结构与天空背景可能处于相近尺度，过度背景估计会造成系统性过扣除[9],[10]。因此本文同时关注污染抑制、恒星光度和真实低频结构保持。

B. 相关研究

传统天文背景估计主要依赖局部统计、平滑、插值或低频分解[6],[7]。当污染具有方向性、多尺度结构，或真实天体本身呈大尺度平滑变化时，单纯依赖低频假设可能留下污染或误扣真实结构[9],[10]。本文以高斯滤波作为基础传统对照，并在 Stage-B 专门检验低频真实结构与污染重叠时的分离能力。

近年来随着深度学习的不断发展，相关方法也逐渐应用于天文图像去噪和观测信息恢复任务。监督式深度学习方法通过学习输入图像与目标结果之间的映射关系提升恢复效果，经典的 U-Net 网络通过编码器—解码器结构与跳跃连接融合多尺度特征[11]，相关天文应用也采用恒星恢复率和光度误差评价去噪后的科学信息[12]。相关研究证明了监督式深度学习在图像恢复任务中的应用潜力，但模型效果通常受到训练数据分布范围以及任务目标设定的限制。本文不将监督深度网络作为主要比较对象，而聚焦于共享空间先验下的数值表示与物理信息介入优化的方式。

PINN 方法通过将控制方程的残差引入优化过程，使网络预测结果满足一定的物理约束[13]，近年来，相关思想已被应用于包括大气辐射传输和视觉测量在内的多种科学计算问题[14],[15]。不同损失分量的梯度尺度失衡是 PINN 训练困难的重要来源[16]，本文所使用的屏蔽泊松方程是在参考真实大气传播方程并简化后得到的，故而将其作为物理启发空间约束，并设置共享核心先验的 DCT-II 最小二乘求解，以区分先验本身与数值表示、优化方式的影响。

C. 本文工作与贡献

围绕非均匀光污染背景分离这一问题，本文重点开展以下三个方面的研究。第一，针对非均匀光污染的空间变化特征，将其建模为加性二维背景场，并进一步引入屏蔽泊松型空间约束和带符号有效强迫项描述背景变化趋势，并以可旋转椭圆包络和少量候选强迫分量组合描述方向性与尺度变化，强迫项仅表征空间驱动，不具有真实光源辐亮度含义。第二，构建原始联合优化 PINN、共享核心先验的 DCT-II LS，以及由数据初始化、固定空间模板参数下的强迫分量识别和梯度协调优化组成的 SGC-PINN，用于比较不同数值表示和物理介入方式。第三，采用保留真实恒星点扩散、相机噪声与采集扰动的半合成数据，在 Stage-A、CV5、Stage-B 与真实高光污染图像上分别评价背景恢复、点源测光和低频结构保护。本文整体的数据构造、多方法对比与分层实验评价框架如图 1 所示。

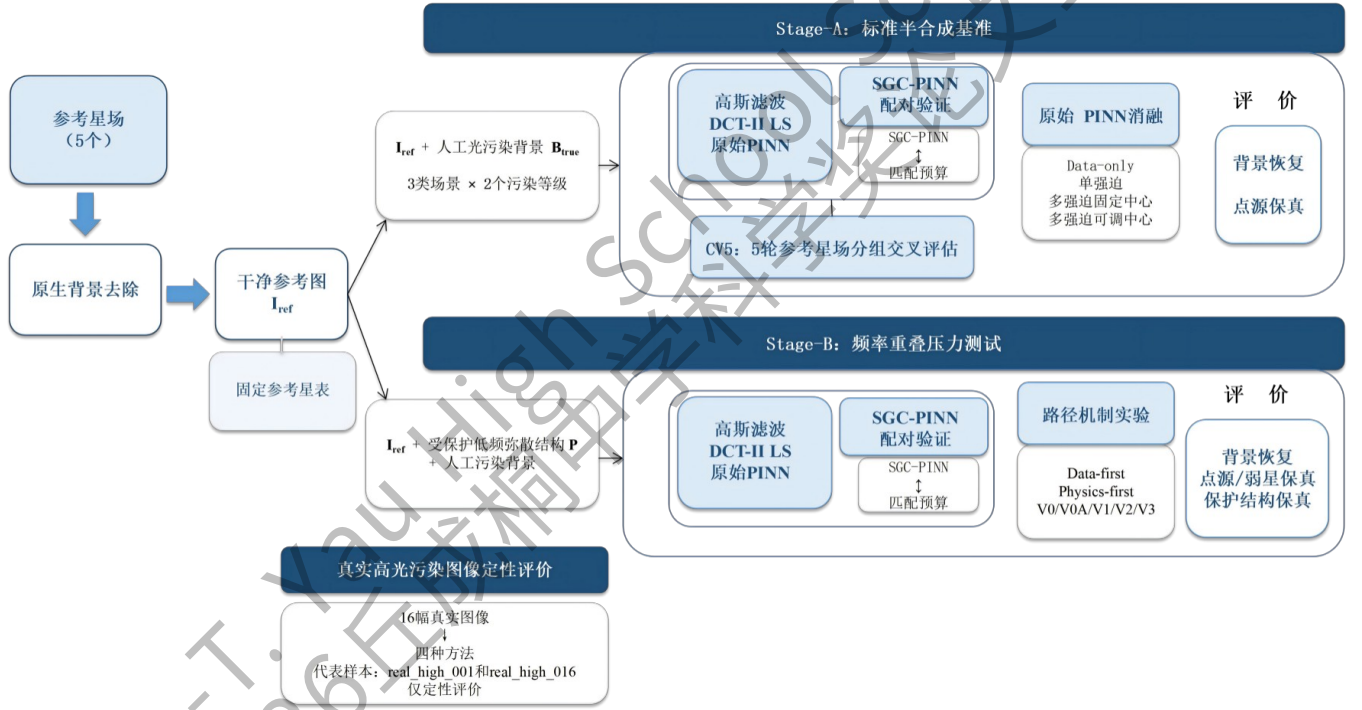


图 1 数据构造、方法比较与实验评价总体框架

II. 方法

A. 问题定义与半合成观测模型

本文把待校正光污染视为叠加在真实相机图像上的大尺度背景。记 $I_{cam}(x, y)$ 为相机灰度图像， $I_{astro}(x, y)$ 为期望保留的天文信号， $B_{native}(x, y)$ 为原图中已有的大尺度背景， $N_{cam}(x, y)$ 为相机噪声及其他小尺度扰动，则：

$$I_{cam}(x, y) = I_{astro}(x, y) + B_{native}(x, y) + N_{cam}(x, y) \quad (1)$$

由于 B_{native} 缺少逐像素真值，先用固定且与待比较方法无关的背景估计器得到原生背景估计 $\hat{B}_{\text{native}}$ 。记 I_{ref} 为扣除该估计后的参考图， $\varepsilon_{\text{native}} = B_{\text{native}} - \hat{B}_{\text{native}}$ 为原生背景估计残差，则：

$$I_{\text{ref}} = I_{\text{cam}} - \hat{B}_{\text{native}} = I_{\text{astro}} + N_{\text{cam}} + \varepsilon_{\text{native}}, \varepsilon_{\text{native}} = B_{\text{native}} - \hat{B}_{\text{native}} \quad (2)$$

记 $B_{\text{true}}(x, y)$ 为逐像素已知的人工光污染背景，仅将其叠加到 I_{ref} 上，得到各方法实际接收的半合成观测图 I_{obs} ：

$$I_{\text{obs}}(x, y) = I_{\text{ref}}(x, y) + B_{\text{true}}(x, y) \quad (3)$$

生成式(3)后不再人为叠加额外高斯或泊松噪声，也不进行乘性重标定或科学裁剪。高斯滤波、DCT-II LS、原始 PINN 和 SGC-PINN 在估计过程中均不读取 B_{true} 。记 $\hat{B}(x, y)$ 为方法得到的背景估计， $\hat{I}_{\text{ref}}(x, y)$ 为相应背景扣除结果，则：

$$\hat{I}_{\text{ref}}(x, y) = I_{\text{obs}}(x, y) - \hat{B}(x, y) \quad (4)$$

因此，定量评价同时考察背景估计及其扣除后对参考图的保持程度。真实高光污染图像缺少可靠背景真值，仅在统一显示条件下进行定性比较，不据无真值统计量建立方法排名。

B. 光污染背景的物理启发建模

星空图像中的人工天空辉光通常表现为相对于恒星点更缓慢、更连续的大尺度变化。本文统一采用二维归一化图像坐标，并把光污染背景 $B(x, y)$ 看作定义在 $\Omega = [-1, 1]^2$ 上的连续亮度场，采用屏蔽泊松型关系作为空间正则先验：

$$\nabla^2 B(x, y) - \alpha B(x, y) + S(x, y) = 0 \quad (5)$$

其中， $\nabla^2 B$ 描述背景场的局部曲率， αB 为屏蔽项， $S(x, y)$ 为带符号有效强迫项。 $\alpha = 0.5$ 在本文方法中固定；由于图像强度和空间坐标已经归一化，该参数只用于规定物理启发约束的相对空间尺度，不被解释为可直接测量的大气消光系数或传播距离。式(5)也不是完整的大气辐射传输方程。本文仅借鉴 Garstang 类光污染模型对传播随距离和方向变化进行函数化描述的思想[1],[2]，为单幅图像中的背景形状建立低维可计算先验。屏蔽泊松方程在梯度域图像处理中已有将数据保真与空间导数约束统一建模的应用[17]。本文以此作为屏蔽泊松型空间正则的数值方法依据，并结合光污染背景特征重新构造有效强迫形式。

为构造与式(5)匹配的有效强迫模板，取候选中心 (x_c, y_c) ，以 r 表示像素坐标到该中心的径向距离，并定义简化径向背景原型 $b(r; \alpha)$ ：

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}, b(r; \alpha) = \cos(\sqrt{\alpha} r) + \alpha^2 r^4 \quad (6)$$

对于二维径向函数 $f(r)$ ，有 $\nabla^2 f = f''(r) + \frac{f'(r)}{r}$ 。由式(6)可得：

$$\nabla^2 b = -\alpha \cos(\sqrt{\alpha} r) - \frac{\sqrt{\alpha}}{r} \sin(\sqrt{\alpha} r) + 16\alpha^2 r^2 \quad (7)$$

若希望径向原型满足式(5)，与其对应的有效强迫应取 $q = \alpha b - \nabla^2 b$ ，因此：

$$q(r; \alpha) = \alpha b - \nabla^2 b = 2\alpha \cos(\sqrt{\alpha} r) + \frac{\sqrt{\alpha}}{r} \sin(\sqrt{\alpha} r) - 16\alpha^2 r^2 + \alpha^3 r^4 \quad (8)$$

式(8)中的 $\frac{\sqrt{\alpha}}{r} \sin(\sqrt{\alpha} r)$ 在 $r \rightarrow 0$ 时的极限为 α ，因此可在 $r=0$ 处按连续延拓取值 α ，不存在理论奇异性。需要强调的是， $q(r; \alpha)$ 是由简化背景原型和屏蔽泊松算子共同诱导的有效强迫形式，而不是真实城市光源分布。

真实光污染通常并非理想径向对称。对第 k 个候选分量，本文在其中心附近引入可旋转椭圆高斯包络，以描述不同长短轴尺度和方向：

$$\begin{aligned} x'_k &= \cos \theta_k (x - x_{c,k}) + \sin \theta_k (y - y_{c,k}) \\ y'_k &= -\sin \theta_k (x - x_{c,k}) + \cos \theta_k (y - y_{c,k}) \\ G_k &= \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x'^2_k}{\sigma_{x,k}^2} + \frac{y'^2_k}{\sigma_{y,k}^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)中， $(x_{c,k}, y_{c,k})$ 为第 k 个候选中心， $\sigma_{x,k}$ 、 $\sigma_{y,k}$ 为旋转坐标两轴的尺度参数， θ_k 为旋转角， r_k 为像素坐标到该候选中心的径向距离。将 $q(r_k; \alpha)$ 与 $G_k(x, y)$ 相乘，并在与相应求解器坐标一致的固定标准网格上进行单位均方根归一化。对非零模板 Z ，定义：

$$N(Z) = \frac{Z}{\text{RMS}(Z)}, \text{RMS}(Z) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M Z_j^2} \quad (10a)$$

式(10a)中， M 为固定标准网格的采样点数， Z_j 表示模板 Z 在第 j 个标准网格采样点的取值， $\text{RMS}(Z)$ 为该模板在固定标准网格上的均方根， $N(\cdot)$ 为单位均方根归一化算子。由此，第 k 个候选强迫分量模板定义为：

$$T_k(x, y) = N(q(r_k; \alpha) G_k(x, y)) \quad (10b)$$

在 K 个候选分量下，总有效强迫写为：

$$S(x, y) = \sum_{k=1}^K w_k T_k(x, y), w_k \geq 0, K \leq 3 \quad (10c)$$

虽然分量幅值被限制为非负，但径向有效强迫以及归一化后的分量模板本身可以同时包含正、负区域，因此式(10c)的总有效强迫仍是带符号场。单位均方根归一化使不同空间模板分量的幅值具有可比较尺度。模型最多设置 $K \leq 3$ 个候选分量；对非负幅值之和施加 $L1$ 型惩罚，会使不必要候选分量的幅值趋近于零，仅保留少量活动强迫分量。本文将这一约束

称为“强迫分量稀疏”，它描述的是候选模型分量的选择，不表示真实城市污染源在空间上稀疏[18]。

候选中心完全由观测图像驱动，经亮像素抑制、宽尺度低通和带最小间距的峰值选择得到，最多保留三个，不读取背景真值。PINN 后期允许中心在预设邻域内有限调整，DCT-II LS 使用对应的像素中心映射；具体阈值与搜索范围见 III-H。

C. 原始联合优化 PINN

PINN 使用以二维归一化坐标为输入的多层感知机表示连续背景场。隐藏层采用双曲正切激活函数。记 $f_\theta(x, y)$ 为参数 θ 的坐标 MLP 在 Sigmoid 映射前的标量输出，输出端采用 Sigmoid 映射，则背景估计为：

$$\hat{B}_\theta(x, y) = \text{sigmoid}(f_\theta(x, y)) \quad (11)$$

式(11)中的 Sigmoid 仅把网络表示的污染背景限制在 $[0, 1]$ 的非负有界范围；这一约束针对待估背景，而不是观测数组的整体值域。完成原生低频背景扣除后，参考目标与半合成观测不再裁剪或再次归一化，因此用于数据项的观测样本可出现负值，叠加人工污染后也可能超过 1。

在原始联合优化 PINN 中，每张待处理图像上的网络参数 θ 与有效强迫项的分量幅值，以及各候选分量的中心位置、尺度、轴比和旋转角共同优化。其中数据项与微分方程残差的联合约束沿用 PINN 的软约束框架[13]，并进一步加入强迫分量稀疏约束，总目标由三部分构成：

$$L = L_{\text{data}} + \lambda_{\text{phys}} L_{\text{phys}} + \lambda_{\text{sparse}} L_{\text{sparse}} \quad (12)$$

其中， $\lambda_{\text{phys}} \geq 0$ 与 $\lambda_{\text{sparse}} \geq 0$ 分别控制物理残差与强迫分量稀疏项的相对权重。三项损失定义为：

$$\begin{aligned} L_{\text{data}} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\hat{B}_\theta(x_i, y_i) - I_{\text{obs}}(x_i, y_i) \right]^2 \\ L_{\text{phys}} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\nabla^2 \hat{B}_\theta - \alpha \hat{B}_\theta + S \right]_i^2 \\ L_{\text{sparse}} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K w_k \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)中， N 为该优化步抽取的坐标样本数， K 为候选有效强迫分量数， $S_i = S(x_i, y_i)$ ；

L_{sparse} 是非负分量幅值的平均值，因此最小化该项会使不必要分量的幅值趋近于零。数据项直接比较背景估计与观测图像，而非背景真值，因此 PINN 不需要背景标签。观测图仍包含恒星和真实天体信号，单独最小化数据项会推动网络复制观测图像；背景与天体结构的分离倾向来自连续坐标网络的平滑表示、式(5)的微分残差和低维有效强迫表示，不能据此宣称严格的恒星保持性质。

物理损失中的拉普拉斯项由自动微分获得[19]；强迫分量稀疏项用于使不必要候选分量的幅值趋近于零[18]。由于每个模板均已进行单位均方根归一化，各非负分量幅值具有可比较尺度。

本文 PINN 为逐图优化方法，而非固定网络直接推理。开发与验证数据仅用于确定网络宽度、损失权重和优化步数等全局配置；独立测试时，每幅图像重新初始化并在不读取该图背景真值的条件下优化。后文将这一固定权重联合优化方案称为原始 PINN。

D. 分阶段梯度协调 PINN (SGC-PINN)

针对原始固定权重联合优化中数据梯度与物理梯度可能存在的尺度差异和方向冲突[16]，本文采用三阶段 SGC-PINN。其坐标 MLP、屏蔽泊松残差和观测驱动的有效强迫模板族与原始 PINN 相同，主要改变强迫识别及物理信息介入网络优化的时机。

第一阶段仅以观测数据一致性优化坐标 MLP，建立数据驱动连续背景初始状态，不读取背景真值。

第二阶段冻结 B_0 以及由观测确定的中心位置、尺度、轴比和旋转角等空间模板参数，在抽样坐标上计算 $Q_0 = \alpha B_0 - \nabla^2 B_0$ ，再以固定分量模板为基，通过非负最小二乘拟合各分量幅值，使有效强迫 S 近似表示 Q_0 。固定模板下的幅值估计属于非负最小二乘问题，采用经典 NNLS 约束求解[20]。该步骤只利用第一阶段网络输出及观测确定的空间模板参数，不读取背景真值；完成后有效强迫项的空间模板参数与分量幅值全部固定。

第三阶段以第一阶段得到的网络状态为起点，对背景网络进行梯度协调优化。对每个坐标批次分别计算数据损失和物理损失关于网络参数的梯度：

$$g_{\text{data}} = \nabla_{\theta} L_{\text{data}}, g_{\text{phys}} = \nabla_{\theta} L_{\text{phys}}$$

若数据梯度非零且两类梯度内积为负，则从物理梯度中去除与数据梯度直接冲突的分量；该投影思想与 PCGrad 相近[21]。

$$c = \min \left(\frac{g_{\text{data}}^{\top} g_{\text{phys}}}{\|g_{\text{data}}\|_2^2}, 0 \right), g_{\text{phys}}^{\text{used}} = g_{\text{phys}} - c g_{\text{data}}$$

随后对实际使用的物理梯度进行尺度平衡。式中， $\rho > 0$ 为目标梯度尺度比， $\lambda_{\text{max}} > 0$ 为物理梯度有效权重上限；协调后物理梯度为零时不施加物理更新，否则限制其相对于数据梯度的作用强度，以缓解多损失训练中的梯度尺度失衡[16]。

$$\lambda_{\text{eff}} = \text{clip} \left(\rho \frac{\|g_{\text{data}}\|_2}{\|g_{\text{phys}}^{\text{used}}\|_2}, 0, \lambda_{\text{max}} \right)$$

有效物理权重再乘以由 0 逐步增至 1 的过渡因子。第二阶段后强迫参数固定，第三阶段仅更新背景网络；具体步数、尺度目标、权重上限和过渡长度见 III-H，整体关系见图 2。

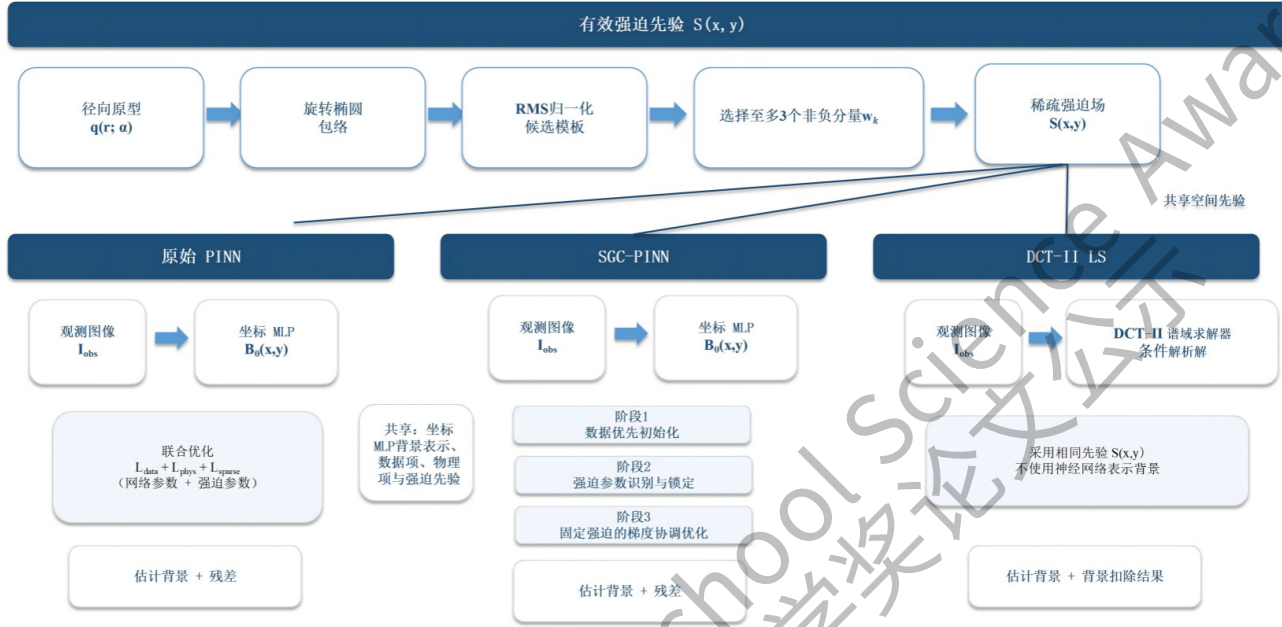


图 2 物理启发有效强迫构造及原始 PINN / SGC-PINN 求解流程

E. 共享核心空间约束的余弦域最小二乘求解

为区分“屏蔽泊松型空间先验本身的作用”和“是否使用神经网络表示”的影响，本文另外构造余弦域最小二乘方法。该方法与 PINN 共享固定 α 、有效强迫模板族、最多三个分量以及观测驱动候选中心规则，但不复制 PINN 的连续坐标网络、自动微分或边界处理。其背景直接表示为图像像素中心上的离散二维场。对于宽 W 、高 H 的图像，归一化像素中心坐标写为：

$$\begin{aligned} x_j &= -1 + \left(j + \frac{1}{2}\right) h_x, h_x = \frac{2}{W} \\ y_i &= -1 + \left(i + \frac{1}{2}\right) h_y, h_y = \frac{2}{H} \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)中，横向索引 $j=0, \dots, W-1$ ，纵向索引 $i=0, \dots, H-1$ ， $h_x=2/W$ 与 $h_y=2/H$ 为归一化像素中心间距。有限视场外缺少可靠背景观测，因此离散求解器不采用周期拼接或零值边界，而使用零法向导数条件：

$$\left. \frac{\partial B}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0 \quad (15)$$

在这一像素中心离散和式(15)的边界条件下，记五点差分拉普拉斯算子为 Δ_h ，并定义离散屏蔽算子 $L_\alpha = \Delta_h - \alpha I$ ，其中单位算子维数等于整幅图像的像素总数。式(16)中的背景、观测与有效强迫均按全部像素中心采样并向量化； λ_{LS} 为物理残差权重， λ_{sp} 为强迫分量稀疏权重。对式(10c)中的非负分量幅值，DCT-II LS 实际优化目标为：

$$J(B, w) = \frac{1}{N} \|B - I_{obs}\|_2^2 + \frac{\lambda_{LS}}{N} \|L_\alpha B + S(w)\|_2^2 + \frac{\lambda_{sp}}{K} \sum_{k=1}^K w_k, w_k \geq 0 \quad (16)$$

在有效强迫项已确定时，正交 DCT-II 保持欧氏内积，式(16)中关于背景场的二次子问题可分解为各余弦模态相互独立的一维二次问题；离散屏蔽算子在二维余弦基下的特征值为：

$$\ell_{v,u} = -\frac{4}{h_y^2} \sin^2\left(\frac{\pi v}{2H}\right) - \frac{4}{h_x^2} \sin^2\left(\frac{\pi u}{2W}\right) - \alpha \quad (17)$$

式(17)中，横、纵方向余弦模态分别由索引 u, v 表示，相应特征值由式(17)给出。记观测、有效强迫与背景的正交 DCT-II 系数分别为 $\tilde{I}_{v,u}, \tilde{S}_{v,u}, \tilde{B}_{v,u}$ 。因此，每个余弦模态的条件背景解为：

$$\tilde{B}_{v,u} = \frac{\tilde{I}_{v,u} - \lambda_{LS} \ell_{v,u} \tilde{S}_{v,u}}{1 + \lambda_{LS} \ell_{v,u}^2} \quad (18)$$

因此，在有效强迫项已给定时，无需对背景场进行迭代优化。正交 DCT-II 与 Parseval 等价关系使式(16)中关于背景场的二范数项可在谱域按模态计算，从而简化目标求值。进一步地，在各候选分量的中心位置、尺度、轴比和旋转角固定时，至多三个非负分量幅值采用剖面化求解：枚举全部候选活动集合（最多 8 个），在每个活动集合内求解相应的非负低维二次问题，并以包含强迫分量稀疏项的完整式(16)选择最小目标。上述空间模板参数再通过有界分块坐标搜索作外层更新。实现中相对幅值 0.05 的阈值仅用于事后统计“有效分量数”，不参与式(16)的优化。

原始 PINN、SGC-PINN 与 DCT-II LS 共享屏蔽泊松型核心空间约束和低维有效强迫表示。前两者使用连续坐标神经表示，差别主要在强迫识别、物理介入时机和梯度协调；DCT-II LS 则采用像素中心离散、零法向导数边界和显式谱域求解。因此这些对照可分别考察核心先验、数值表示与物理介入策略的影响。

III. 实验设计与评价方案

A. Stage-A 标准半合成数据、分组划分与实验条件

Stage-A 使用 5 个相机实拍参考星场作为独立分组，基础 ID 依次为 clean_single_001、clean_single_002、clean_single_003、clean_stack_001 和 clean_stack_002；图像统一进行 2 倍下采样并保留完整视场。叠加人工污染前，每个星场仅执行一次与待比较方法无关的原生低频背景估计与扣除，得到半合成参考目标；之后不再进行科学裁剪或乘性重标定。

人工光污染背景由独立生成器产生，包括单源径向、单源偏心和多源叠加三类形态。生成坐标与方法部分一致，均使用二维归一化图像坐标；原始形状采用以下指数型生成式。该生成器与本文待评价的屏蔽泊松有效强迫模型不同，以避免使用同构背景产生器评价同构求解器。

$$G_{\text{rad}} = \exp\left(-\frac{\sqrt{(x-c_x)^2 + (y-c_y)^2}}{s}\right)$$

$$G_{\text{ecc}} = \exp\left(-\sqrt{\left(\frac{x'}{s}\right)^2 + \left(\frac{y'}{sq}\right)^2}\right)$$

$$G_{\text{multi}} = a_1 G_1 + a_2 G_2$$

其中单源中心满足 $c_x \sim U(-0.55, 0.55)$, $c_y \sim U(0.30, 0.82)$ ；偏心分量的轴比 $q \sim U(0.45, 0.72)$ ，旋转角在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 内均匀采样。多源场景的左右两个中心横坐标分别位于 $[-0.72, -0.08]$ 与 $[0.08, 0.72]$ ，纵坐标位于 $[0.28, 0.82]$ ；两分量权重服从 $\text{Dirichlet}(2,2)$ ，各自尺度相对基准尺度的倍率取值为 $[0.78, 1.08]$ 。每个组合形状最终按峰值归一化到目标污染强度。

低、高污染等级的目标峰值分别为 0.10 和 0.20，对应基准尺度 0.55 和 0.85。全局生成种子固定为 20260728；每个“参考星场×背景类型”组合均由全局种子与场景标识确定唯一且可重复的随机参数，因此同一组合的低、高污染等级共享中心位置、轴比、旋转角和多源权重，只改变污染强度与尺度。Stage-A 按式(3)逐像素相加，不额外加入高斯、泊松或混合噪声，也不再次裁剪或归一化。

数据在生成半合成变体前按参考星场固定为 3/1/1 的开发、验证和独立测试分组：clean_single_003、clean_stack_002 与 clean_stack_001 属于开发组，clean_single_002 为验证组，clean_single_001 为独立测试组；对应 18/6/6 个半合成样本。同一星场派生样本始终保留在同一组。各方法的全局配置仅在非测试数据上确定，其中验证组用于正式参数选择，独立测试组仅在配置锁定后用于最终评价。

每个星场的固定参考星表在人工污染加入前一次性建立，并在该星场全部变体和方法之间保持不变，为匹配测光与固定位置测光提供共同坐标和参考光通量基准。

B. Stage-A 主实验与 PINN 专项验证

Stage-A 主实验比较高斯滤波、DCT-II LS 和原始 PINN 三种基线，并另行对 SGC-PINN 与匹配预算对照进行配对验证。各方法处理完全相同的独立测试输入，共享背景真值、固定参考星表和评价实现；高斯滤波与 DCT-II LS 为确定性方法，原始 PINN 使用 20260728、20260729 和 20260730 三个预设随机种子，测试阶段不依据结果筛选重复运行。

原始 PINN 消融保持网络结构、训练预算、批大小、学习率、屏蔽参数和中心初始化规则不变，仅改变物理项与有效强迫设置：Data-only 同时关闭物理残差和强迫分量稀疏项；

Single-forcing 仅保留一个强迫分量；Multi-forcing with fixed centers 允许最多三个分量但固定中心；Multi-forcing with bounded centers 允许最多三个分量，并在前 1000 步后于归一化半径 0.08 内调整中心，该设置即主实验原始 PINN。前三组对照分别用于考察联合物理机制、强迫表达能力和有限中心调整的影响；Data-only 与完整模型的差异不能归因于单一损失项。

SGC-PINN 的配置在独立测试前依据非测试数据上的优化诊断固定。Stage-A 配对实验比较、匹配预算对照与 SGC-PINN 共享第一阶段网络状态；后续均使用相同 5000 步预算、学习率、批大小和批次顺序。前者仅继续优化数据项，后者先在冻结背景网络时识别强迫幅值，再固定强迫并引入物理正则、梯度尺度协调和冲突梯度投影。

该匹配预算对照与前述 Data-only 消融承担不同任务：前者隔离 SGC-PINN 后续物理机制的影响，后者比较原始联合 PINN 与纯数据坐标网络的总体差异。配对评价固定使用随机种子 20260728，并记录梯度冲突比例与实际梯度尺度作为机制诊断。

C. 频率重叠条件下的 Stage-B 压力测试

Stage-B 用于检验污染背景与真实低频天文结构在空间尺度相近时的分离能力：在参考目标中加入应保留的低频弥散结构，再叠加独立生成的低频污染背景。

Stage-B 构造边缘非对称、多尺度叠加、不规则平滑和保护结构频率重叠四类人工污染背景。边缘非对称场由视场外径向指数衰减亮斑与 Logistic 软地平渐变按 0.75:0.25 组合；外部亮斑中心位于视场外，横向绝对坐标范围为 $[1.15, 1.55]$ ，纵坐标范围为 $[0.25, 1.25]$ ，尺度范围为 $[0.50, 0.82]$ ，软地平项的方向角、偏移和软化尺度分别取 $[-0.8, 0.8]$ rad、 $[-0.35, 0.20]$ 和 $[0.18, 0.30]$ 。多尺度场由宽尺度指数分量与旋转椭圆广义 Cauchy 分量叠加构成，二者尺度范围分别为 $[0.70, 1.05]$ 和 $[0.20, 0.36]$ ，后者轴比取 $[0.45, 0.75]$ ，指数固定为 1.4，其混合权重在 $[0.30, 0.48]$ 内随机采样。

不规则平滑场首先在 5×7 随机控制网格上生成低分辨率随机场，采用 SciPy `ndimage.zoom` 的三次插值 (`order=3`, `mode="reflect"`, `prefilter=True`) 扩展至目标尺寸，并通过 `ndimage.gaussian_filter` 进行高斯滤波 (`mode="reflect"`)，滤波尺度设为图像短边的 0.035；所得平滑随机场再与随机方向线性渐变按 0.72:0.28 组合。保护结构频率重叠场进一步将该不规则低频场与独立生成的视场外指数亮斑按 0.58:0.42 组合。四类组合场生成后均先平移至非负范围并按峰值归一化，再分别缩放至 0.10 和 0.20 的低、高污染等级。同一“参考星场×场景类型”组合的低、高污染样本共享相同的空间配置，仅改变污染幅值。

为检验污染背景与真实低频天文结构发生尺度重叠时的分离能力，每个 Stage-B 样本进一步加入一条弯曲弥散脊和一个宽弥散结，作为应由背景估计方法保留的低频扩展结构。归一化横、纵坐标均取 $[-1, 1]$ ，弥散脊中心线定义为：

$$y_c(x) = y_0 + mx + c(x^2 - 0.35) + a_w \sin(\pi(x+1) + \varphi) \quad (19)$$

式(19)中，中心线截距、线性斜率、二次曲率系数、正弦波纹幅值和相位分别在 $[-0.30, 0.25]$ 、 $[-0.28, 0.28]$ 、 $[-0.20, 0.20]$ 、 $[0.08, 0.18]$ 和 $[-\pi, \pi]$ 内采样。二维弥散脊采用以该中心线为中心的高斯横向剖面，并沿水平方向施加四次幂指数渐隐包络；脊宽度通常取 $[0.12, 0.22]$ ，在保护结构频率重叠场景中放宽至 $[0.16, 0.26]$ ，渐隐包络中心和尺度分别取 $[-0.35, 0.35]$ 和 $[0.75, 1.05]$ 。宽弥散结采用轴比为 0.75、指数为 1.6 的椭圆广义 Cauchy 轮廓，其中心横、纵坐标分别位于 $[-0.55, 0.55]$ 和 $[-0.45, 0.45]$ ，尺度范围为 $[0.28, 0.48]$ 。

弥散脊与宽弥散结按 0.75:0.25 组合并进行峰值归一化，边缘非对称、多尺度叠加、不规则平滑和保护结构频率重叠四类场景的保护结构峰值依次设为 0.025、0.030、0.030 和 0.055。Stage-B 全局生成种子固定为 20260909；每个“参考星场×场景类型”组合均对应唯一且可重复的随机参数，同一组合的低、高污染等级共享完全相同的保护结构。

Stage-B 沿用 Stage-A 的 5 个参考星场及固定 3/1/1 分组，每个星场生成 4 类场景×2 个污染等级，共 40 个样本（24/8/8）。参考星坐标在加入保护结构前由背景展平参考图一次性确定，参考孔径光通量则在加入保护结构后的干净目标上测量。由此，固定位置相对光通量误差表征预定义星位处局部孔径信号的整体保真度；当低频弥散结构进入测光孔径时，其贡献包含在参考通量中。该指标不用于单独表征孤立恒星 PSF 的纯点源测光误差；纯点源测光性能主要通过 Stage-A 与 CV5 评价。

各基线沿用 Stage-A 的候选参数空间和训练预算，并在 Stage-B 非测试数据上独立完成配置选择；测试组仅在配置锁定后用于评价。SGC-PINN 不在 Stage-B 重新调节梯度协调参数，而沿用预先确定的配置，并与相同后续预算的匹配预算对照进行配对评价。

除 Stage-A 指标外，Stage-B 进一步报告最暗三分之一参考恒星的召回率、保护区域 MAE、保护结构投影比及其绝对误差。

D. 五轮参考星场分组交叉评估

五轮交叉评估按参考星场分组，预先固定循环序列为 `clean_single_001` → `clean_single_002` → `clean_stack_001` → `clean_single_003` → `clean_stack_002`。每一折以当前星场为测试组、序列中的下一星场为验证组，其余三个为开发组；因此每个星场恰好一次作为测试组、一次作为验证组。第 1 折与 Stage-A 标准 3/1/1 划分完全一致，所有半合成变体始终随所属参考星场整体移动。

每一折均只利用该折非测试参考星场完成相应的基线配置选择，测试星场不参与超参数确定。SGC-PINN 使用五折评价之前预先固定的配置，不按折重新调节梯度协调参数，只在各折测试星场上与共享第一阶段状态和后续优化预算的匹配预算对照进行配对评价。该交叉评估不重复原始 PINN 消融，也不包含真实图像定性验证，其目的仅是检验 Stage-A 主要排序特征及 SGC-PINN 配对趋势对参考星场轮换的稳定性。

因此，各折测试数据在底层实拍参考图像层面均与本折开发和验证数据隔离。

E. 评价指标与天文信号保真度量

本文不构造单一综合评分，而分别评价背景恢复、点源信号保真和低频弥散结构保护，具体评价指标与评价方向见表 I。

表 I 评价指标及评价方向

类别	正式指标	评价方向与说明
背景恢复	背景 MAE	越低越好
背景恢复	背景 RMSE	越低越好；对较大误差更敏感
背景恢复	背景 PSNR	越高越好；数据范围固定为 1
背景结构	背景 SSIM	越高越好
校正结果结构	残差 SSIM	越高越好；比较恢复图像结构保真
恒星检测	恒星 F1	越高越好
恒星测光	匹配恒星平均相对光通量误差	越低越好
固定位置测光	固定参考位置平均相对光通量误差	越低越好；不要求重新检测成功
固定位置测光	固定参考位置 P95 相对光通量误差	越低越好；反映误差尾部
弱星保持	弱星召回率	越高越好；参考星表最暗 1/3
弥散结构保护	保护区域 MAE	越低越好
弥散结构保护	保护结构投影比	理想值为 1；按与 1 的距离比较
弥散结构保护	投影绝对误差	越低越好

Stage-A 与 Stage-B 共同报告背景 MAE、RMSE、PSNR、背景 SSIM 和残差 SSIM。

设总像素数为 N ，逐像素背景误差按式(20)计算，则 MAE 与 RMSE 定义为：

$$\text{MAE}_B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{B}_i - B_{\text{true},i}|, \text{RMSE}_B = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{B}_i - B_{\text{true},i})^2} \quad (20)$$

式(20)中， $\hat{B}_i$ 与 $B_{\text{true},i}$ 分别为第 i 个像素的背景估计值与人工背景真值， N 为整幅图像的像素数。令 $\text{MSE}_B = N^{-1} \sum_{i=1}^N (\hat{B}_i - B_{\text{true},i})^2 = \text{RMSE}_B^2$ 。背景 PSNR 采用统一强度范围，峰值固

定为 $I_{\text{max}}=1$ ：

$$\text{PSNR}_B = 10 \log_{10} \left(\frac{I_{\max}^2}{\text{MSE}_B} \right), I_{\max} = 1 \quad (21)$$

式(21)中的峰值 1 对应初始读取阶段采用的固定满量程参考尺度，不按每幅处理后数组的实际最大值重新设定；因此后续科学数组出现负值或超过 1 时，PSNR 仍使用同一参考尺度计算。

背景 SSIM 与残差 SSIM 均采用标准结构相似度定义[23]：

$$\text{SSIM}(X, Y) = \frac{(2\mu_X\mu_Y + C_1)(2\sigma_{XY} + C_2)}{(\mu_X^2 + \mu_Y^2 + C_1)(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + C_2)} \quad (22)$$

式(22)中， μ_X 、 μ_Y 为两幅图像的局部均值， σ_X^2 、 σ_Y^2 为局部方差， σ_{XY} 为局部协方差， C_1 、 C_2 为标准 SSIM 中避免分母退化的稳定常数[23]。

为统一 Stage-A 与 Stage-B 的记号，记不含人工污染背景的目标图像为 I_{clean} ：Stage-A 中 $I_{\text{clean}} = I_{\text{ref}}$ ，Stage-B 中 $I_{\text{clean}} = I_{\text{base}} + P$ 。定义背景扣除结果 $\hat{I}_{\text{clean}} = I_{\text{obs}} - \hat{B}$ 。由严格加性观测关系可得：

$$\hat{I}_{\text{clean}} - I_{\text{clean}} = B_{\text{true}} - \hat{B} \quad (23)$$

由于半合成观测满足严格加性关系，残差 MAE、RMSE 和 PSNR 与对应背景误差代数等价，故不重复报告；残差 SSIM 仍保留以反映结构差异。

点源评价首先使用恒星 F1 衡量预测星表与固定参考星表之间的检测一致性。若 TP、FP 和 FN 分别表示真阳性、假阳性和假阴性，则精确率和召回率分别记为 p_{det} 和 r_{det} ，F1 定义为：

$$p_{\text{det}} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}}, r_{\text{det}} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}, F_1 = \frac{2 p_{\text{det}} r_{\text{det}}}{p_{\text{det}} + r_{\text{det}}} \quad (24)$$

在预测图与参考图的相同固定位置使用相同孔径进行测光。记 F_i^{pred} 为第 i 颗参考恒星在背景扣除结果中的孔径光通量， F_i^{ref} 为其在对应参考目标中的孔径光通量，则相对光通量误差定义为[24]：

$$e_i = \frac{|F_i^{\text{pred}} - F_i^{\text{ref}}|}{|F_i^{\text{ref}}|} \quad (25)$$

记 M_{ref} 为该星场预先冻结的全部参考恒星索引集合， $M_{\text{match}} \subseteq M_{\text{ref}}$ 为在背景扣除结果中被重新检测并与参考星表成功匹配的参考恒星索引集合， $|M|$ 表示集合 M 的元素数， $Q_{0.95}(\cdot)$ 表示样本的 95% 分位数算子。为避免检测失败的弱星从统计中消失，除匹配星统计外，还在 M_{ref} 的全部固定位置执行孔径测光，并定义：

$$\dot{e}_{\text{match}} = \frac{1}{|M_{\text{match}}|} \sum_{i \in M_{\text{match}}} e_i, \dot{e}_{\text{fixed}} = \frac{1}{|M_{\text{ref}}|} \sum_{i \in M_{\text{ref}}} e_i, e_{\text{fixed},95} = Q_{0.95}(\{e_i : i \in M_{\text{ref}}\}) \quad (26)$$

式(26)中的 $\dot{e}_{\text{match}}$ 、 $\dot{e}_{\text{fixed}}$ 与 $e_{\text{fixed},95}$ 分别表示匹配恒星平均相对光通量误差、全部固定参考位置平均相对光通量误差和固定参考位置 P95 相对光通量误差。

Stage-B 进一步报告弱星召回率。记 $M_{\text{faint}} \subseteq M_{\text{ref}}$ 为按照参考光通量 F_i^{ref} 由暗到亮排序后预先取出的最暗三分之一参考恒星索引集合， $N_{\text{det},\text{faint}}$ 为 M_{faint} 中在背景扣除结果里被成功检测并匹配的恒星数，则：

$$r_{\text{faint}} = \frac{N_{\text{det},\text{faint}}}{|M_{\text{faint}}|} \quad (27)$$

因此，式(27)的分母 $|M_{\text{faint}}|$ 是预先固定的弱星总数，分子 $N_{\text{det},\text{faint}}$ 是其中重新检测并成功匹配的数量。

对已知保护结构 P ，记 P_i 为其第 i 个像素的取值；定义恢复后的低频保护结构 $\hat{P} = \hat{I}_{\text{clean}} - I_{\text{base}}$ ，并记 $\hat{P}_i$ 为其第 i 个像素的取值。以 P 峰值的 25% 定义保护区域 M ，并在该区域计算保护区域 MAE：

$$M = \{i : P_i \geq 0.25 \max(P)\}, E_{\text{region}} = \frac{1}{|M|} \sum_{i \in M} |\hat{P}_i - P_i| \quad (28)$$

上述 $\hat{P}$ 的定义写为：

$$\hat{P} = \hat{I}_{\text{clean}} - I_{\text{base}} \quad (29)$$

式(28)中， $M = \{i : P_i \geq 0.25 \max(P)\}$ ， $|M|$ 为保护区域的像素数； E_{region} 比较 $\hat{P}$ 与 P 在该区域内的逐像素绝对误差。式(29)中的 I_{base} 是未加入保护结构的基础参考图，因此 $\hat{P}$ 表示从背景扣除结果中恢复出的低频结构。

为了描述保护结构在背景扣除结果中的保留程度，定义保护结构投影比及其绝对误差为：

$$r_{\text{proj}} = \frac{\langle \hat{P}, P \rangle}{\langle P, P \rangle}, E_{\text{proj}} = |r_{\text{proj}} - 1| \quad (30)$$

式(30)中，定义离散图像内积 $\langle A, B \rangle = \sum_i A_i B_i$ ；因此分子 $\langle \hat{P}, P \rangle$ 衡量恢复结构在真实结构方向上的投影，分母 $\langle P, P \rangle$ 用真实结构能量归一化。 r_{proj} 的理想值为 1， $E_{\text{proj}} = |r_{\text{proj}} - 1|$ 衡量其偏离理想值的程度。

保护结构投影比理想值为 1；接近 0 表示沿已知结构方向保留幅度很弱，超过 1 表示该方向被放大。因此本文以投影绝对误差衡量其偏离 1 的程度。Stage-B 由此增加弱星召回率、保护区域 MAE、投影比和投影绝对误差四项专用指标。

SGC-PINN 第三阶段还记录梯度冲突比例。对第 t 个更新步，定义 $g_{data}^{(t)} = \nabla_{\theta} L_{data}^{(t)}$ 、 $g_{phys}^{(t)} = \nabla_{\theta} L_{phys}^{(t)}$ ；记 $1[\cdot]$ 为指示函数，括号内条件成立时取 1，否则取 0。若共记录 T 个更新步，则：

$$f_{\text{conflict}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1\left[\left(g_{data}^{(t)}\right)^{\top} g_{phys}^{(t)} < 0\right] \quad (31)$$

式(31)中，当 $\left(g_{data}^{(t)}\right)^{\top} g_{phys}^{(t)} < 0$ 时记为一次梯度方向冲突； f_{conflict} 即发生冲突的更新步占全部 T 个记录步的比例。该量只用于机制诊断，不参与方法性能排名。

F. 真实高光污染图像定性验证

E4 使用冻结的 16 幅真实高光污染图像，用于检查受控半合成实验中观察到的方法差异能否在实际复杂背景中获得定性对应。所有图像统一灰度读取、2 倍下采样并保留完整视场，同一单通道观测数组分别输入高斯滤波、DCT-II LS、原始 PINN 和 SGC-PINN；四种方法均使用 Stage-A 锁定后的正式配置，真实图像不参与再调参。

由于缺少可靠背景真值，E4 不报告真值恢复误差，也不依据无真值标量建立方法排名。各方法保存未裁剪、未重新归一化的浮点观测、背景估计和背景扣除结果；显示时观测图独立采用 1% 至 99.5% 稳健范围，四种背景估计共享一组范围，四种背景扣除结果共享另一组范围，显示裁剪不改变科学数组。方法对比图统一采用两行五列布局。

G. 优化路径依赖的补充机制实验

为检验 Stage-B 中低频结构保留差异是否与物理先验进入优化的阶段及后续路径约束有关，本文设置补充机制实验。该实验仅使用验证数据，固定随机种子 20260729，不用于主要方法的性能排名；正文只报告与低频结构可辨识性直接相关的 Stage-B 结果。

实验首先构造两类具有相同网络结构和 20000 步预算的初始化。数据优先初始化与 SGC-PINN 第一阶段一致，仅优化数据目标；物理优先初始化同时使用鲁棒数据项、屏蔽泊松残差与强迫分量稀疏项。鲁棒数据项直接采用 PyTorch 的 `torch.nn.SmoothL1Loss` (`beta=0.02`, `reduction="mean"`)，作用于背景网络预测与对应观测样本；该损失在小残差区间采用二次惩罚，在较大残差区间转为近似线性惩罚，以减弱亮星和局部异常响应对初始化阶段数据项的支配。物理损失与强迫分量稀疏损失沿用式(13)。物理优先初始化目标为：

$$L_{\text{init}} = 0.10 L_{\text{robust-data}} + 1.0 L_{\text{phys}} + 0.001 L_{\text{sparse}} \quad (32)$$

式(32)中三项损失从左至右分别为鲁棒观测一致性项、屏蔽泊松残差和强迫分量稀疏项，对应权重固定为 0.10、1.0 和 0.001；这些权重仅用于机制实验，不进行参数扫描，也不根据验证结果筛选。对于 V0A 与 V2，记 B_{init} 为各自初始化结束后冻结保存的背景输出，锚定项与后续主目标定义为：

$$L_{\text{anchor}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(B_{\theta}(x_i, y_i) - B_{\text{init}}(x_i, y_i) \right)^2, L_{\text{pri}} = L_{\text{data}} + \lambda_{\text{anchor}} L_{\text{anchor}}, \lambda_{\text{anchor}} = 0.25 \quad (33)$$

式(33)中的初始化参考背景仅作为固定目标使用，不参与反向传播；V0A 锚定到数据优先初始化，V2 锚定到物理优先初始化。两条路径均以式(33)定义的数据—锚定组合目标计算主梯度，再与物理梯度执行与 SGC-PINN 相同的冲突投影、尺度平衡和渐入调度。

V3 保持数据优先初始化且不使用锚定；与标准协调路径不同，它的主梯度与物理梯度方向冲突时不完全投影掉冲突分量，而是限制物理梯度的最大可用权重。记标准尺度平衡权重、主梯度和物理梯度分别为 $\lambda_{\text{bal}}, g_{\text{pri}}, g_{\text{phys}}$ ；当主梯度与物理梯度内积为负时取

$$\lambda_{\text{use}} = \min \left(\lambda_{\text{bal}}, \frac{\eta \|g_{\text{pri}}\|_2^2}{-\langle g_{\text{pri}}, g_{\text{phys}} \rangle} \right), \eta = 0.20, g_{\text{use}} = g_{\text{pri}} + \lambda_{\text{use}} g_{\text{phys}} \quad (34)$$

若两梯度不冲突，则直接采用标准尺度平衡权重。式(34)的冲突上限保证主梯度与最终更新方向的内积至少保留主梯度平方范数的 80%，即至多允许 20% 的主目标下降余量被冲突物理梯度消耗；该规则只用于 V3 的路径机制对照。

在两类初始化之后，五条固定路径用于回答不同的机制问题。V0 采用数据优先初始化后执行标准梯度协调优化，作为参考路径；V1 仅把初始状态改为物理优先，用于隔离早期结构分配的影响。V0A 在 V0 的后续优化中加入锚定到其自身数据优先初始背景的软约束，用于判断“锚定”本身是否造成结构保持；V2 在物理优先初始化后施加相同形式与权重的软锚定，用于检验对早期物理优先结构分配的保持作用。V3 保持数据优先初始化，但在后续阶段允许受限比例的冲突物理梯度参与更新，用于考察数据优先分解形成后增强物理作用能否改变最终结构归属。

为使上述比较只改变目标机制，V0、V0A 与 V3 共享完全相同的数据优先初始化和固定空间模板参数下的强迫分量拟合；V1 与 V2 共享同一物理优先初始化，并在固定空间模板参数下重新估计强迫分量幅值。五条路径的后续优化预算均为 5000 步，并使用相同的批次采样随机种子。V0A 与 V2 的锚定权重均为 0.25；V3 的冲突梯度保留比例固定为 0.20。该实验不进行参数扫描，也不根据验证结果筛选最优路径。

H. 实现细节与可复现性

数据预处理与参考星表

输入图像在读取阶段先转换到统一线性强度参考尺度：整数栅格按其数据类型满量程缩放，RGB 输入按 Rec.709 权重转为灰度，并在初始读取阶段限制到 $[0, 1]$ 。参考相机图像随后统一 2 倍下采样。原生低频背景使用 Photutils Background2D: MedianBackground、 3σ 剔除（最多 5 次），网格边长取短边 1/16 并限制在 $[64, 256]$ 像素，滤波窗 3×3 。该背景仅在半合成构造前扣除一次；此后不再对科学数组进行裁剪或再次归一化，因此参考目标与半

合成观测可出现负值，叠加人工污染后也可能超过 1。Stage-A 固定参考星表在该结果上建立。

方法选择与重复策略

Stage-A 中，高斯滤波在归一化频率尺度 $\{0.02, 0.04, 0.08, 0.16\}$ 中按验证集背景 MSE 选择；DCT-II LS 依次选择正则系数与强迫分量稀疏权重；原始 PINN 按预定顺序选择网络宽度、物理权重、强迫分量稀疏权重和训练步数，主要判据依次为背景 MAE、残差 SSIM、测光误差和参数量。Stage-B 在相同候选空间和训练预算下独立重复上述选择过程。

Stage-A 中，高斯滤波和 DCT-II LS 各汇总 6 个确定性测试结果，原始 PINN 汇总 6 个测试样本 $\times$ 3 个预设种子；Stage-B 对应 8 个确定性结果或 8×3 个随机运行结果。SGC-PINN 的配对评价固定使用随机种子 20260728，Stage-A 和 Stage-B 分别形成 6 对和 8 对配对结果。E4 的 16 幅真实图像复用锁定配置，原始 PINN 与 SGC-PINN 使用各自预先声明的首个测试种子，不再执行验证选择。

高斯滤波与 DCT-II LS

高斯滤波最终采用归一化频域尺度 0.02。DCT-II LS 固定屏蔽参数 0.5、正则系数 0.001、强迫分量稀疏系数 0.0001，最多使用 3 个强迫分量；采用正交 DCT-II、零法向导数边界与 $[-1, 1]$ 像素中心坐标。有效强迫分量的尺度范围为 $[0.05, 0.55]$ ，旋转角范围为 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ，最小中心距离为 0.30，中心调整半径为 0.08，RMS 标准网格为 64×64 。在中心位置、尺度、轴比和旋转角固定时，非负分量幅值利用至多 3 个候选分量的低维结构通过有限活动集合求解；这些空间模板参数采用有界分块坐标搜索进行外层更新。

原始 PINN 的坐标网络遵循 PINN 框架[13]。Stage-A/Stage-B 隐藏层分别为 $[256, 64]/[256, 128]$ ，物理权重均为 0.4，强迫分量稀疏权重为 0.001/0.01，训练 18000/10000 步；批大小均为 8192，网络与强迫参数学习率均为 10^{-3} ，屏蔽参数固定为 0.5，候选中心前 1000 步保持固定，最多使用 3 个强迫分量。

SGC-PINN 第一阶段使用 $[256, 64]$ 网络，仅优化数据项 20000 步（批大小 8192，学习率 10^{-3} ）；第二阶段冻结网络与空间模板参数，在不超过 32768 个位置上以 80%/20% 划分完成 NNLS 幅值估计与诊断；第三阶段固定强迫并训练 5000 步，学习率 2×10^{-4} ， $\rho=0.10$ ，物理权重上限 0.02，2000 步渐入，并采用冲突梯度投影。匹配预算对照共享第一阶段状态和第三阶段批次数列。

恒星检测使用未裁剪科学残差图，阈值 0.03，DAOSTarFinder FWHM 3 像素、最多 2000 个检测[25]；匹配半径 3 像素。孔径半径 4.5 像素，局部背景环为 $[6, 8]$ 像素[24]，相关实现依托 Photutils[26]。PSNR/SSIM 数据范围固定为 1；Stage-B 弱星集合固定为参考星表最暗三分之一，保护区域阈值为结构峰值 25%。

IV. 实验结果与分析

A. Stage-A 标准半合成主实验

Stage-A 中，高斯滤波取得最低背景 MAE/RMSE 和最高 PSNR、残差 SSIM，DCT-II LS 的背景 SSIM 最高（见表 II(a)）。点源方面，DCT-II LS 的匹配星平均误差、固定位置平均误差和 P95 分别为 0.98%、0.95% 和 3.56%；原始 PINN 固定位置平均误差为 1.22%，高斯滤波为 5.14%（见表 II(b)）。固定位置测光使用统一参考星集合，不受处理后重新检测数量变化的影响；代表性样本见图 3。

表 II(a) Stage-A 背景恢复结果

方法	背景 MAE↓	背景 RMSE↓	背景 PSNR↑	背景 SSIM↑	残差 SSIM↑
高斯滤波	0.000716	0.001254	58.04	0.9972	0.9876
DCT-II LS	0.001685	0.002851	51.11	0.9983	0.9532
原始 PINN	0.002740	0.004546	47.24	0.9946	0.9077

表 II(b) Stage-A 点源保真结果

方法	恒星 F1↑	匹配星平均误差 ↓	固定位置平均误差 ↓	固定位置 P95↓
高斯滤波	1.000	5.12%	5.14%	9.05%
DCT-II LS	1.000	0.98%	0.95%	3.56%
原始 PINN	1.000	1.23%	1.22%	4.66%

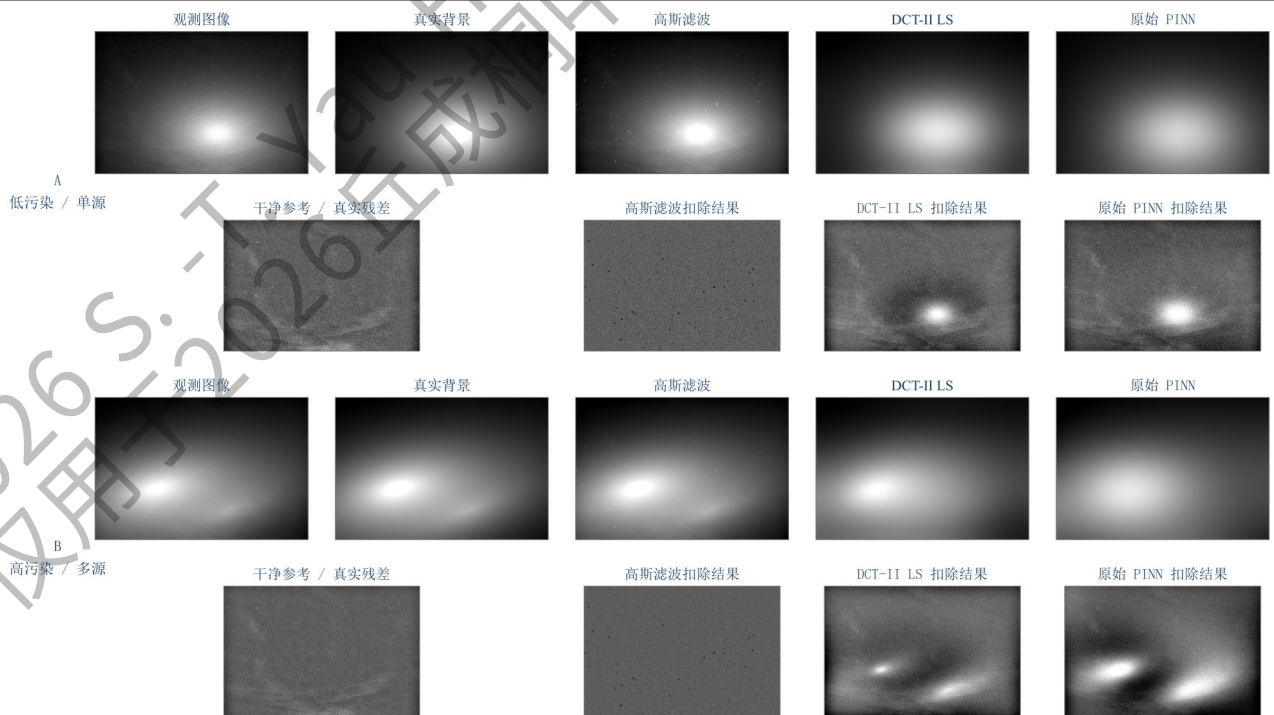


图 3 Stage-A 半合成代表性样本的背景估计与扣除结果

B. 原始 PINN 消融实验

表 III 显示，Data-only 在列出的背景与测光指标上均优于三个含物理约束变体，背景 MAE 为 0.001470、固定位置平均误差约 0.99%；四种变体恒星 F1 均为 1.000。含物理约束的三个变体中，单一强迫表现最弱；扩展为多分量后明显改善，进一步允许有限中心调整又获得小幅提升。该结果说明多分量表达与受限几何自由度能改善物理约束变体，但未改变其相对 Data-only 的总体排序；代表性结果见图 4。

表 III(a) 原始 PINN 消融（背景恢复）

变体	背景 MAE↓	背景 RMSE↓	背景 PSNR↑	背景 SSIM↑	残差 SSIM↑
仅数据项	0.001470	0.002175	53.69	0.9980	0.9635
单一强迫分量	0.005291	0.008268	41.79	0.9853	0.8052
多分量固定中心	0.003052	0.004860	46.73	0.9937	0.8942
多分量有界中心	0.002740	0.004546	47.24	0.9946	0.9077

表 III(b) 原始 PINN 消融（点源测光）

变体	匹配星平均误差↓	固定位置平均误差↓	固定位置 P95↓
仅数据项	1.03%	0.99%	3.23%
单一强迫分量	1.83%	1.76%	6.88%
多分量固定中心	1.30%	1.28%	4.82%
多分量有界中心	1.23%	1.22%	4.66%

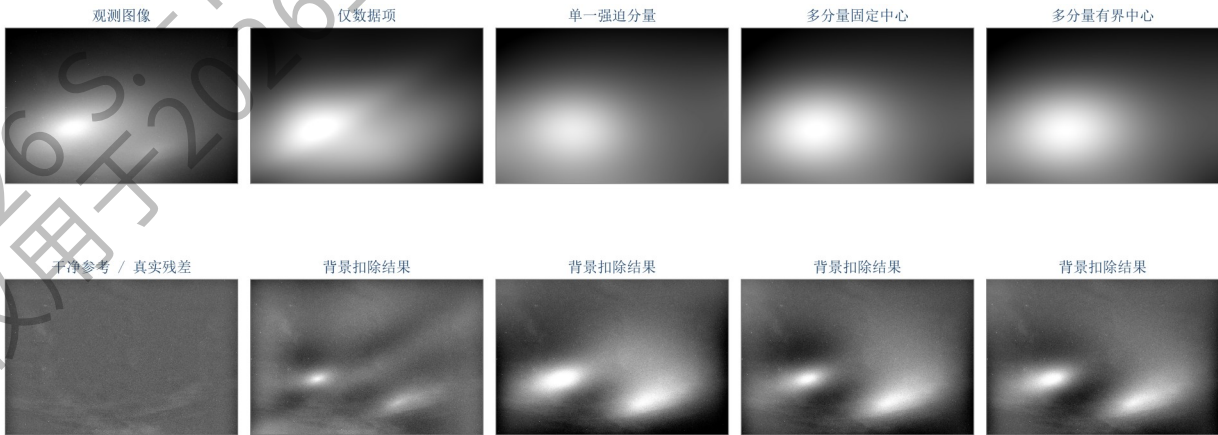


图 4 原始 PINN 消融实验的代表性结果

C. SGC-PINN 配对验证

在六个 Stage-A 测试场景的均值上，SGC-PINN 相对匹配预算对照的背景 MAE 由 0.001244 变为 0.001270，RMSE 由 0.001828 变为 0.002018，PSNR 下降约 0.89 dB，背景 SSIM 略升而残差 SSIM 略降。与此同时，匹配星平均误差、固定位置平均误差和固定位置 P95 分别由约 1.054%、1.019%、3.017% 降至 0.902%、0.861%、2.932%，其中前两项改善最明显（表 IV）。

表 IV(a) SGC-PINN 与匹配预算对照的总体平均结果

指标	匹配预算对照	SGC-PINN
背景 MAE↓	0.001244	0.001270
背景 RMSE↓	0.001828	0.002018
背景 PSNR↑	55.17	54.27
背景 SSIM↑	0.9987	0.9988
残差 SSIM↑	0.9724	0.9702
恒星 F1↑	1.000	1.000
匹配星平均误差 ↓	1.05%	0.90%
固定位置平均误差 ↓	1.02%	0.86%
固定位置 P95↓	3.02%	2.93%

表 IV(b) Stage-A 六个测试场景的背景 MAE 配对结果

背景类型	污染等级	匹配预算对照	SGC-PINN	相对变化
单源径向	低	0.001024	0.001316	+28.56%
单源径向	高	0.001240	0.001216	-1.90%
单源偏心	低	0.000690	0.000675	-2.21%
单源偏心	高	0.000932	0.000878	-5.75%
多源叠加	低	0.001623	0.001614	-0.59%
多源叠加	高	0.001955	0.001922	-1.72%

表 IV(c) Stage-A 六个测试场景的测光误差相对变化

背景类型	污染等级	匹配星均值	固定位置均值	固定位置 P95
单源径向	低	-5.44%	-7.96%	-1.25%
单源径向	高	-15.71%	-16.07%	+1.51%
单源偏心	低	-15.18%	-16.33%	-6.31%
单源偏心	高	-11.61%	-13.26%	-3.70%
多源叠加	低	-4.60%	-5.45%	-7.60%

背景类型	污染等级	匹配星均值	固定位置均值	固定位置 P95
多源叠加	高	-24.69%	-25.09%	-0.65%

注：相对变化以匹配预算对照为基准计算；对误差指标而言，负值表示误差降低。

逐场景结果见表 IV(b)–(c)：匹配星与固定位置平均误差在 6/6 场景均低于对照，固定位置 P95 在 5/6 场景改善；背景 MAE 在 5/6 场景降低，但单源径向低污染场景的恶化幅度更大，故六场景平均值仍上升。三个高污染场景的背景 MAE 及两项平均测光误差均低于对照。

SGC-PINN 第三阶段平均梯度冲突比例约 0.520，协调后物理梯度相对数据梯度的平均实际尺度约 0.0794。总体上，最一致的收益来自点源平均测光误差，背景误差与结构指标则呈现权衡。

D. 五轮参考星场分组交叉评估

五折汇总中，高斯滤波保持三种基线中最低平均背景 MAE，DCT-II LS 的固定位置平均测光误差约 0.51% 最低，原始 PINN 约 0.67%。SGC-PINN 的匹配星与固定位置平均误差在 5/5 折均低于对照，固定位置 P95 在 4/5 折改善，背景 MAE 则为 3 折改善、2 折变差。五折均值上，两项平均测光误差分别由约 0.473%/0.460% 降至 0.432%/0.419%，背景 RMSE 上升约 3.97%（表 V）。

表 V(a) 五轮参考星场分组交叉评估（背景恢复）

基线方法	背景 MAE↓	背景 RMSE↓	背景 PSNR↑	背景 SSIM↑	残差 SSIM↑
高斯滤波	0.001602	0.002852	62.44	0.9696	0.9534
DCT-II LS	0.002309	0.003617	49.58	0.9828	0.9353
原始 PINN	0.003460	0.005353	45.91	0.9899	0.8807
SGC-PINN 配对验证					
匹配预算对照	0.001559	0.002325	54.85	0.9916	0.9645
SGC-PINN	0.001545	0.002417	54.17	0.9921	0.9644

表 V(b) 五轮参考星场分组交叉评估（点源保真）

基线方法	恒星 F1↑	匹配星平均误差 ↓	固定位置平均误差 ↓	固定位置 P95↓
高斯滤波	0.996	4.32%	4.30%	6.64%
DCT-II LS	0.997	0.51%	0.51%	1.96%
原始 PINN	0.997	0.68%	0.67%	2.62%
SGC-PINN 配对验证				
匹配预算对照	0.998	0.47%	0.46%	1.47%

基线方法	恒星 F1↑	匹配星平均误差 ↓	固定位置平均误差 ↓	固定位置 P95↓
SGC-PINN	0.998	0.43%	0.42%	1.38%

表 V(c) SGC-PINN 五折配对结果的折内相对变化

折次	背景 MAE	匹配星均值	固定位置均值	固定位置 P95
第 1 折	+2.10%	-14.36%	-15.44%	-2.81%
第 2 折	+2.78%	-4.91%	-4.42%	-12.18%
第 3 折	-3.99%	-1.36%	-0.71%	+2.33%
第 4 折	-1.51%	-4.31%	-4.24%	-4.19%
第 5 折	-3.53%	-2.76%	-3.14%	-1.49%

注：相对变化以匹配预算对照为基准计算；对误差指标而言，负值表示误差降低。

注：三种基线与 SGC-PINN 配对验证属于不同比较组；表中不跨组建立直接排名。

图 5 用柱状图清晰表现出不同叠加方式对误差的不同改善程度。

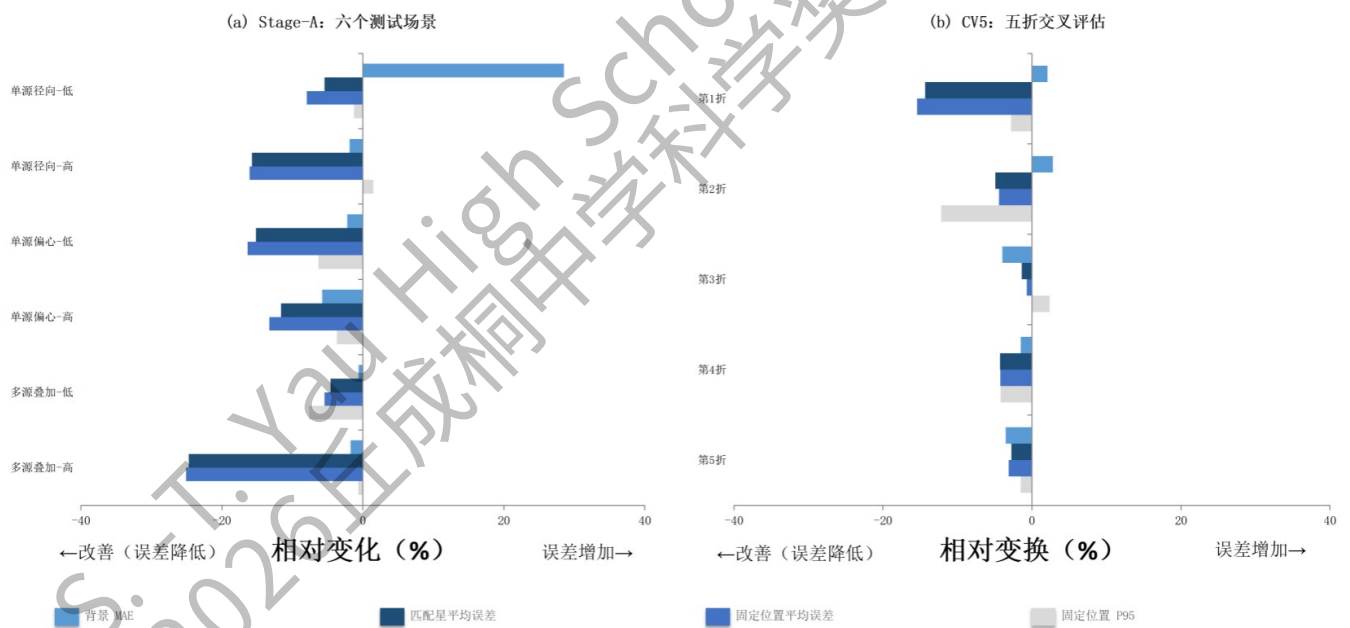


图 5 SGC-PINN 配对改善与五轮交叉评估稳定性

E. Stage-B 频率重叠压力测试

Stage-B 中，高斯滤波的背景 MAE 最低（0.007490），DCT-II LS 的固定位置平均测光误差最低（约 2.50%）；原始 PINN 的保护结构投影比约为 0.566，并取得三种基线中最低

的保护区域 MAE (0.016003) 和投影绝对误差 (0.4441)。SGC-PINN 配对中, 固定位置平均误差由约 2.27% 降至 2.20%, P95 由 8.05% 降至 7.74%, 而保护结构投影比仍接近 0; 代表性结构差异见图 6, 详细数据见表 VI。

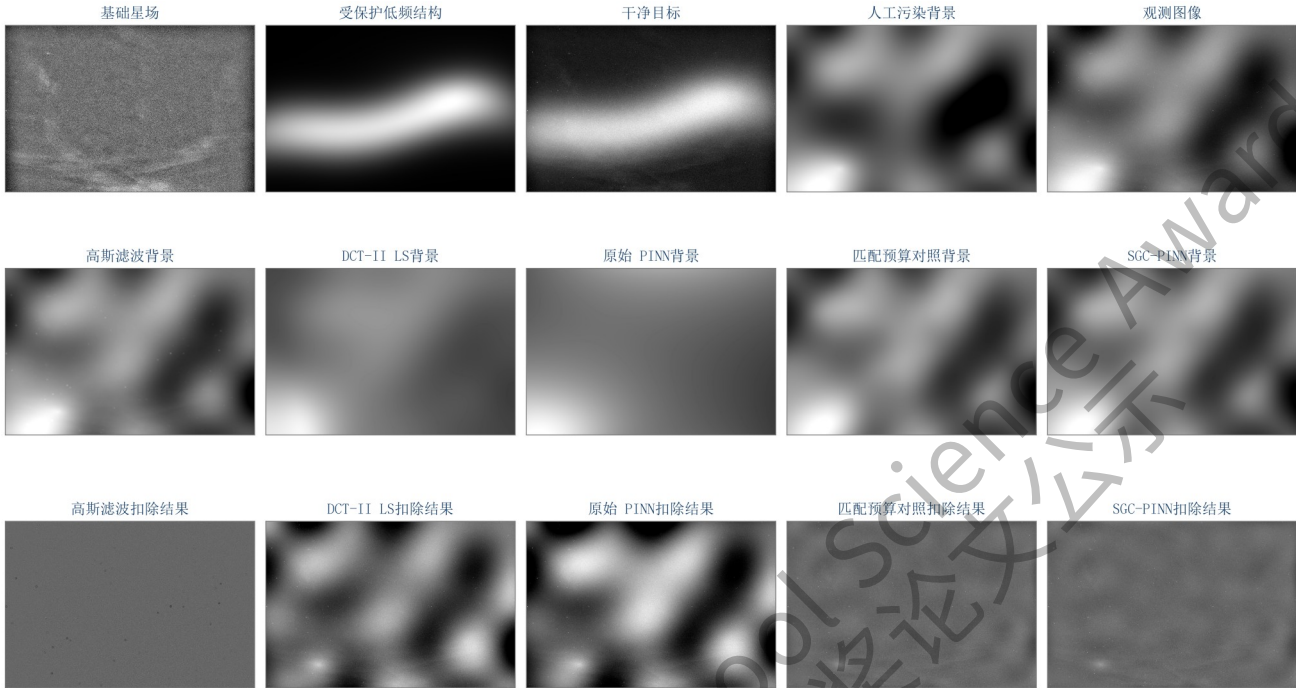


图 6 Stage-B 低频弥散结构保护对比

表 VI(a) Stage-B 背景恢复

基线方法	背景 MAE↓	背景 RMSE↓	背景 PSNR↑	背景 SSIM↑	残差 SSIM↑
高斯滤波	0.007490	0.012017	39.20	0.9673	0.7511
DCT-II LS	0.010777	0.014169	38.16	0.9559	0.6113
原始 PINN	0.013440	0.016896	36.80	0.9345	0.5458

SGC-PINN 配对验证

匹配预算对照	0.007715	0.012038	39.19	0.9666	0.7375
SGC-PINN	0.007718	0.011972	39.26	0.9665	0.7365

表 VI(b) Stage-B 点源与弱星保真

基线方法	恒星 F1↑	匹配星误差 ↓	固定位置均值 ↓	固定位置 P95↓	弱星召回率 ↑
高斯滤波	1.000	5.09%	5.07%	10.30%	1.000
DCT-II LS	1.000	2.62%	2.50%	7.97%	1.000
原始 PINN	1.000	2.82%	2.69%	8.50%	1.000

SGC-PINN 配对验证

匹配预算对照	1.000	2.30%	2.27%	8.05%	1.000
--------	--------------	-------	-------	-------	--------------

基线方法	恒星 F1↑	匹配星误差 ↓	固定位置均值 ↓	固定位置 P95↓	弱星召回率 ↑
SGC-PINN	1.000	2.22%	2.20%	7.74%	1.000

表 VI(c) Stage-B 低频弥散结构保护

基线方法	保护区域 MAE↓	保护结构投影比 (理想值 1)	投影绝对误差 ↓
高斯滤波	0.020657	-0.0058	1.0058
DCT-II LS	0.019040	0.1373	0.8627
原始 PINN	0.016003	0.5657	0.4441
SGC-PINN 配对验证			
匹配预算对照	0.020624	-0.0009	1.0009
SGC-PINN	0.020516	0.0090	0.9910

F. 优化路径依赖机制实验

路径实验显示，数据优先与物理优先初始化的平均保护结构投影比分别为 0.001130 和 0.281767。后续五条路径中，V2 将投影比保持到 0.067236，但其背景 MAE、残差 SSIM 和固定位置 P95 均劣于 V0/V0A 的相应最优值，说明结构保持伴随明显权衡（表 VII）。

在保护结构频率重叠场景中，物理优先初始化本身已比数据优先更偏离理想投影，V2 后续也未恢复。该反例表明路径约束只能延续既有结构分配，不能判定其是否真实；路径关系见图 7。

表 VII(a) Stage-B 优化路径机制实验的初始化平均结果

初始化路径	背景 MAE↓	保护结构投影比 (理想值 1)
数据优先初始化	0.008510	0.001130
物理优先初始化	0.015715	0.281767

表 VII(b) Stage-B 优化路径机制实验各路径的最终平均结果

路径	背景 MAE↓	残差 SSIM↑	固定位置 P95↓	保护结构投影比 (理想值 1)
V0 数据优先→ 标准协调	0.008320	0.710191	8.9694%	0.001536
V0A 数据优先 →自状态软锚定	0.008253	0.714985	8.9870%	0.006466
V1 物理优先→ 标准协调	0.008427	0.703632	9.8930%	-0.002048

路径	背景 MAE↓	残差 SSIM↑	固定位置 P95↓	保护结构投影比 (理想值 1)
V2 物理优先→ 初始状态软锚定	0.008925	0.683423	9.4971%	0.067236
V3 数据优先→ 受限冲突物理梯度	0.008308	0.711054	9.1737%	0.001124

注：固定位置 P95 统一以百分数报告。保护结构投影比的理想值为 1，不按“越大越优”排序；负值表示恢复结构在真实保护结构方向上呈反向投影。加粗仅用于具有明确单调方向的误差或相似性指标。

路径实验显示，数据优先与物理优先初始化的平均保护结构投影比分别为 0.001130 和 0.281767。后续五条路径中，V2 将投影比保持到 0.067236，但其背景 MAE、残差 SSIM 和固定位置 P95 均劣于 V0/V0A 的相应最优值，说明结构保持伴随明显权衡。

在保护结构频率重叠场景中，物理优先初始化本身已比数据优先更偏离理想投影，V2 后续也未恢复。该反例表明路径约束只能延续既有结构分配，不能判定其是否真实；路径关系见图 7。

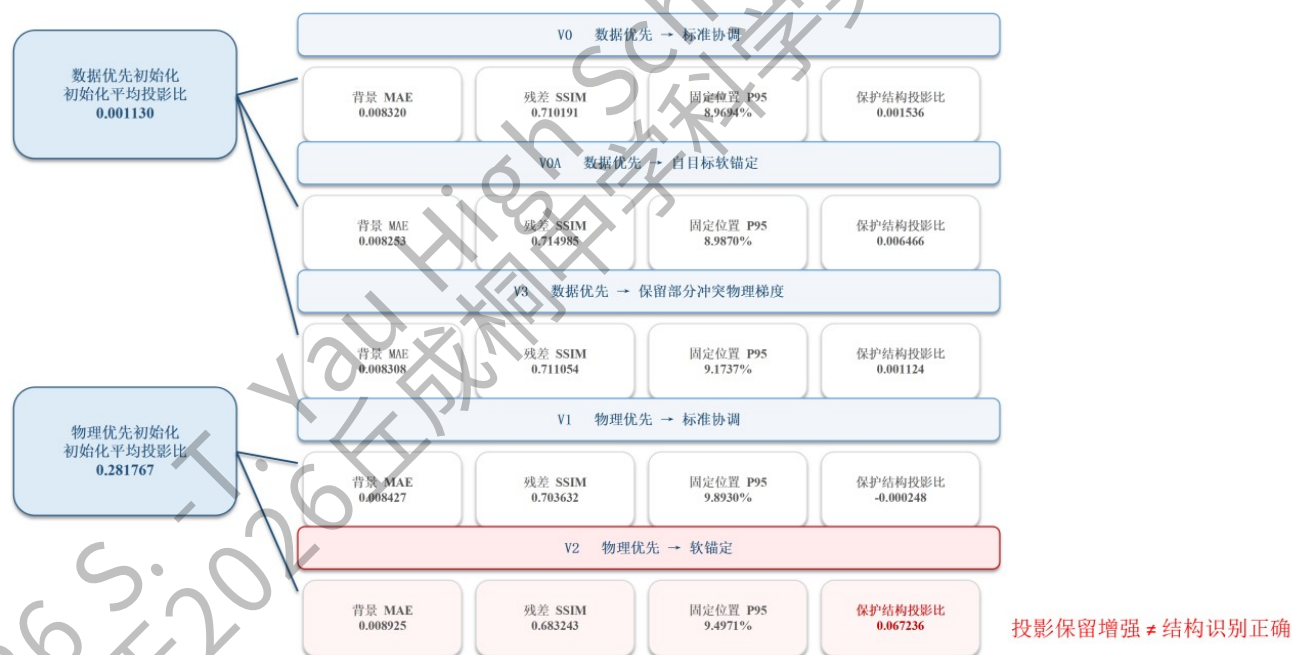


图 7 优化路径依赖机制示意

G. 真实高光污染图像定性结果

E4 按 III-F 的冻结协议处理全部 16 幅真实高光污染图像。总体观察表明，高斯滤波通常较强地跟随大尺度照明变化，但部分点源或弥散结构也会进入背景估计；DCT-II LS 的背景表面较平滑，但校正结果中仍可能保留低频变化；原始 PINN 在部分图像中出现较明显的

局部强迫型背景结构；SGC-PINN 在多数场景中减弱了这类局部结构，但仍可观察到一定的大尺度残余。

正文从全部 16 幅结果中选取 `real_high_001` 与 `real_high_016` 作为两类代表场景：前者用于观察一般非均匀光污染条件下的点源吸收与局部强迫型背景，后者包含明显银河及低频弥散天文结构，用于比较不同方法对扩展结构的吸收倾向。两幅图均直接使用 E4 的统一对比图格式。

`real_high_001`（图 8）中，高斯滤波背景仍含点源响应，DCT-II LS 校正后保留一定大尺度起伏，原始 PINN 的校正结果存在较强的大尺度非均匀结构，而 SGC-PINN 中这类结构相对减弱。

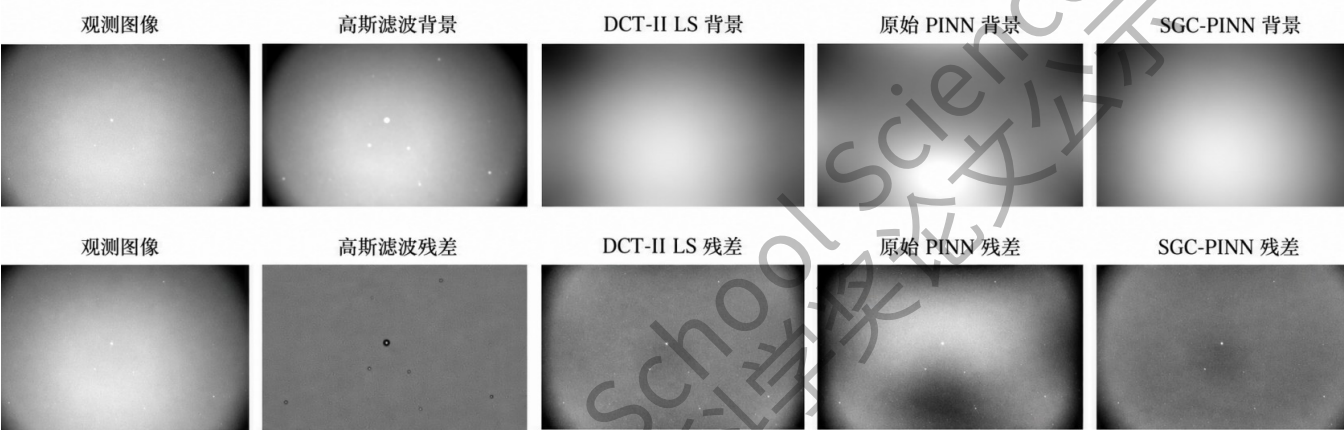


图 8 一般非均匀光污染场景下真实图像样本 `real_high_001` 的背景估计与背景扣除定性比较

`real_high_016`（图 9）中，高斯滤波背景直接吸收明显扩展结构，DCT-II LS 校正结果仍保留可见银河；原始 PINN 与 SGC-PINN 对弥散结构表现出不同程度的保留。该观察仅用于真实场景定性对应，不建立无真值优劣排序。

综上，E4 的视觉差异用于补充 Stage-A、CV5 与 Stage-B 的受控真值证据，不替代定量评价。

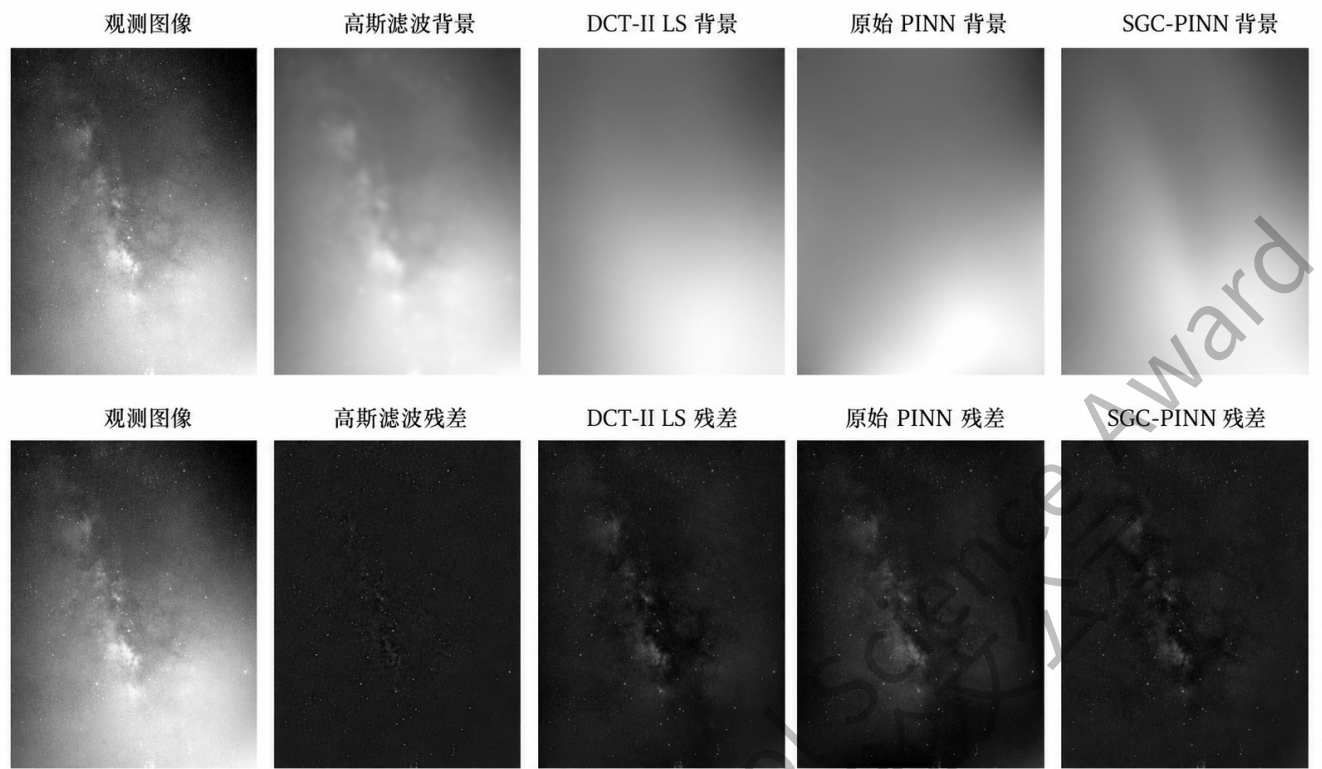


图 9 含明显银河弥散结构的真实图像样本 `real_high_016` 的背景估计与背景扣除定性比较

V. 讨论

A. 背景恢复与天文信号保真的非等价性

贯穿 Stage-A、五折交叉评估和 Stage-B 的一个一致现象是，背景恢复指标与天文信号保真并不具有简单的一一对应关系。Stage-A 中，高斯滤波在背景 MAE、RMSE 和 PSNR 等背景恢复指标上具有优势，但其恒星相对光通量误差并非最低；DCT-II LS 的背景恢复误差相对较高，却在匹配恒星和固定参考位置测光上取得更低误差。五折交叉评估中，这一排序特征在参考星场轮换后仍然存在。

这一差异来自评价对象本身不同。背景误差度量整幅图像上估计背景与背景真值的偏差，而恒星测光关心点扩散函数附近的局部系统性扰动。一个模型可以在大面积平坦区域获得很小误差，同时在恒星位置附近吸收一部分点源光通量，从而产生明显的科学测量偏差。

固定参考位置测光进一步减少了检测过程对评价结果的影响。与只在校正结果中重新检测并成功匹配的恒星上计算误差不同，固定参考位置测光直接在固定参考星位置执行孔径测光，因此能够覆盖处理后检测显著性下降、但仍具有科学意义的参考星。Stage-A、CV5 与 Stage-B 的结果均说明，仅根据重新检测成功的恒星进行评价不足以描述背景模型造成的全部点源扰动。

Stage-B 进一步表明，较低的背景恢复误差并不能保证保护结构投影比更接近理想值 1。由此，星空图像背景估计至少需要分别考察背景恢复、点源测光保真和低频弥散结构保护三个相关但不可相互替代的目标，这也是本文不采用单一综合评分的原因。

B. 物理先验的结构作用与优化路径

本文采用的屏蔽泊松型约束用于为缓慢变化的二维背景场引入低维、可计算的结构偏好，而不承担完整大气传播建模功能。真实人工天空辉光受到地面照明分布、大气散射、观测几何和成像系统等多种因素共同影响。物理信息学习研究也强调，物理模型与观测数据之间的一致程度会直接影响物理先验的有效性[27]；针对 PINN 模型失配的研究进一步表明，错误或不完备的物理模型可能向预测引入系统偏差[28]。因此，本文把有效强迫项的中心、尺度和幅值视为有效模型参数，只用于描述图像背景的空间变化，不赋予真实城市光源的位置、数量或辐亮度含义。

原始 PINN 的 Stage-A 消融结果表明，完整联合物理约束方案并未超过仅数据项坐标网络。由于仅数据项变体同时关闭物理残差与强迫分量稀疏项，该对照反映联合物理一强迫机制的总体影响，所得差异不能进一步归因于某一个损失项。多分量表示和受限中心调整能够改善含物理约束变体自身的表现，但仍未改变其相对于仅数据项变体的总体排序。

原始 PINN 的另一个问题来自多目标联合优化。PINN 的不同损失分量可能具有不同的收敛速率和梯度尺度[16],[29]；在一般多任务学习中，多个目标之间的梯度竞争也会造成优化权衡，因此已有梯度归一化和多目标优化方法专门处理这一问题[30],[31]。本文的 SGC-PINN 第三阶段平均梯度冲突比例约为 0.52，说明在相当比例的更新步骤中，使数据项下降的方向与使物理项下降的方向彼此冲突。

基于上述现象，SGC-PINN 将改进重点放在物理信息进入优化过程的方式上。第一阶段建立数据驱动的背景表示；第二阶段固定背景网络与候选空间模板参数，通过非负最小二乘识别有效强迫幅值；第三阶段利用冲突梯度投影、尺度平衡和逐步增大的物理权重进行协调优化。该分阶段设计将背景表示、有效强迫识别和物理正则对网络参数的作用部分解耦，以降低近似物理先验与数据目标直接耦合造成的优化冲突。

SGC-PINN 的结果显示，改变物理信息介入优化的方式能够较为一致地改善点源测光，但这种改善并未同步扩展到全部背景恢复指标。Stage-A、五折交叉评估和 Stage-B 中，匹配星或固定参考位置测光均保持同向改善，而 RMSE、PSNR 和低频结构保护指标则呈现不同程度的权衡。因此，梯度协调改变了背景恢复与天文信号保真之间的误差分配，但未形成各评价维度的一致优势。

C. 低频结构保护与成分可辨识性

Stage-B 进一步揭示了超出优化冲突本身的可辨识性问题。当污染背景与真实天文结构具有相近的低频尺度、方向或局部形态时，单幅图像实际只提供两类成分叠加后的观测，因

此背景估计成为欠定的分解问题。经典反问题理论表明，此类问题通常需要正则化、额外先验或更多独立观测来提高解的稳定性与可辨识度[32]。概念上可写为：

$$I_{\text{obs}} = I_{\text{base}} + P + B_{\text{true}}$$

式中， P 表示应当保留的低频天文结构， B_{true} 表示污染背景。当二者在空间频率、尺度甚至局部形态上高度重叠时，同一总低频分量可以对应多种不同的成分分配。降低训练损失或改善优化稳定性只能使模型更稳定地找到某个符合当前目标函数的解，并不能自动证明该解对应真实成分的唯一分解。

Stage-B 中原始 PINN 与 SGC-PINN 的差异进一步说明了这一限制。原始 PINN 的背景恢复指标较弱，但保护结构投影比更接近 1；SGC-PINN 的点源测光更稳定，而保护结构投影比仍接近 0。优化过程更稳定因而不等同于低频成分具有更高的可辨识度。

表 VII 的路径实验进一步说明，原始 PINN 较高的保护结构投影可能与优化路径有关。物理优先初始化在 Stage-B 验证场景上形成了明显不同的早期结构分配，但 V1 经标准协调优化后投影比降至接近 0，说明这一初始化差异不会自动保持；V2 加入软锚定约束后保持了更高的投影比，表明后续优化对初始化状态的约束方式会影响最终分解轨迹。较高的投影仍只反映结构保留程度，不能据此判断模型已经识别真实天文结构。

上述结果表明，增强对早期初始化状态的保持会伴随明显的性能权衡。相对于 V0，V2 的保护结构投影比由 0.001536 提高至 0.067236，但背景 MAE 由 0.008320 增至 0.008925，残差 SSIM 由 0.710191 降至 0.683423，固定参考位置 P95 由 8.9694% 增至 9.4971%。因此，软锚定主要增强了物理优先初始化所形成结构分配的延续性，而未带来各项性能的同时改善。

保护结构频率重叠场景进一步说明，这一路径效应受到初始化状态质量的约束。该场景中，物理优先初始化的投影比比数据优先初始化更偏离理想值，V2 经后续优化后也未恢复。锚定约束只限制后续优化偏离既有初始化状态，本身不提供结构真实性判别信息；如果初始化阶段已经形成偏差，这种偏差同样可能被保留。

结合已有关于物理模型失配[28]、PINN 损失收敛失衡[29]以及自适应加权训练[33]的研究，本文结果进一步提示，当物理先验仅提供近似描述、且不同低频成分的可辨识信息有限时，过早将数据目标与物理约束强耦合，可能在优化初期形成难以逆转的结构归属。更合适的做法是在训练早期保留一定的表示与优化自由度，使数据表征与物理约束分别形成相对稳定的状态，再在后续阶段以受控方式协调二者。本文采用的阶段性分离仅指优化早期保留必要的自由度，且不预设真实背景与天文信号的归属。

综合 Stage-B、路径机制实验和真实图像结果，近似物理先验的作用不仅取决于先验形式，还取决于其介入优化的阶段、对梯度方向的影响以及后续训练对早期结构分配的保留程度。当污染背景与真实天文结构在单幅观测中缺少足够的可辨识信息时，仅依赖优化策略难

以保证唯一且正确的成分分解。引入多帧、多波段、视场旋转、不同曝光条件或外部天文先验，可以从观测层面增加独立信息，这与经典欠定反问题通过额外数据或先验提高可辨识性的基本思路一致[32]。

D. 局限性与未来工作

本文仍存在若干需要明确说明的限制。首先，Stage-A 和 Stage-B 都属于半合成实验。虽然基础参考星场保留了真实相机的恒星点扩散、噪声和采集扰动，且人工背景生成器独立于所有被评价方法，但这一构造仍不能完全覆盖真实大气散射、地面照明空间分布、镜头杂散光、暗角、空间变化点扩散函数以及其他复杂仪器效应。

其次，本文采用的屏蔽泊松型模型是物理启发空间先验，而不是第一性原理的大气传播模型；有效强迫项的中心位置、尺度、轴比、旋转角和分量幅值都不应被赋予直接真实物理含义。未来若能获得更丰富的观测条件或外部环境信息，可以探索将更具有物理解释性的传播模型与图像级背景估计结合。

第三，Stage-B 所揭示的低频成分可辨识性问题难以仅通过优化方法解决。未来更有希望的方向是增加观测信息本身，例如利用多帧序列、视场旋转、多波段数据、不同曝光条件、外部星表或天文结构先验，使污染背景与真实扩展结构获得额外可区分信息。

此外，真实高光污染图像不存在可靠背景真值，因此 E4 仅用于真实场景定性验证，不据此建立严格的定量优劣关系。本文亦未将运行时间、显存消耗和逐图优化成本纳入主要性能比较；对于大规模巡天或批量处理，计算效率仍是后续需要系统评估的问题。未来应优先增加多帧、多波段、不同视场或曝光条件及外部天文先验，并进一步研究更可解释的物理传播模型和数据自适应的物理介入策略。

VI. 结论与展望

A. 主要结论

本文围绕非均匀光污染星空图像的背景估计，研究物理启发先验、优化路径与天文信号保真的关系。全文将背景恢复、恒星点源测光和低频弥散结构保护作为三个相关但不等价的目标，并通过 Stage-A、CV5、Stage-B 与真实图像进行多层次评价。

屏蔽泊松型关系与带符号有效强迫为单幅图像背景估计提供连续性、局部曲率和低维强迫等结构偏好，但不被解释为真实大气传播控制方程。原始 PINN 消融中，Data-only 整体优于三个含物理约束变体；增加强迫分量与有限空间参数自由度只能改善物理约束变体自身。

SGC-PINN 通过数据初始化、固定空间模板参数下的强迫分量识别和梯度协调改变物理信息进入优化的方式。标准划分中固定位置平均光通量误差由约 1.02% 降至 0.86%，CV5 中匹配星和固定位置平均误差均在 5/5 折下降，但背景 RMSE 与 PSNR 未同步改善。Stage-B 进一步表明，点源测光稳定性、背景恢复和低频结构保护仍存在权衡，并受成分可辨识性限制。

16 幅真实高光污染图像的定性结果与上述多目标差异相呼应。综合而言，星空图像背景估计更适合被视为污染背景与天文科学信号之间的分解问题，而非单纯低频拟合；物理先验的作用取决于其形式、介入优化的方式以及观测本身提供的可辨识信息。

本文的主要贡献可概括为：构建屏蔽泊松型空间约束与带符号有效强迫，并以原始 PINN 与 DCT-II LS 比较连续神经表示和离散显式求解；提出 SGC-PINN 以分阶段强迫识别和梯度协调缓解近似物理先验与数据目标的直接冲突；建立覆盖背景恢复、点源测光和低频结构保护的评价体系，并通过 CV5、频率重叠压力测试和真实图像分析揭示模型结构、优化路径与信号可辨识性的共同影响。

本文仍受半合成数据、近似物理先验和真实图像缺少可靠背景真值等限制，尤其当污染与真实弥散结构具有相似低频特征时，单幅图像难以获得唯一分解。

未来可通过多帧序列、视场旋转、多波段、不同曝光和外部天文先验增加可辨识信息，同时研究能够依据数据可靠性动态控制物理先验介入时间、强度与方向的优化策略，并系统评估不同求解器在更大规模数据上的计算资源成本。

参考文献

- [1] R. H. Garstang, “Model for artificial night-sky illumination,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 98, pp. 364–375, 1986, doi: 10.1086/131768.
- [2] F. Falchi, P. Cinzano, D. Duriscoe, C. C. M. Kyba, C. D. Elvidge, K. Baugh, B. A. Portnov, N. A. Rybnikova, and R. Furgoni, “The new world atlas of artificial night sky brightness,” *Science Advances*, vol. 2, no. 6, art. e1600377, 2016, doi: 10.1126/sciadv.1600377.
- [3] S. Bará, F. Falchi, R. Furgoni, and R. C. Lima, “Fast Fourier-transform calculation of artificial night sky brightness maps,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 240, art. 106658, 2020, doi: 10.1016/j.jqsrt.2019.106658.
- [4] F. Falchi and S. Bará, “A linear systems approach to protect the night sky: implications for current and future regulations,” *Royal Society Open Science*, vol. 7, art. 201501, 2020, doi: 10.1098/rsos.201501.
- [5] M. Kocifaj, F. Falchi, and F. Kundracik, “An all-sky light pollution model for global-scale applications that embraces a full range of cloud distributions,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 122, no. 44, art. e2508001122, 2025, doi: 10.1073/pnas.2508001122.
- [6] E. Bertin and S. Arnouts, “SExtractor: Software for source extraction,” *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, vol. 117, pp. 393–404, 1996, doi: 10.1051/aas:1996164.

- [7] A. Popowicz and B. Smolka, “A method of complex background estimation in astronomical images,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 452, no. 1, pp. 809–823, 2015, doi: 10.1093/mnras/stv1320.
- [8] P. Pandey and K. Saha, “A Geometric Approach to Estimate Background in Astronomical Images,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 276, art. 52, 2025, doi: 10.3847/1538-4365/ad9906.
- [9] L. S. Kelvin, I. Hasan, and J. A. Tyson, “Sky subtraction in an era of low surface brightness astronomy,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 520, no. 2, pp. 2484–2516, 2023, doi: 10.1093/mnras/stad180.
- [10] A. E. Watkins, S. Kaviraj, C. C. Collins, J. H. Knapen, L. S. Kelvin, P.-A. Duc, J. Román, and J. C. Mihos, “Strategies for optimal sky subtraction in the low surface brightness regime,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 528, no. 3, pp. 4289–4306, 2024, doi: 10.1093/mnras/stae236.
- [11] O. Ronneberger, P. Fischer, and T. Brox, “U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation,” in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention—MICCAI 2015*, LNCS 9351, pp. 234–241, 2015, doi: 10.1007/978-3-319-24574-4_28.
- [12] A. Vojtekova, M. Lieu, I. Valtchanov, B. Altieri, L. Old, Q. Chen, and F. Hroch, “Learning to denoise astronomical images with U-nets,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 503, no. 3, pp. 3204–3215, 2021, doi: 10.1093/mnras/staa3567.
- [13] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis, “Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations,” *Journal of Computational Physics*, vol. 378, pp. 686–707, 2019, doi: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
- [14] S. Zucker, D. Batenkov, and M. Segal Rozenhaimer, “Physics-informed neural networks for modeling atmospheric radiative transfer,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 331, art. 109253, 2025, doi: 10.1016/j.jqsrt.2024.109253.
- [15] 龚子璇, 赵家业, 朱海斌, 李杻豪, 李博达, 马少鹏. 基于物理信息神经网络的双速双分辨数字图像相关方法[J]. *北京理工大学学报自然版*, 2025, 45(7): 743-757. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2024.196.
- [16] S. Wang, Y. Teng, and P. Perdikaris, “Understanding and Mitigating Gradient Flow Pathologies in Physics-Informed Neural Networks,” *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 43, no. 5, pp. A3055–A3081, 2021, doi: 10.1137/20M1318043.

- [17] P. Bhat, B. Curless, M. F. Cohen, and C. L. Zitnick, “Fourier Analysis of the 2D Screened Poisson Equation for Gradient Domain Problems,” in *Computer Vision—ECCV 2008, Part II*, LNCS 5303, pp. 114–128, 2008, doi: 10.1007/978-3-540-88688-4_9.
- [18] R. Tibshirani, “Regression Shrinkage and Selection via the Lasso,” *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, vol. 58, no. 1, pp. 267–288, 1996, doi: 10.1111/j.2517-6161.1996.tb02080.x.
- [19] A. G. Baydin, B. A. Pearlmutter, A. A. Radul, and J. M. Siskind, “Automatic Differentiation in Machine Learning: a Survey,” *Journal of Machine Learning Research*, vol. 18, no. 153, pp. 1–43, 2018.
- [20] C. L. Lawson and R. J. Hanson, *Solving Least Squares Problems*. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 1995, doi: 10.1137/1.9781611971217.
- [21] T. Yu, S. Kumar, A. Gupta, S. Levine, K. Hausman, and C. Finn, “Gradient Surgery for Multi-Task Learning,” in *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 33, pp. 5824–5836, 2020.
- [22] G. Strang, “The Discrete Cosine Transform,” *SIAM Review*, vol. 41, no. 1, pp. 135–147, 1999, doi: 10.1137/S0036144598336745.
- [23] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, and E. P. Simoncelli, “Image quality assessment: From error visibility to structural similarity,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 4, pp. 600–612, 2004, doi: 10.1109/TIP.2003.819861.
- [24] S. B. Howell, “Two-dimensional aperture photometry: Signal-to-noise ratio of point-source observations and optimal data-extraction techniques,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 101, pp. 616–622, 1989, doi: 10.1086/132477.
- [25] P. B. Stetson, “DAOPHOT: A computer program for crowded-field stellar photometry,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 99, pp. 191–222, 1987, doi: 10.1086/131977.
- [26] Photutils Developers, “Photutils: An Astropy package for detection and photometry of astronomical sources,” *Zenodo*, doi: 10.5281/zenodo.596036.
- [27] G. E. Karniadakis, I. G. Kevrekidis, L. Lu, P. Perdikaris, S. Wang, and L. Yang, “Physics-informed machine learning,” *Nature Reviews Physics*, vol. 3, pp. 422–440, 2021, doi: 10.1038/s42254-021-00314-5.
- [28] Z. Zou, X. Meng, and G. E. Karniadakis, “Correcting model misspecification in physics-informed neural networks (PINNs),” *Journal of Computational Physics*, vol. 505, art. 112918, 2024, doi: 10.1016/j.jcp.2024.112918.

- [29] S. Wang, X. Yu, and P. Perdikaris, “When and why PINNs fail to train: A neural tangent kernel perspective,” *Journal of Computational Physics*, vol. 449, art. 110768, 2022, doi: 10.1016/j.jcp.2021.110768.
- [30] Z. Chen, V. Badrinarayanan, C.-Y. Lee, and A. Rabinovich, “GradNorm: Gradient normalization for adaptive loss balancing in deep multitask networks,” in *Proceedings of the 35th International Conference on Machine Learning*, PMLR, vol. 80, pp. 794–803, 2018.
- [31] O. Sener and V. Koltun, “Multi-Task Learning as Multi-Objective Optimization,” in *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 31, pp. 525–536, 2018.
- [32] A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin, *Solutions of Ill-Posed Problems*. Washington, DC, USA: V. H. Winston & Sons, 1977.
- [33] L. D. McClenny and U. M. Braga-Neto, “Self-adaptive physics-informed neural networks,” *Journal of Computational Physics*, vol. 474, art. 111722, 2023, doi: 10.1016/j.jcp.2022.111722.

致谢

本研究项目系组员自主选题，灵感来源于一次星空拍摄中，组员注意到城市光污染导致部分星点被掩盖，无法在照片中显示出来。因此，本团队想出借助物理方程表达并去除照片中光污染的方法，使用 PINN 相关技术并应用于研究之中。在此论文完成之际，特向二位指导老师致以诚挚谢意：

特别感谢成都市锦江区嘉祥外国语高级中学的信息学教师陈行老师。陈老师与参赛学生为校内师生关系。在论文写作与研究过程中，陈老师主要在研究问题界定、技术路线拟定、学术规范训练等方面提供指导，并定期组织组会讨论，帮助我们修正研究框架。

特别感谢四川大学计算机学院的汤臣薇副教授。汤老师与参赛学生为指导与被指导关系。汤老师为本项目提供了关键的运算服务器，确保了大量计算工作的顺利开展；在研究过程中，汤老师悉心指导了复杂的数学公式推导，对程序编写提出了关键建议，组织了中期审查并提出修改建议，并优化了论文的写作架构。

本项目历时 5 个月，团队成员陆文轩与夏威夷在研究全过程中分工明确，紧密合作。

1. 选题与实验设计阶段

分工：陆文轩主导研究方案设计与数学公式推导；夏威夷负责数据获取（实地拍摄星空照片）、参与数学公式推导。

困难与解决：在项目初期，我们发现物理启发 PINN 在早期实验中并未达到预期效果。原定于《利用 PINN 进行光污染背景估计》的题目显得不够严谨。面对主实验和消融实验的不理想结果，我们没有气馁，而是通过对比高斯低通、Fourier-LS、U-Net 等方法，重新审视了背景估计与残差信号保留的平衡。经过多次讨论，我们将题目调整为《星空图像非均匀光污染背景估计中的物理启发建模与天文信号保真研究》，并将城市光污染背景表示为连续亮度场，采用屏蔽泊松方程作为物理约束，从而确立了最终的研究路径。

2. 理论推导与模型构建阶段

分工：陆文轩负责核心数学模型的构建；夏威夷协助进行模型建立与计算。

困难与解决：针对背景估计任务，现有光污染传播模型难以直接提供与二维屏蔽泊松方程相匹配的源项表达。我们在公式推导过程中遇到了巨大的跨级学习难度。在汤臣薇老师的帮助下，我们受 Garstang 光污染模型的空间衰减思想启发，构造出了适用于本文模型的数学表达。此外，针对 PDE 可能产生负值的问题，我们明确了不将 S_{city} 解释为逐点非负的城市辐亮度，而是将其定义为与屏蔽泊松方程匹配的带符号的有效强迫项，并利用稀疏正则项抑制不必要的权重，成功解决了这一理论难点。

3. 代码实现与论文撰写阶段

分工：夏威夷承担核心代码实现、模型训练、结果分析及图件绘制；陆文轩完成论文主要的撰写工作；最终论文终稿由二人共同修订完成。

困难与解决：在编程实现过程中，代码调试占据了大量时间。我们通过查阅文档、利用 AI 辅助排查以及向汤老师请教，逐步解决了程序报错与收敛性问题，最终完成了所有实验数据的分析。

本研究在严格遵守学术诚信的前提下，使用了 AI 工具辅助研究。使用工具及版本是：ChatGPT (OpenAI, 版本: GPT-5.6) 和 Claude (Anthropic, 版本: Claude-Opus-4.6)。夏威夷在进行核心代码编写与模型训练时，主要使用 AI 工具进行代码查错、语法修正及优化建议。所有代码在采纳前均经过人工逻辑检查与运行测试。陆文轩进行跨级学习（如泊松方程、正则项理论）时，使用 AI 辅助理解复杂的数学概念与物理定义，加速了知识获取过程。所有 AI 生成内容均未直接采纳，队员对每一处修改建议均进行了语义核对、逻辑判断与学术合规性评估。使用 AI 过程中，我们均向指导老师报告了使用情况，提交给老师的草稿都明确说明了哪些内容参考了 AI 辅助。

时光荏苒，回首这五个月的科研之路，我们不仅拓展了科研视野，更锻炼了解决困难的能力。虽然本文在 PDE 建模与优化、神经网络参数训练调整等方面仍有提升空间，但这段经历将激励我们在科学道路上持续前行。

再次感谢陈行老师和汤臣薇老师的辛勤付出！