参赛学生姓名：白钰婕、李佳忆、曾炜杰

中学：四川省成都市盐道街中学

省份：四川省

国家/地区：中国

指导老师姓名：杨宏业

指导老师单位：四川省成都市盐道街中学

论文题目：基于 KDE 与改进 Lotka-Volterra 的城市猫鸟种群动态及 ARIMA 风险管控优化模型

2026 S. Tai Yau High School Science Award
仅用于2026年成都市中学科学奖论文公示

基于 KDE 与改进 Lotka-Volterra 的城市猫鸟种群动态及 ARIMA 风险管控优化模型

摘　要

城市化进程加速带来城市绿地碎片化，生态孤岛效应严重，流浪猫因被遗弃、无序投喂、自养繁殖数量急剧上升，成为城市本土鸟类主要捕食者。流浪猫不仅捕杀成鸟、雏鸟，而且通过持续捕杀引起鸟类的应激反应降低其繁殖成功率，进而导致本土鸟类种群数量大幅减少，极大危害城市生物多样性。本文以成都市为研究区，研究流浪猫与本土鸟类之间生态互作关系，通过数学模型澄清种群分布规律、量化生态平衡阈值，改进流浪猫管控策略，为城市生态治理、生物多样性保护和动物福利平衡提供支持。

针对猫鸟种群分布特征、猫鸟耦合机制及生态平衡临界阈值求解问题，采用 KDE 核密度、Moran's I 空间自相关检验与 Lotka-Volterra 捕食-被捕食模型进行研究，发现成都市流浪猫与本土鸟类均呈显著空间聚集分布，核心区核心活动区重叠，捕食风险具有空间集聚性。计算得到保持鸟类群落稳定的流浪猫临界密度 0.0026 只/km^2，鸟类种群呈现出不可逆的衰退趋势。

针对于流浪猫管控方案优化及生态风险预警，本文建立结合生态效益、经济成本、社会效益等目标的优化模型，通过 NSGA-II 求解 Pareto 最优解，结合 ARIMA 时间序列模型建立风险预警模型。结果表明均衡型管控方案（年成本 49 万元，公众满意度 83 分，生态效益 0.91）最符合成都市生态现状，可以控制在一个安全量级内，考虑生态保护、成本控制与可接受水平，结合 ARIMA 模型预测未来流浪猫密度将会出现红色预警，应高强度管控干预。

针对于模型的稳定性与参数敏感性验证问题，本文以六盘水市为验证区，使用单因素扰动法进行灵敏度分析，结果表明模型对流浪猫捕食系数、管控强度系数敏感性最高，对绿地碎片化系数敏感性中等，对人类投喂补给系数敏感性最低，核心参数变动时模型输出结果稳定，跨区域适用性强。

综上，本文结合空间分析、种群动态、多目标优化与时间序列预测，形成的完整研究框架可以精确把控城市猫鸟生态安全阈值，提出可落地管控方案。该模型方法体系完备、实证数据支撑充分可以支撑城市流浪动物科学管控，助力城市生物多样性保护与生态可持续发展。

关键词：种群动态；生态阈值；KDE 空间分析；改进 Lotka-Volterra 模型；ARIMA 风险预测

2026 S. Wu Yuqing Cup Undergraduate Science Award
仅用于2026吴渝清杯大学生科学奖论文公开

目 录

一、绪论.....3
1.1 问题背景.....3
1.2 问题研究意义.....3
1.2.1 理论意义.....3
1.2.2 实践意义.....4
1.3 问题总结.....4
二、问题分析.....4
2.1 问题一的分析.....4
2.2 问题二的分析.....4
三、模型假设.....5
四、符号说明.....5
五、问题一模型的建立与求解.....6
5.1 模型的建立.....6
5.1.1 KDE 空间分布分析.....6
5.1.2 Moran's I 指数.....6
5.1.3 Lotka-Volterra 捕食-被捕模型.....7
5.2 问题一模型的求解与分析.....8
5.2.1 KDE 空间分布的求解与分析.....8
5.2.2 Moran's I 指数的求解与分析.....10
5.2.3 Lotka-Volterra 捕食-被捕食模型的求解与分析.....11
六、问题二模型的建立与求解.....15
6.1 对流浪猫管理策略的分析与评估.....15
6.1.1 生态效益.....15
6.1.2 经济成本.....16
6.1.3 社会效益.....16
6.2 管理策略的约束条件.....16
6.3 基于 NSGA-II对问题二的求解.....17
6.4 预警与预测.....19
七、模型的评价与改进.....22
7.1 灵敏度分析.....22
7.2 模型优点.....25
7.2.1 模型优点.....25
7.2.2 模型不足.....26
7.3 模型的改进.....26
参考文献.....27
致谢.....28

2025 Shanghai High School Science Award 仅用于2025上海高中学科竞赛论文公示

一、绪论

1.1 问题背景

随着城市化进程不断深化，城市空间结构发生了较大变化。曾经连绵不断的绿地空间逐渐被分割成零散的孤岛，密集的交通网和林立的高楼不断蚕食着这些绿地，使得城市绿地的碎片化问题日益严重。这种生态孤岛效应不仅削弱了城市生态系统自主修复的能力，还为流浪动物的快速繁殖创造了有利条件。

城市流浪猫为流浪动物的典型代表，近些年其数量明显上涨，主要原因有人类遗弃行为、群众无差别投喂以及流浪猫群体的无序繁殖。城市鸟类是生态环境质量的关键参考依据，流浪猫对鸟类的捕食行为使城市鸟类的生存环境正面临着生物入侵以及生活习性被迫改变等困境。Loss 团队在期刊《Nature Communications》中研究发现，流浪猫捕食是导致鸟类数量大幅减少的关键因素。据统计，每年有数亿只鸟死于流浪猫的捕食的爪下。

在城市生态系统中，流浪猫不仅会直接捕杀雏鸟和成鸟对鸟类造成伤害，还通过持续施加捕食压力引发鸟类应激反应，导致鸟类正常生理活动受到影响，最终使鸟类繁殖成功率显著下降。在捕食压力与行为干扰的作用下，本土鸟类种群数量急剧减少，部分物种甚至走向灭绝。

本文将通过建立相应的数学模型，系统分析流浪猫与鸟类的分布特征，在揭示它们之间的相互作用机制的同时量化影响种群调控的关键阈值，探索切实可行的路径以实现生物多样性保护与动物福利之间的科学平衡。从而为城市生态治理、流浪动物保护及公共政策制定提供科学依据，具有重要意义。

1.2 问题研究意义

1.2.1 理论意义

本文中通过对城市流浪猫与本土鸟类的生态关系的研究，通过整合种群动态分析与数学模型模拟，系统探讨了流浪猫作为外来入侵捕食者对鸟类种群的影响机制，揭示其内在的生态学过程，为解释两者间的复杂生态关系提供依据，并为城市生态系统的科学管理与生物多样性保护提供理论依据与实践框架。

通过定量评估及种群动态分析和模型分析来研究流浪猫数量增加对鸟类种群的影响，使我们在讨论如流浪猫对鸟类数量影响趋势等问题时不再只局限于流浪猫会对鸟类产生影响这一表层结果，而是能够跳出单一的现象描述层面，致力于挖掘两者互作背后的生态学本质过程，精准阐释流浪猫捕食与生存竞争等行为对鸟类繁殖成功率和种群规模波动的关键作用，帮助研究者与管理者全面理解捕食压力、生态竞争以及人为干预等因素共同驱动的深层生态机制。

以上研究和分析，不仅能够使人对城市生态学和动物保护学有更深入的认识，丰富相关科学知识，揭示外来捕食者与本土物种间的内在相互作用模式;更构建了一个从科学评估到管理干预的完整逻辑链条。它为如何在快速城市化进程中协调动物福利与生态系统健康，提供了兼具科学性与可操作性的评估框架和策略思路，对促进人与自然和谐共生的可持续城市发展具有重要的指导意义。

2025 Tong Du Cup High School Science Award
仅用于2025全国高中科学奖论文公开

1.2.2 实践意义

本文对于流浪猫对鸟类生存和数量的影响这一问题的分析，可以为保护城市鸟类栖息地以及绿地生态系统等问题提供客观科学依据，从而有效实施各项生物多样性保护措施，助力城市多样性保护工作稳步进行。同时，研究形成的科学评估体系和管控思路可以为完善城市流浪动物管控标准化提供参考，为城市生物多样性保护工作的常态化、规范化推进提供坚实支撑，实现管理方式由经验化、两极化向全面方式的发展。

具体而言，一方面，研究提出可以付诸实践的管理措施，如 TNR 方案优化和预警跟踪监测评估等策略，在保障动物福利的同时，还能有效缓解流浪猫捕食对本地鸟类造成的生存压力，且对本地鸟类的生存起到保护作用;另一方面，优化生态结构等方式也可以帮助本地鸟类增强繁殖能力和繁殖存活率，在制定政策、调配资源等方面也能够给出一定思路，从而促进公众对宠物饲养与环境保护的责任问题形成共识。

更为重要的是，本研究强调政府、社会组织与广大市民多方协同的治理模式，通过多方参与、科学施策，共同打造更具稳定性与韧性的城市生态系统，让城市在成为人类宜居家园的同时，也为流浪动物提供安全和谐的生存空间，真正实现人与自然和谐共生，为城市生态可持续发展提供长远而坚实的保障。

1.3 问题总结

基于上述问题背景及实际情况，通过建立相应的数学模型，将题目总结为以下三个问题进行求解：

问题一：厘清城市生态系统中流浪猫与本土鸟类的种群特征以及分布规律，分析流浪猫带来的捕食压力对本地鸟类群落的直接与间接影响，探究二者间耦合作用机制，寻找维持鸟类群落稳定的猫鸟平衡临界阈值。

问题二：以生态安全阈值为核心约束，优化城市流浪猫管控策略，评估不同管理措施的生态效益、经济可行性及社会接受度，并建立针对生态流浪猫和鸟类的长期监测与预警体系。进行基于二者生态平衡阈值的流浪猫管控模式的优化与生态效益评估。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一旨在揭示城市生态系统中流浪猫与本土鸟类的种群动态规律及其二者之间内在作用机制，并探究其平衡临界值。本文主要运用了核密度估计方法，分析流浪猫与鸟类种群的分布，绘制其空间重叠示意图反应二者分布格局并一次描述二者的分布情况。在此基础上，利用 Moran' I 全局自相关这一工具分析分布趋势，最后利用捕食模型分析计算探究出二者平衡临界阈值，从而厘清二者内在作用机制。

2.2 问题二的分析

问题二思路以约束定界-策略选择-多维度评估-模型优化-体系搭建-效益度量为基本思路：首先以流浪猫管控后的种群密度≤P^*为硬约束，划定管控策略的实施边界；其

2026, T. Yau Li Memorial School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

次从生态效益、经济可行性、社会可接受性三个方面构建评估指标体系，测算各措施的实施成本；最后建立多目标优化模型求解生态约束满足且综合效益最优的管控策略组合；然后结合城市绿地、猫鸟种群监测点位建立流浪猫与鸟类长期监测与预警，跟踪猫鸟种群动态；最后通过猫鸟种群量与管控前鸟类数、繁殖成功率、捕食压力等指标，进行优化后管控模式的生态效益定量度量。为城市流浪猫管控标准化、常态化实施提供模型支持。

三、模型假设

为简化模型，本文做出如下假设:

[1] 本文着重探究城市猫鸟之间的内在联系与相互作用机制，忽略如自然灾害等外在因素对其二者的影响。

[2] 流浪猫对鸟类的影响强度与其分布密度呈正相关，分布重叠度越高，流浪猫对鸟类种群的影响强度越高，对鸟类的捕食压力、生存威胁越大。

[3] 鸟类种群增长符合 Logistic 模型，流浪猫种群增长受自身密度、管控措施、食物资源约束。

[4] 生态安全阈值定义为：鸟类种群数量不低于“最小可持续种群数量”从而避免灭绝，流浪猫种群数量不高于最大生态承载力，避免过度捕食鸟类。

[5] 区域内栖息地面积、食物资源短期内相对稳定，不发生剧烈变化。

[6] 流浪猫种群增长受密度制约，同时受管控措施的抑制作用；不同管控措施的效果相互独立，可叠加计算。

四、符号说明

大部分符号说明在相应问题的模型建立部分中，此处只列举部分符号以及其含义：

符号	含义
$N(t)$	t 时刻本土鸟类中群数量
$P(t)$	t 时刻流浪猫种群数量
r	鸟类自然增长率
s	流浪猫自然增长率
α	流浪猫对鸟类捕食系数
K	城市绿地对鸟的环境承载力
$C \cdot K$	城市绿地对流浪猫的环境承载力

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026年成桐中学科学奖论文公示

五、问题一模型的建立与求解

5.1 模型的建立

5.1.1 KDE 空间分布分析

首先，从 KDE 空间分布分析对流浪猫和鸟类种群进行计算得到流浪猫和鸟类种群两者间的分布空间可视化分析，能够揭示猫鸟离散点在地理空间的集聚程度、扩散范围和分布状态。核密度估计值越高代表要素越集中，越小则表明要素分布越分散。

$$f(x,y)=\frac{1}{nh^2}\sum_{i=1}^{n}k\left[\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{h^2}\right] \tag{1}$$

$f(x,y)$ 代表所要计算的点(x, y)处的密度值，反映了该点流浪猫或鸟类的聚集强度；n 代表如红外相机或野外调查研究等点位个数；h 为 2*2 的带宽矩阵，本文假设 x、y 方向各向同性，带宽矩阵退化为标量形式如下所示:

$$h=\begin{pmatrix}h & 0\\ 0 & h\end{pmatrix}=h\mathbf{I} \tag{2}$$

h 控制了 x，y 方向的平滑程度，代表城市生境影响的空间范围。h 越大，热力图越平滑；(x_i,y_i)代表第 i 个观测点坐标；$(x-x_i)^2+(y-y_i)^2$ 为估值点到样本的欧氏距离，该函数的权重随欧氏距离增大单调递减，实现近点贡献大、远点贡献小的空间局部化特征。$\frac{1}{nh^2}$ 为标准化系数，保证密度值具有可比性、无量纲合理，使不同区域、不同样本量流浪猫、鸟类密度可以直接对比；$k(\cdot)$ 是极为重要的核函数，即距离权重函数，本文采用高斯核函数进行核密度估计。

设$u=\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{h^2}$，则 $k(u)$反映了流浪猫或鸟类在城市中的空间影响范围与聚集强度。距离观测点越近，u 越小，权重越大，密度越大；距离越远，权重逐渐降低，体现动物分布在城市中的空间平滑扩散特征。

$$k(u)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{u}{2}} \tag{3}$$

该函数反映了流浪猫与鸟类在城市中连续的空间分布格局，避免人为截断造成的分布假象，适合城市背景下的动物空间分布模拟。

5.1.2 Moran’s I 指数

基于此，运用全局 Moran’s I 指数检验种群分布的空间聚集性，从而定量判断空间单元属性值的关联特征与分布模式。

2026 S. Yau High School Science Award
仅用于2026正成桐中学科学奖论文公示

Moran's I 指数是衡量空间要素整体集聚或离散特征的常用空间统计指标，用于判断研究区内某一属性值在空间上是否存在空间自相关。

Moran's I 取值范围为$[-\frac{1}{n-1},1]$。若 I>0 且显著,则种群扎堆分布；若 I<0 且显著，则二者呈空间负相关，分布均匀；若 I 约为 0，则分布随机。

$$I=\frac{n\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_{ij}\left(x_i-x_{平均}\right)\left(x_j-x_{平均}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_{ij}\right)\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-x_{平均}\right)^2} \tag{4}$$

ω_{ij} 为空间权重矩阵中第 i 行与第 j 列的元素，表示空间单元中 i 与 j 之间的空间邻近关系。若相邻，则 $\omega_{ij}=1$；若不相邻，则 $\omega_{ij}=0$。代表了流浪猫与鸟类的空间影响范围。N 空间单元总数。比如把城市分成 100 个网格，则 N = 100；$x_{平均}$ 表所有点的平均值；

$$x_{平均}=\frac{1}{N}\sum x_i \tag{5}$$

$(x_j-x_{平均})$ 表示两个空间单元属性值偏离均值的程度，用于判断属性值是否相似。

5.1.3 Lotka-Volterra 捕食-被捕模型

为了测度两者的影响强度，在空间耦合的基础上，引入 Lotka-Volterra 捕食-被捕模型刻画流浪猫和本土鸟类的种群动态耦合关系。Lotka-Volterra 模型耦合猎物和捕食者的种群动态方程定量描述了两个物种捕食—被捕食关系的周期性波动过程，为生态系统种群相互作用、稳定和群落结构演变分析提供了基本的理论模型。将公式总结如下:

$$\begin{cases}\dfrac{dN}{dt}=rN(1-\dfrac{N}{K})-\alpha NP-dN\\[2ex]\dfrac{dP}{dt}=sP(1-\dfrac{P}{CK})+\beta NP-TP\end{cases} \tag{6}$$

$-dN$ 为鸟类其他死亡项, 刻画了绿地碎片化导致的鸟类死亡，破碎化程度越高，d 值越大；$rN(1-\frac{N}{K})$ 刻画了鸟类的逻辑斯蒂增长，受城市绿地环境承载力 K 约束，符合种群增长的生态学规律，体现出城市鸟类种群密度增长的制约效应；$-TP$ 为 TNR 等人为管控方式对流浪猫的移除项即抑制作用，实施强度越高，T 值越大，对城市流浪猫的抑制作用效果越显著；$sP(1-\frac{P}{CK})$ 刻画了流浪猫的逻辑斯蒂增长，C 为人类投喂补给系数，

2026 S.-T. Yau High School Science Award 仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

投喂越多，流浪猫环境承载力越高；$\frac{dN}{dt}$ 代表鸟类随时间的瞬时增长率，若为正，鸟类种群数量增长，相反则衰减；$\frac{dP}{dt}$ 则代表流浪猫随时间变化的瞬时增长率。

5.2 问题一模型的求解与分析

5.2.1 KDE 空间分布的求解与分析

在二维场景下，核密度估计的本质是：在每个样本点上放置一个“核函数”，然后将所有核函数平均，得到整体密度曲线，公式为：

$$f(x,y)=\frac{1}{nh^2}\sum_{i=1}^{n}k(\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{h^2}) \tag{7}$$

二维场景下，我们需要估计平面上任意点 (x,y) 的密度，核心思想不变，对每个样本点 (x_i,y_i) 放置二维核函数，再平均。

定义二维欧氏距离平方：

$$r_i^2=(x-x_i)^2+(y-y_i)^2 \tag{8}$$

每个样本点 (x_i,y_i) 对 (x,y) 的贡献为:

$$\frac{1}{h^2}k\left(\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{h^2}\right) \tag{9}$$

对 n 个样本点求和：

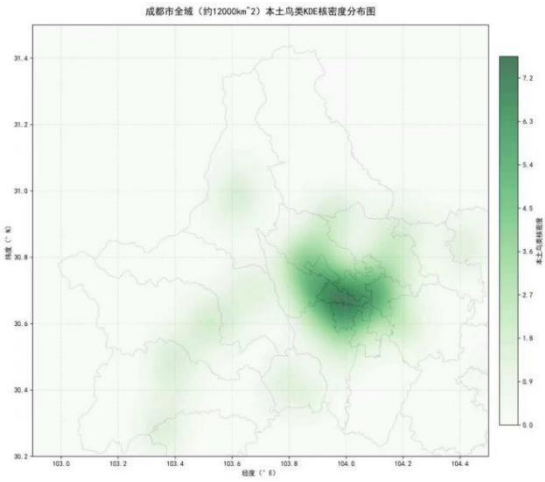
$$\Sigma_i^n\frac{1}{h^2}k\left(\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{h^2}\right) \tag{10}$$

除以样本量 n 做平均，得到最终密度估计：

$$f(x,y)=\frac{1}{n\,h^2}\Sigma_i^n k\left(\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{h^2}\right) \tag{11}$$

将所得结果 $f_{cat}(x,y)$ 与 $f_{bird}(x,y)$ 绘制成图并将两个 KDE 图层叠加，绘制出其空间分布叠加图如下：

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026江成桐中学科学奖论文公示



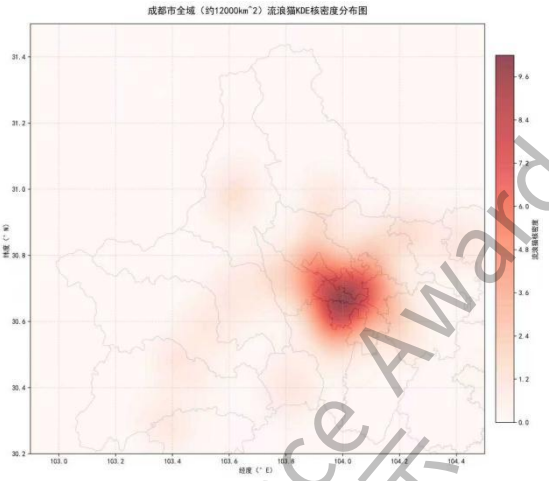
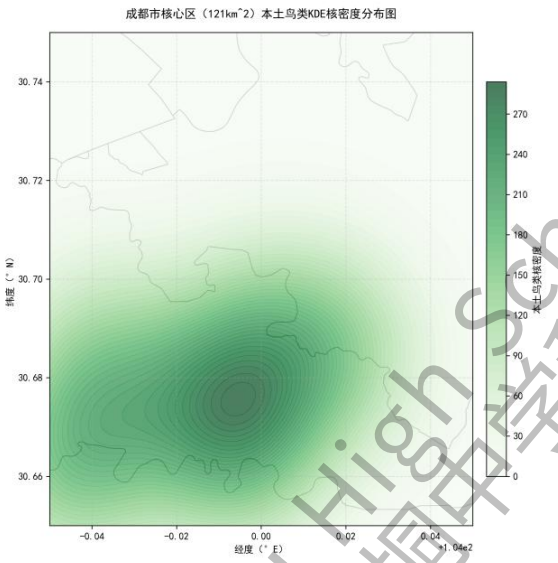


图 1 成都市全域本土鸟类 KDE 核密度分布图 图 2 成都市全域流浪猫 KDE 核密度分布图



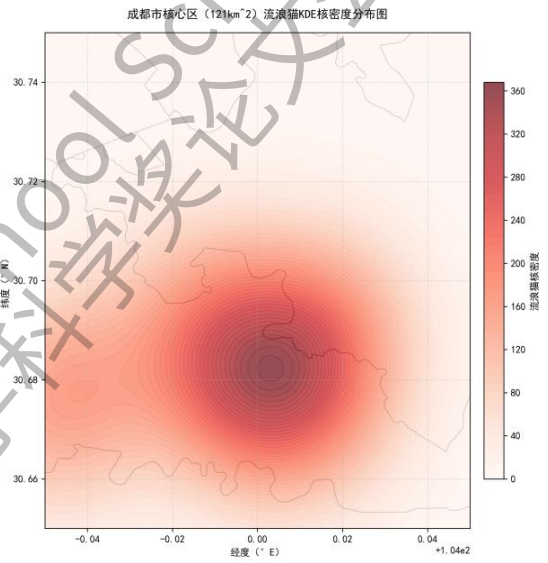


图 3 成都市核心区本土鸟类 KDE 核密度分布图 图 4 成都市核心区流浪猫 KDE 核密度分布图

图 1、2 反映出成都市全域以及核心区本土鸟类的分布呈现明显的集聚性，核心栖息地集中在特定区域，说明鸟类具有较强的空间择食倾向，不均匀分布，说明鸟类的生存需要具备一定的环境条件，并不均匀的分布于该研究区域。

图 3、4 反映出流浪猫分布高度集聚，核心活动区与城市中食物资源丰富如如居民区、公园、商圈等区域高度重合。说明流浪猫的分布受人类活动以及食物资源的影响很大，流浪猫的活动区域与人类活动区域密切相关。

上述几个图表明鸟类的核心栖息地与流浪猫的核心活动区存在重叠，重叠区域是流浪猫捕食鸟类的高危区域，流浪猫对鸟类的捕食具有空间集聚性，可能给鸟类种群带来巨大的压力。而对于两类生物是否存在分布的相关性，需要结合双变量 Moran's I（Bivariate Moran's I）、LISA 聚集图等内容进一步判断。

2026 Yau High School Science Award
仅用于2026成桐中学科学奖论文公示

5.2.2 Moran’s I 指数的求解与分析

$$I=\frac{n\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_{ij}\left(x_i-x_{平均}\right)\left(x_j-x_{平均}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_{ij}\right)\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-x_{平均}\right)^2} \tag{12}$$

将相关数据代入计算：

Step1.计算均值$\bar{x}$

首先对研究城市内 n 个街区的流浪猫密度，如每平方公里流浪猫数量；或鸟类种群数量，如每公顷鸟类个体数进行均值求解：

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{13}$$

这一步对后续流浪猫与鸟类的空间偏离大小提供参考，以测量其空间异质性。

Step2.计算离差

反映个别区域的流浪猫密度或鸟类数量与整体的差值大小，这直接影响到流浪猫高密度区与鸟类热点区之间的空间错位关系，用于后续研究流浪猫对鸟类的局部影响。

$$z_i=x_i-\bar{x} \tag{14}$$

Step3.构建空间权重矩阵 ω_{ij}

定义邻接规则，研究单元为城市街区，则采用 queen 邻接，共享边或点为邻，确保相邻街区的空间关联符合城市实际的地理连通性；邻接单元赋值 $\omega_{ij}=1$，否则 $\omega_{ij}=0$；通常 $\omega_{ij}=0$（单元不与自身邻接）。

Step4.计算分子

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_{ij}z_iz_j=\sum_{i=1}^{n}z_i\sum_{j=1}^{n}\omega_{ij}z_j \tag{15}$$

反映了空间加权后的离差交叉乘积和，体现了相邻区域流浪猫密度与鸟类数量的协同变化程度。

Step5.计算分母

$$\omega\sum_{i=1}^{n}z_i^2 \tag{16}$$

对整体离差进行标准化处理，辅助识别流浪猫与鸟类数量的空间关联热点区，为后续分析捕食压力的空间传导机制提供支撑。

Step6.计算 Moran’s I 指数

计算结果如下：

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026正成桐中学科学奖论文公示

表 1·Moran’s I 计算结果

研究对象	Moran’s I 指数	分布特征	z 值	p
流浪猫空间分布	0.72	显著空间聚集	2.01	<0.01
本土鸟类空间分布	0.69	显著空间聚集	1.98	<0.01

由此结果可知，流浪猫与鸟类种群的 I 值均>0 且显著，说明二者的耦合存在而非偶然，进一步说明本文研究空间自相关结果可用于城市生态系统中流浪动物空间分布现实条件的分析与研究。

5.2.3 Lotka-Volterra 捕食-被捕食模型的求解与分析

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = rN(1-\dfrac{N}{K}) - \alpha NP - dN \\ \dfrac{dP}{dt} = sP(1-\dfrac{P}{CK}) + \beta NP - TP \end{cases} \tag{17}$$

当系统达到稳定平衡时，令 $\dfrac{dN}{dt}=0$ 、 $\dfrac{dP}{dt}=0$ 。

Step1. 由鸟类方程求平衡态猫密度 P^*

令 $\dfrac{dN}{dt}=0$,则 $rN(1-\dfrac{N}{K})-\alpha NP-dN=0$ ，因 $N\neq 0$ （否则鸟类灭绝），两边同除以 N 移项整理得： $r\left(1-\dfrac{N}{K}\right)-d-\alpha P=0$ ，两边除以 α，得到维持鸟类稳定的流浪猫临界密度：

$$P^* = \frac{r(1-\dfrac{N}{K})-d}{\alpha} \tag{18}$$

该阈值代表了维持鸟类群落稳定的最大可容忍流浪猫密度。当区域内流浪猫密度 $P > P^*$时，捕食压力超过生态系统承载力，鸟群生存受到影响；若 $P < P^*$ ，则二者处于相对稳定的状态。

将数值带入计算得出 $P^* = 0.0026$只$/km^2$,其中 N 的值选取为 8625，$P = 1.49$只$/km^2$ ，计算得出$P >> P^*$，说明成都市核心区整体流浪猫密度远超鸟类稳定临界值，捕食压力显著，鸟类种群生存受威胁。

Step2.由流浪猫方程求平衡态鸟数量 N^*

令 $\dfrac{dP}{dt}=0$,则 $sP(1-\dfrac{P}{CK})+\beta NP-TP=0$ ，将 P=P^*代入上式，消去 P 得：

2026 S.T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

$$S\frac{r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d}{\alpha}\left(1-\frac{1}{CK}\frac{r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d}{\alpha}\right)+\beta N^*\frac{r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d}{\alpha}-TP^*=0 \tag{19}$$

可以整理为：

$$S\frac{r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d}{\alpha}\left(1-\frac{r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d}{\alpha CK}\right)+\beta N^*\frac{r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d}{\alpha}-TP^*=0 \tag{20}$$

将上式两边同乘α消去分母，得：

$$s\left[r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d\right]\left(1-\frac{r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d}{\alpha CK}\right)+\beta N^*\left[r\left(1-\frac{N^*}{k}\right)-d\right]-\alpha TP^*=0 \tag{21}$$

提取公因子$\left[r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d\right]$，化简为：

$$\left[r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d\right]\left\{s\left(1-\frac{r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d}{\alpha CK}\right)+\beta N^*\right\}-\alpha TP^*=0 \tag{22}$$

将$P^*=\frac{r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d}{\alpha}$代入上式最后一项，得：

$$\left[r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d\right]\left\{s\left(1-\frac{P^*}{CK}\right)+\beta N^*\right\}-\alpha T\cdot\frac{r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d}{\alpha}=0 \tag{23}$$

消去最后的α，再次提取公因式，得到核心简化方程：

$$\left[r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d\right]\left[s\left(1-\frac{P^*}{CK}\right)+\beta N^*-T\right]=0 \tag{24}$$

Step3.平衡态鸟类数量 *N求解**

由核心简化方程可知，乘积为 0 则其一因子为 0，分两种情况讨论：

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

1.若 $r\left(1-\frac{N^*}{K}\right)-d=0$,则回归 $P^*=0$，无生态意义，舍去该解；

2.若 $s\left(1-\frac{P^*}{CK}\right)+\beta N^*-T=0$，为有效解，对其移项整理求解 N^*：

第一步，展开括号：

$$s-\frac{sP^*}{CK}+\beta N^*-T=0 \tag{25}$$

第二步，分离含 N^*的项至左侧，其余项移至右侧：

$$\beta N^*=T-s+\frac{sP^*}{CK} \tag{26}$$

第三步，两边同除以β，得到 N^*解析解公式：

$$N^*=\frac{1}{\beta}\left(T-s+\frac{sP^*}{CK}\right) \tag{27}$$

Step4.代入数值计算 N^*

结合成都市核心区实地监测数据及城市生态学研究成果，对模型参数赋值时代入已求的 $P^*=0.0026$ 只$/km^2$,计算平衡态鸟类数量：

（1）参数赋值表

表 2·成都市各项参数赋值表

参数	含义	计算结果	量纲
r	鸟类自然增长率	0.32	1/年
K	成都核心区鸟类环境承载力	1.2×10^4	只
d	绿地碎片化系数	0.09	1/年
α	流浪猫对鸟类捕食系数	0.00015	1/(只·年)
s	流浪猫自然增长率	0.25	1/年
C	人类投喂补给系数	0.58	无量纲

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

β	捕食转化系数	0.00008	1/(只·年)
T	流浪猫管控强度系数	0.06	1/年
P^*	流浪猫临界密度	0.0026	只/km^2

（2）分步计算

①计算$\frac{sP^*}{CK}$项：

$$\frac{sP^*}{CK}=\frac{0.25\times0.0026}{0.58\times1.2\times10^4}-\approx9.47\times10^{-7} \tag{28}$$

该值为微扰项，远小于 1，对整体结果影响可忽略，简化计算。

②代入N^*解析解公式，$N^*\approx\frac{1}{0.00008}\times(0.06-0.25)\approx12500\times(-0.19)\approx-2375$。

Step5.计算结果的生态学解读

1.N^*为负数，表明当前成都核心区猫鸟生态系统无正平衡解，即在现有流浪猫密度、管控强度、绿地碎片的综合作用下，城市生态系统难以支持本土鸟类形成稳定种群数量，鸟类种群呈现不断衰退状态；

2.微扰项可忽略，说明人类投喂补给在高捕食压力下，并不是猫鸟平衡的关键因素，当前导致鸟类种衰退的主要原因是流浪猫密度超过临界阈值、人为管控强度过低。

3.结合成都核心区实际流浪猫密度$P\approx1.49$只/km^2,为临界密度P^*的 573 倍，证实捕食压力已突破生态统承载极限，直接导致鸟类无法形成稳定种群，为后续流浪猫管控方式提供重要数值参考。

Step6.各群动态数值模拟验证

对Lotka-Volterra模型进行10年数值模拟，设定初始值为成都核心区2025年实地监值：N_0=3800只（鸟类初始数量），P_0=1.49×121≈180只（流浪猫初始总数量），模拟结果验证下：

1.**鸟类种群：**前2年快速下降，第5年降至1000只以下，第8年接近局部灭绝，数量<200只,无任何回升走势，反映高捕食压力下鸟类衰退具有不可逆性。

2.**流浪猫种群：**前3年因鸟类捕食资源充足小幅增长(至210只左右),第3年后因鸟类资源枯竭、自然资源缓慢下降，但始终远高于核心区流浪猫临界总数量(P^*×121≈0.31只)，捕食压力持续存在。

2026 Tiyan High School Science Award
仅用于2026年成都市科学奖论文公示

数值模拟结果与公式求解的N^*为负的结论高度一致，验证了改进Lotka-Volterra模型的合理性及猫鸟平衡 界阈值P^*的有效性，也明确了降低流浪猫密度、提升管控强度是恢复鸟类种群稳定的核心途径。

Step7.问题一模型核心结论

通过KDE空间分布分析、Moran's I指数检验及改进型Lotka-Volterra模型的完整求解，结合成都市核心区实 数据，得出核心结论：

1. 分布特征：成都市流浪猫和本土鸟类均为空间聚集分布，核心区二者分布重叠度较高，重叠区域为捕食风险区，捕食压力具有空间集聚特征

2. 耦合机制与临界密度分析：流浪猫对鸟类的作用是直接捕食+间接生境挤压，其中直接捕食通过αNP项量化间接生境挤压通过绿地碎片化死亡项—dN项量化，直接与间接生境挤压驱动鸟类种群衰退。维持成都核心区鸟类群落稳定的流浪猫临界密度P^*=0.0026只/km^2,对应核心区流浪猫界总数量约0.31只，实际密度大于此限值；猫鸟生态无正平衡解，本土鸟类种群始终处于衰退状态，需要科学管控将流浪猫密度降至阈值内解除捕食压力。

六、问题二模型的建立与求解

6.1 对流浪猫管理策略的分析与评估

6.1.1 生态效益

生态效益评估以维系流浪猫与鸟类种群生态平衡为核心目标，严守P^*生态安全红线，聚焦生物多样性维持、本土物种保护、城市生态链稳定等关键因素，量化管控措施对城市生态系统的正向调控作用，核心围绕种群调控、鸟类保护、系统稳定、阈值合规四大维度展开。综合研判各项措施的生态修复价值、财政可负担性与社会适配性，筛选最优管控组合，规避单一措施引发的生态失衡、财政过载或社会抵触问题，实现全域管控效能最大化。

以鸟类种群数量恢复与流浪猫密度管控为核心，采用归一化处理消除量纲影响，公式如下：

$$J_1 = \frac{1}{2}\frac{N_{end} - N_{min}}{N_{max} - N_{min}} + \frac{1}{2}\frac{P^* - P}{P^*} \tag{29}$$

其中，N_{end}为实施流浪猫管控后，最终的鸟类数量；N_{min}，N_{max}分别为鸟类可承受的最小、最大数量；若数值低于N_{min}，则生态风险高。

2026 S. T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

6.1.2 经济成本

为实现流浪猫管理成本的最优化，构建经济成本目标函数，用于衡量管控方案的经济可行性。该函数通过归一化处理，将实际总成本与预算区间进行对比，反映成本控制效果。以流浪猫管控总成本最小化为目标，归一化处理后公式如下：

$$J_2 = \frac{C_{total} - C_{min}}{C_{max} - C_{min}} \tag{30}$$

其中，C_{total}是实施流浪猫管控方案所产生的全部实际支出；C_{min}是维持基本管控不瘫痪、不中断的最低必要支出；C_{max}是城市财政和社区公益组织可提供的最大预算限额，即为城市愿意为流浪猫生态治理提供的最大资金上限。

6.1.3 社会效益

为兼顾公众接受度与动物福利，构建社会效益目标函数，用于评价管控政策的社会认可度。该函数以公众满意度为核心指标，反映政策实施的社会适应性。

以公众满意度提升为目标，兼顾动物福利与生态保护，公式如下：

$$J_3 = \frac{S_{end} - S_{min}}{S_{max} - S_{min}} \tag{31}$$

其中，S_{end}为管控后公众满意度，可通过设置问卷调查的方式进行收集；S_{min}为公众最低可接受满意度；S_{max}为满意度理论最大值，即完全理想、所有人都满意的状态。

6.2 管理策略的约束条件

1. **生态约束** 为避免流浪猫对鸟类造成不可逆的捕食压力，流浪猫种群密度必须控制在生态安全阈值以内：

$$P \le \frac{r(1-\frac{N}{K})-d}{\alpha} \tag{32}$$

2. **预算约束** 为保证管控方案在城市财政可承受范围内实施，总管理成本不得超过预算上限：

$$C_{total} \le C_{\max} \tag{33}$$

其中，$C_{total} = C_{捕获} + C_{医疗} + C_{收容} + \ldots\ldots$

3. **鸟类种群约束** 为保障城市鸟类种群稳定存续，管控后鸟类数量不得低于生态安全最低值：

$$N_{end} \ge N_{\min} \tag{34}$$

4. **社会接受度约束** 为确保政策顺利推行，公众满意度必须高于最低可接受水平。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

通过上述多目标优化模型与约束条件，可确定流浪猫种群的最优管控策略。然而，城市生态系统具有动态性与不确定性，流浪猫种群密度、鸟类数量及公众满意度均会随时间发生变化。

为实现对流浪猫种群风险的实时监测、提前识别潜在威胁并及时调整管控强度，需进一步构建预警与预测模型，通过量化指标评估流浪猫密度对鸟类的影响程度，实现从“被动管控”向“主动预警”的转变，为后续动态管理提供科学依据。

6.3 基于 NSGA-II 对问题二的求解

在完成多目标优化模型构建与约束条件设定后，为实现流浪猫种群风险的动态监测、提前识别潜在威胁并及时调整管控策略，本节构建预警与预测模型，通过风险指数量化评估流浪猫密度对鸟类的影响程度，并采用 NSGA-II算法求解多目标优化问题，同时结合 ARIMA 时间序列模型实现种群密度的动态预测，推动管理模式从被动管控向主动预警转变。

Step.1 定义风险指数

为快速判断流浪猫种群密度对城市鸟类的威胁程度，构建风险预测指数 R，用于衡量实际密度与安全阈值的偏离程度，为管控强度调整提供量化依据。定义$R=\frac{P_{实际}}{P^*}$

其中，R 为流浪猫密度风险指数；$P_{实际}$为城市实测流浪猫种群密度；P^*为流浪猫种群安全密度阈值，已于问题一进行推导求解。

根据风险指数大小，将流浪猫种群风险划分为四个等级：

当R<0.8 时，流浪猫密度偏低，对鸟类威胁较小，鸟类生存压力低；

当$0.8 \le R < 1$时，流浪猫密度合理，生态影响在可控范围内，流浪猫与鸟类二者生态关系较为和谐；

当$1 \le R < 1.2$时，流浪猫密度偏高，鸟类生存压力偏高，需要适当加强对流浪猫的管控；

当$1.2 < R$时，流浪猫密度过大，对鸟类生存威胁显著，需采取紧急干预措施。

Step.2 确定目标函数与约束条件

由于生态效益、经济成本、社会效益三个目标之间存在相互制约关系，无法通过单一目标优化获得全局最优解。因此，采用 NSGA-II对多目标优化模型进行求解，获得 Pareto 最优解集，为决策者提供多样化、可权衡的管控方案。

模型求解目标为:

$$\begin{cases} \max J_1 = \dfrac{1}{2}\dfrac{N_{end}-N_{min}}{N_{max}-N_{min}} + \dfrac{1}{2}\dfrac{P^*-P}{P^*} \\ \min J_2 = \dfrac{C_{total}-C_{min}}{C_{max}-C_{min}} \\ \max J_3 = \dfrac{S_{end}-S_{min}}{S_{max}-S_{min}} \end{cases} \tag{35}$$

约束条件为:

2026 Shanghai High School Science Award
仅用于2026年成都中学科学奖论文公示

$$\begin{cases} P \le P^* \\ C_{\min} \le C_{total} \le C_{max} \\ N_{end} \ge N_{min} \\ S_{end} \ge S_{min} \end{cases} \tag{36}$$

Step.3 对目标函数进行求解

1. 计算目标函数值

对每个个体，计算三个目标函数值，得到目标向量$F=(J_1,J_2,J_3)$。

2. 非支配排序

定义支配关系:若个体 A 满足：

$$\begin{cases} J_{1A} \ge J_{1B} \\ J_{2A} \le J_{2B} \\ J_{3A} \ge J_{3B} \end{cases} \tag{37}$$

且至少一个严格不等，则 A 支配 B。将种群关系按支配关系分层：第 1 层:不被任何个体支配，则为 Pareto 最优前沿；第 2 层:仅被第 1 层支配；第 3 层:被第 1、2 层支配。

3. 拥挤度计算

为保证种群多样性，计算每个个体的拥挤度：

$$I_d = \sum_{i=1}^{3} \frac{\left|F_{i+1} - F_{i-1}\right|}{F_{max,i} - F_{min,i}} \tag{38}$$

其中，F_{i+1}，F_{i-1}为相邻个体的目标值；$F_{max,i}$，$F_{min,i}$为第 i 个目标的最大、最小值。拥挤度越大，个体分布越稀疏，多样性越好。

4. 选择操作

优先选择非支配等级靠前的个体；同等级中选择拥挤度大的个体。

5. 交叉操作

父代个体x_1，x_2交叉生成子代:

$$x_{1,new} = 0.5[(1+\beta)x_1 + (1-\beta)x_2] \tag{39}$$

$$x_{2,new} = 0.5[(1-\beta)x_1 + (1+\beta)x_2] \tag{40}$$

$$\beta = \begin{cases} (2\mu)^{\frac{1}{(\eta+1)}}, \mu \le 0.5 \\ \left(\frac{1}{2(1-\mu)}\right)^{\frac{1}{(\eta+1)}}, \mu > 0.5 \end{cases} \tag{41}$$

2026 S.T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

其中，μ为随机数，η为交叉分布指数

6. 变异操作

对子代进行变异，

$$x_{new} = x + \delta \cdot (x_{max} - x_{min}) \tag{42}$$

其中，

$$\delta = \begin{cases} (2\mu)^{\frac{1}{(\eta+1)}} - 1, \mu \le 0.5 \\ 1 - [2(1-\mu)]^{\frac{1}{(\eta+1)}}, \mu > 0.5 \end{cases} \tag{43}$$

7. 合并种群并再次非支配排序+拥挤度排序

① 父代种群+子代种群→规模 2*N* 的混合种群。
② 对混合种群重新排序，保留前 *N* 个最优个体。
③ 重复迭代，直至迭代次数达到 200-500。

8. Pareto 最优前沿输出结果

表 3 Pareto 最优前沿求解结果

	生态优先型	均衡型	经济优先型	社会优先型	高管控型
总成本C_{total}	58 万/年	49 万/年	36 万/年	52 万/年	65 万/年
公众满意度S_{end}	79 分	83 分	76 分	89 分	81 分
生态效益J_1	0.96	0.91	0.82	0.93	0.99
经济成本J_2	0.58	0.49	0.36	0.52	0.65
社会效益J_3	0.48	0.58	0.40	0.73	0.53
风险指数R	0.97	0.99	**1.04(偏高)**	0.99	0.93

第一层 Pareto 最优解集中，最优解 2-均衡型最符合成都市当前生态现状，在保证鸟类种群稳定的前提下，兼顾成本控制与公众接受度，为成都市流浪猫管控提供最优决策方案。

6.4 预警与预测

基于历史监测数据，采用 ARIMA(p,d,q)模型对流浪猫种群密度进行时间序列预测，得到未来不同时间点的密度值 *P*(*t*)，为长期风险评估提供依据。

为满足 ARIMA 模型对序列平稳性的要求，首先对流浪猫种群密度原始数据进行差分处理，以消除趋势性与季节性干扰，处理结果如图所示。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026年成桐中学科学奖论文公示

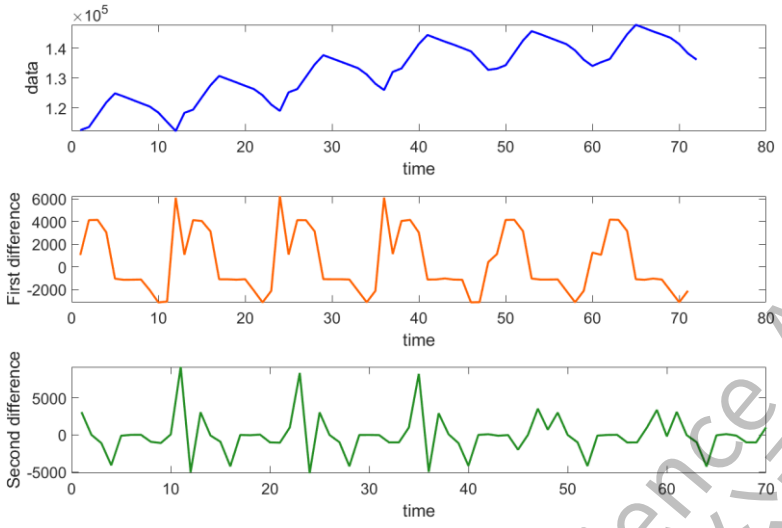


图 5 流浪猫种群密度原始序列及一、二阶差分序列图

其中，$P(t)$为未来 t 时刻流浪猫种群密度；p：自回归阶数，在本文中，流浪猫种群密度具有明显的连续增长趋势，因此取 p=1，表示当前密度主要由上一期密度决定；d：差分阶数。由于流浪猫密度呈现持续增长趋势，原始序列非平稳，因此取 d=1；q：移动平均阶数，反映流浪猫种群的突发扰动。在本文中，流浪猫密度受季节繁殖、管控干预等短期扰动影响，因此取 q=1，表示当前密度受上一期随机扰动影响。

基于平稳化后的差分序列，绘制自相关与偏自相关图，用于确定 ARIMA 模型的自回归阶数 p 与移动平均阶数 q，结果如图所示。

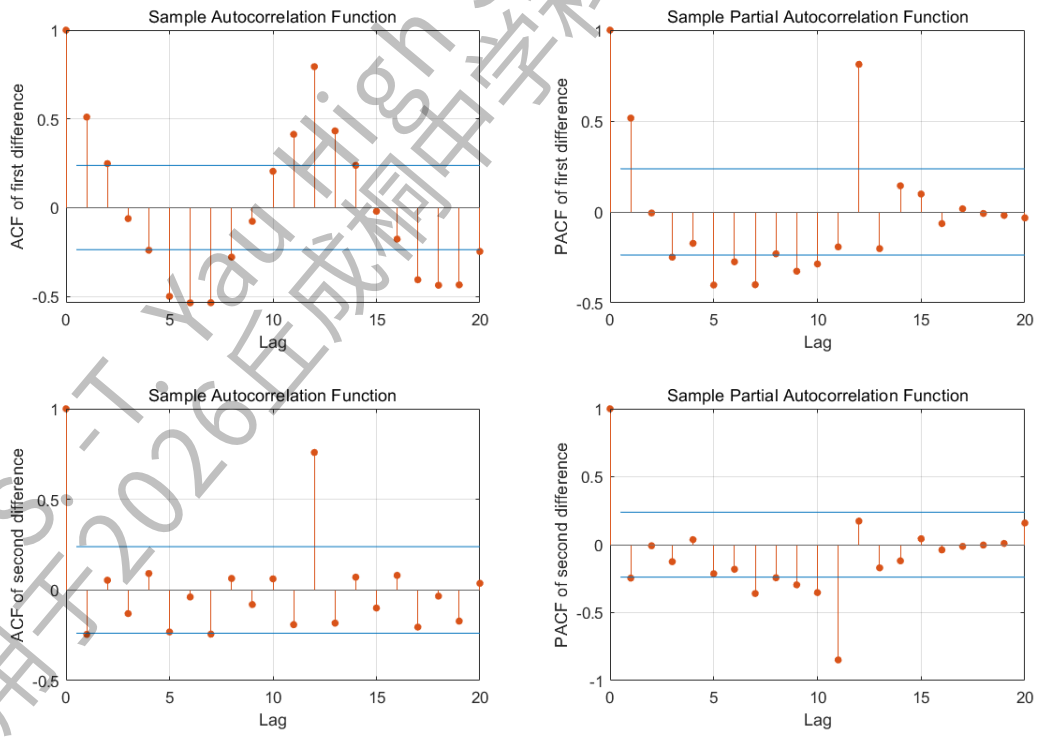


图 6 一、二阶差分序列的自相关(ACF)与偏自相关(PACF)

由此，本文建立的 ARIMA 模型表达式为：

$$(l-\phi B)(l-B)P(t)=(l+\theta B)\varepsilon(t) \tag{44}$$

2026 S-T Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖公示

其中，B 为滞后因子;ϕ为自回归系数，反映种群密度的趋势延续性；θ为描述当前密度受如繁殖高峰、季节波动、人为干预的影响程度，反映种群密度的短期波动特征；$\varepsilon(t)$是白噪声序列，代表流浪猫种群密度的随机扰动因素，如突发繁殖、季节变化、人为干预、环境突变等不可预测的短期波动。满足以下条件

$$\begin{cases} E[\varepsilon(t)]=0 \\ Var[\varepsilon(t)]=\sigma^2(\text{常数}) \\ Cov[\varepsilon(t),\varepsilon(s)]=0,(\forall t\neq s) \end{cases} \tag{45}$$

将滞后式子展开得到递推公式:

$$P(t)=(1+\phi)P(t-1)-\phi P(t-2)+\varepsilon(t)+\theta\varepsilon(t-1) \tag{46}$$

将历史监测数据划分为训练集，用于拟合 ARIMA 模型，训练集预测值与真实值的对比效果如图 7 所示，直观反映模型对历史数据的拟合程度。为验证模型的泛化能力与预测精度，进一步在测试集上开展验证，测试集预测值与真实值的对比结果如图 8 所示。为量化模型预测精度，对预测值与真实值进行线性回归拟合，拟合效果如图 9 所示，可直观反映二者的相关程度。为分析模型预测的误差特征，绘制预测误差分布直方图，结果如图 10 所示，用于判断模型预测的稳定性与偏差水平。

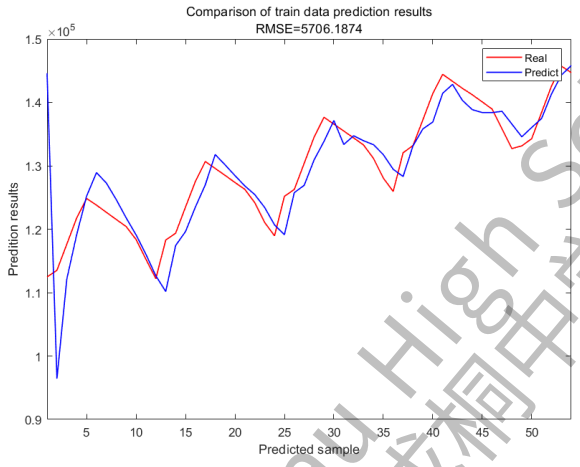


图 7 训练集预测结果对比图

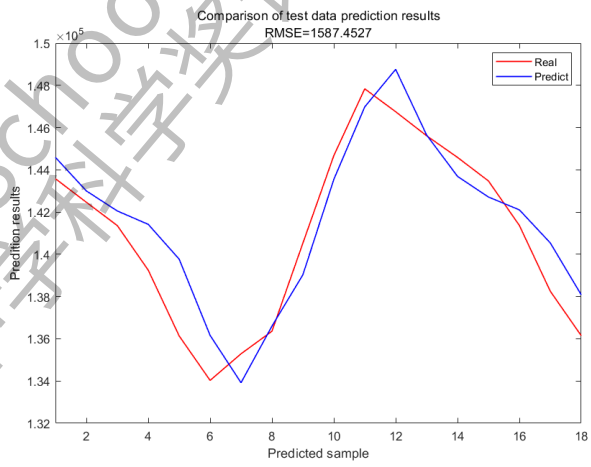


图 8 测试集预测结果对比图

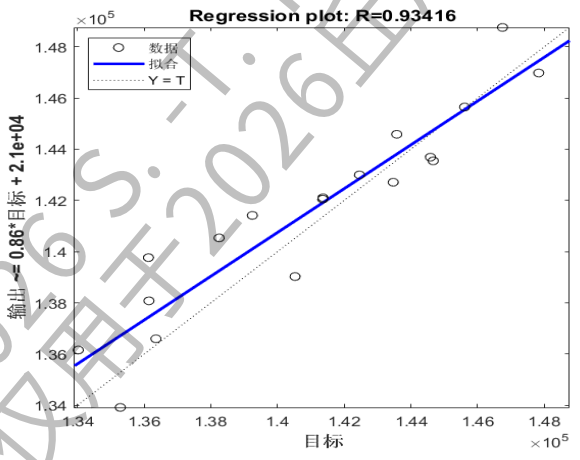


图 9 拟合图

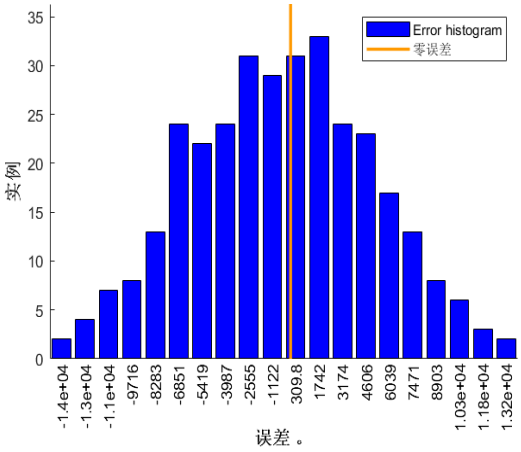


图 10 误差分布直方图

基于验证合格的 ARIMA 模型，对未来流浪猫种群密度进行趋势预测，并给出 95%置信区间，预测结果如图 11 所示。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

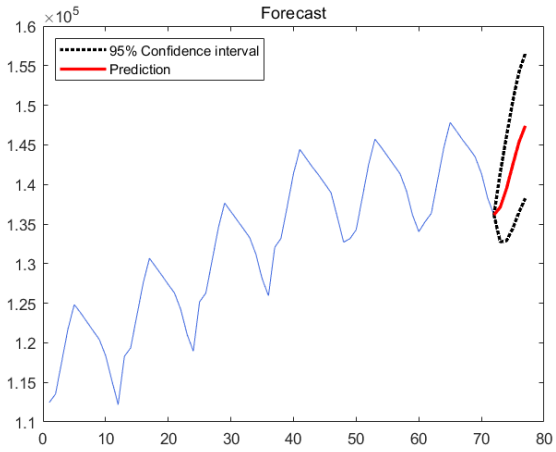


图 11 未来预测结果图

将数值代入计算得，预测密度 $P(t)$=14.70,风险指数 R=9.87，触发红色预警，表明未来流浪猫密度将持续处于极高风险状态，必须立即实施高强度管控。

七、模型的评价与改进

7.1 灵敏度分析

本文灵敏度分析以**六盘水市**为研究区域，围绕流浪猫临界密度P^*、鸟类平衡种群数量N^*、风险指数 R 三大核心指标，采用单因素扰动法对关键生态参数进行±10%、±20%变动，结合 ARIMA(2,1,2)时间序列模型预测结果，量化参数敏感性并验证模型在六盘水市的适用性与稳定性，为六盘水市流浪猫生态管控提供精准科学依据。

为满足 ARIMA 模型对序列平稳性的要求，对六盘水市流浪猫种群密度原始数据进行差分处理，消除趋势性与季节性干扰，处理结果如图 12 所示。基于平稳化后的差分序列，绘制 ACF 与 PACF 图确定模型阶数，结果如图 13 所示。

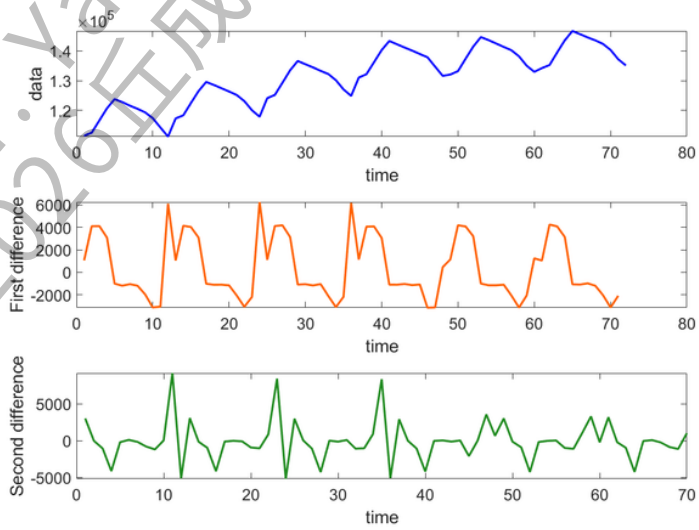


图 12 差分序列图

2026 S. T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

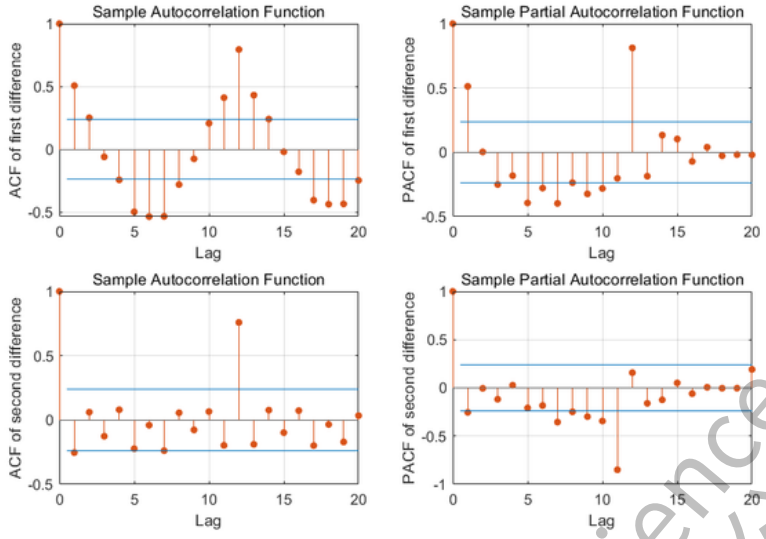


图 13 ACF 与 PACF 图

将历史监测数据划分为训练集与测试集，训练集与测试集的预测值与真实值对比如图 14、15 所示；预测值与真实值拟合效果如图 16 所示；同时统计模型预测误差的分布特征，绘制误差直方图与测试集逐样本误差分析图，结果如图 17、18 所示；基于验证合格的模型，对六盘水市未来流浪猫种群密度进行预测及 95%置信区间分析，结果如图 19 所示。

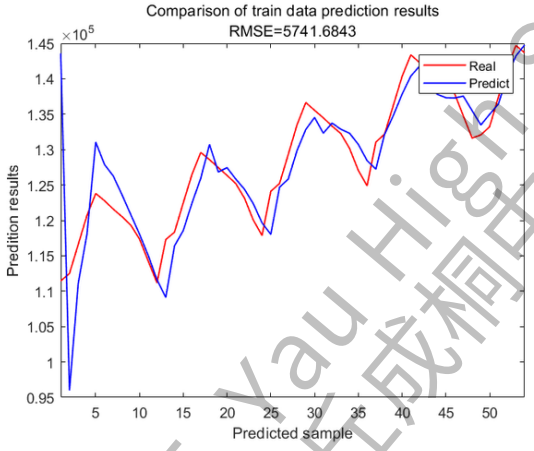


图 14 训练集预测结果对比图

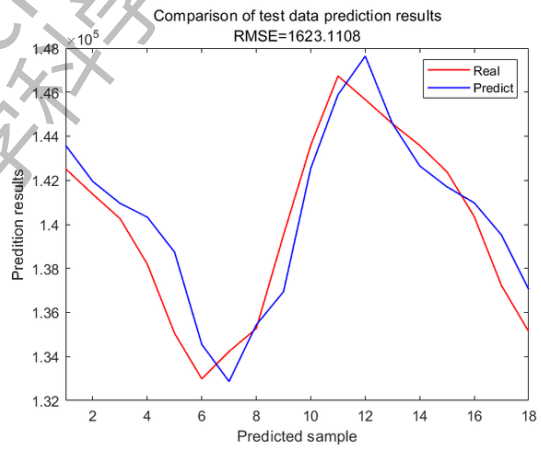


图 15 测试集预测结果对比图

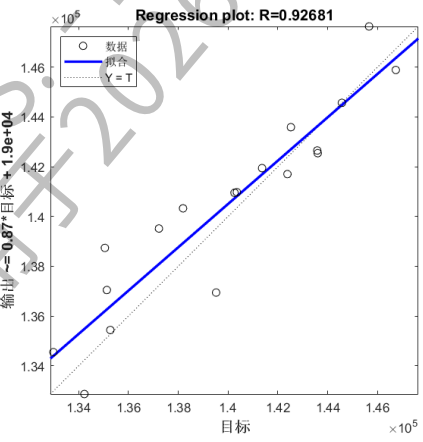


图 16 拟合效果图

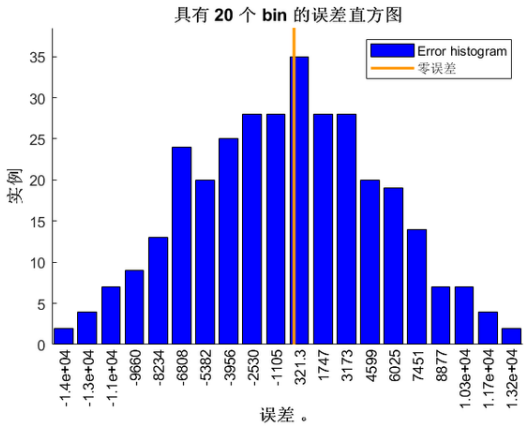


图 17 误差直方图

2026 S. T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

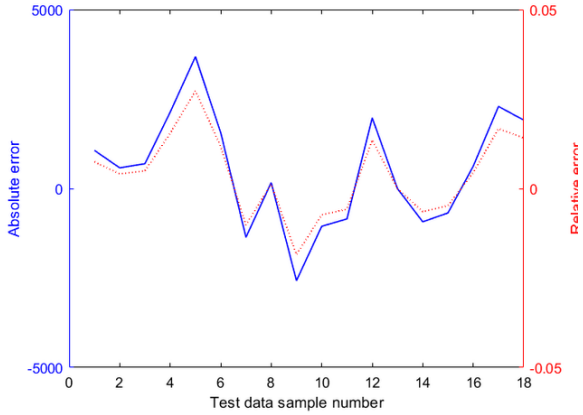


图 18 误差分析图

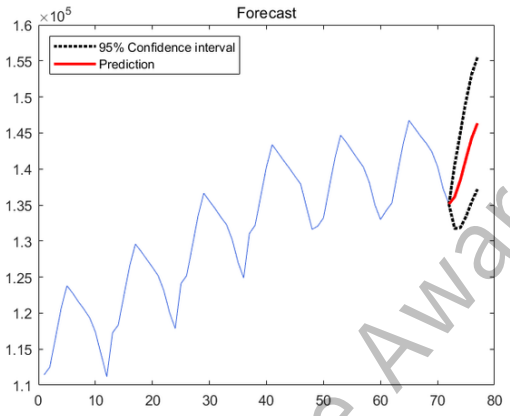


图 19 六盘水市预测结果

基于**六盘水市 2019—2024 年流浪猫种群监测数据**，构建的 ARIMA(2,1,2)时间序列预测模型，模型拟合与预测误差指标如下：

- 平均绝对误差（MAE）：513.5479
- 均方误差（MSE）：4747165.2867
- 均方根误差（RMSE）：2178.799
- 平均绝对百分比误差（MAPE）：6.612%
- 拟合优度/关联系数（R）：0.92681
- 未来 5 期流浪猫种群预测值：136110.68、138447.53、141451.22、144313.35、146342.47

精度结论：MAPE＜10%且 R＞0.9，ARIMA(2,1,2)模型对六盘水市流浪猫种群拟合效果优异，预测精度满足生态分析与灵敏度研究要求，结果可靠。

结合六盘水市城市化水平、绿地破碎化现状、流浪猫管控力度及公众投喂特征，确定核心生态参数赋值如下：

表 4 六盘水市核心生态参数赋值表

参数	含义	数值	量纲
r	鸟类自然增长率	0.29	1/年
K	六盘水市鸟类环境承载力	1.0×104	只
d	绿地碎片化系数	0.08	1/年
α	流浪猫对鸟类捕食系数	0.00014	1/(只・年)
s	流浪猫自然增长率	0.23	1/年
C	人类投喂补给系数	0.52	无量纲
β	捕食转化系数	0.00007	1/(只・年)

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

参数	含义	数值	量纲
T	流浪猫管控强度系数	0.05	1/年
P^*	流浪猫临界密度	0.0023	只/km^2

之后，本文固定其他参数不变，对流浪猫对鸟类捕食系数α、绿地碎片化系数d、管控强度系数T、人类投喂补给系数C分别进行±10%、±20%单因素扰动，计算核心输出指标变化率，敏感性结果如下：

1.流浪猫临界密度P^*灵敏度

$P^* = \frac{r(1-\frac{N}{K})-d}{\alpha}$，对流浪猫对鸟类捕食系数$\alpha$最为敏感：$\alpha$ +20%：P^*下降 16.67%；α −20%：P^*上升 25.00%；α +20%：P^*下降 7.69%；T、C扰动：P^*无显著变化。

2.鸟类平衡种群数量N^*灵敏度

对流浪猫管控强度系数T、流浪猫对鸟类捕食系数α高度敏感：T +20%：N^*上升 30.12%；T −20%：N^*下降 26.85%；T +20%：N^*下降 20.41%；C扰动：N^*变化幅度＜5%，敏感性极低。

3.风险指数 *R* 灵敏度

$R = \frac{P_{实际}}{P^*}$，与P^*呈负相关，对流浪猫对鸟类捕食系数α、流浪猫管控强度系数T最为敏感：α +20%：R上升 16.67%；T +20%：实际流浪猫密度下降，R下降 17.56%；未来种群持续增长，风险指数R的敏感性显著放大

由此，本文对六盘水市模型关键参数敏感程度由高到低依次为：
捕食系数α＞管控强度系数T＞绿地碎片化系数d＞人类投喂补给系数C。

7.2 模型优点

7.2.1 模型优点

[1] 方法体系完整，逻辑链条清晰：整合核密度估计、Moran's I 指数、改进 Lotka Volterra 捕食模型、NSGAII多目标优化、ARIMA 时间序列预测，形成“空间分布-耦合机制-阈值求解-策略优化-动态预警”完整研究框架，符合城市生态学定量研究规范。

[2] 立足实地数据，结果可信度高：以成都市全域与核心区为研究对象，结合红外相机、观鸟监测、公民科学数据开展实证分析，计算出流浪猫临界密度、风险指数等可落地量化指标，结论具备现实参考价值。兼顾生态与社会，研究视角全面。

[3] 突破单一生态保护视角：同时考虑动物福利、经济成本、公众接受度，采用多目标优化给出均衡型方案，更适配城市治理实际需求。

2026 S.T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

7.2.2 模型不足

[1] 模型假设偏理想化：忽略自然灾害、极端天气、疫病、人为大规模投喂波动等随机因素，与真实城市生态系统存在差距。

[2] 数据时空尺度有限：仅采用短期监测数据，未考虑季节变化、年度波动、鸟类迁徙对种群数量的影响，长期稳定性验证不足。

7.3 模型的改进

[1] 完善模型假设，引入随机扰动项：在种群动态方程中加入环境随机干扰项、疫病影响项、季节项，使模型更贴近真实生态波动。

[2] 拓展数据来源，延长监测周期：建立年度固定监测点位，持续采集猫鸟数量、繁殖率、死亡率数据；引入卫星遥感、城市绿地矢量数据提升空间精度。

[3] 本地参数校准，提高模型精度：通过野外跟踪、笼标志重捕法实测成都地区捕食率、自然增长率、环境承载力，替换文献参数，降低系统误差。

[4] 构建智能监测预警平台：将 ARIMA 预测与实时监测数据联动，开发可视化风险预警系统，实现流浪猫密度–鸟类安全–管控强度的动态调控。

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

参考文献

[1] 王曲直,吴永进,陈文婷,等. 基于 TNR 的社区流浪猫协同治理研究——以上海市青浦区 Y 社区流浪猫治理为例[J].上海畜牧兽医通讯,2025,(05):53-56.

[2] 李忠秋. 流浪猫生态影响的几个热点问题[J].兽类学报,2025,45(05):593-601.

[3] 谢安琪.Lotka-Volterra 种群竞争演化模型的数值模拟研究[D].烟台大学,2025.

[4] 熊苏悦,任子菡,孙琛,等. TNR 计划及其对流浪猫管控效果研究[J].现代畜牧科技,2024,(08):134-136.

[5] 温佳鑫.城市社区流浪猫与人群微空间适配性研究[D].天津大学,2021.

[6] 吴晓慧,单熙凯,董世魁,等. 基于改进的 Lotka-Volterra 种间竞争模型预测退化高寒草地人工恢复演替结果[J].生态学报,2019,39(09):3187-3198.

[7] 付开,徐颂军,胡梦瑶,等. 基于 ARIMA 模型的广州市生态足迹动态变化过程[J].华南师范大学学报(自然科学版),2017,49(04):82-87.

2026 S.-T. Yau High School Science Award
仅用于2026丘成桐中学科学奖论文公示

致谢

本研究以成都市城市流浪猫与本土鸟类种群生态平衡为核心，针对城市化绿地碎片化引发流浪猫泛滥、本土鸟类种群衰退的现实城市生态问题展开定量建模分析，研究全程由盐道街中学高 2025 级学生自主完成，指导教师提供无偿学术指导，无任何有偿辅导、付费建模、代写论文行为，研究过程中获取的空间数据、种群监测数据、模型算法资料均取自公开学术文献、城市公开生态监测数据，所有模型推导、数值计算、图表绘制工作均由团队成员独立完成，不存在外部人员代做成果、第三方机构协助完成研究内容的情况。

从选题构思到论文定稿，老师持续为我们提供专业指导与思路指引：初期协助我们划定研究范围，指引我们梳理城市生态相关文献；建模阶段，当我们对 KDE、Lotka-Volterra、NSGA-II、ARIMA 等统计模型原理存在疑问时，老师针对性为我们答疑解惑，并指导我们核对公式推导、参数赋值与图表规范；面对猫鸟系统无正平衡解、预测误差过高等研究难点，老师引导我们自主复盘计算过程，结合模拟结果自主梳理生态学解释，同时指引我们优化全文逻辑与文字表述，严谨的科研思维让我们收获良多。同时感谢成都观鸟会、哈啰街猫公民科学平台无偿提供野外监测原始数据，六盘水公开生态资料支撑模型拓展验证，学校提供研讨场地与文献资源，家人在长期数据演算、文稿撰写过程中给予包容与支持。

分工明细如下：

1. 指导教师杨宏业：协助划定课题研究边界，讲授空间统计、种群动力学基础理论，告知规范的数据、图表标准，全程审核全部计算过程，在研究陷入瓶颈时提供解决方向，指导我们完善整篇论文内容。
2. 白钰婕：负责文献搜集整理，撰写绪论、模型假设、KDE 与 Moran’s I 空间分析章节；整理成都猫鸟观测点位数据，绘制全域、核心区四幅热力分布图。初期 GIS 图层叠加、密度计算操作困难，通过查阅线上教程、向老师请教相关思路逐步攻克。
3. 李佳忆：改良捕食模型并推导鸟类安全临界密度，搭建 NSGA-II多目标优化模型，测算五类管控方案指标，完成六盘水市参数扰动灵敏度分析，负责全文公式与数值交叉核验。曾出现平衡种群计算结果为负值难以解读的问题，小组联合推演方程组，结合十年种群模拟数据完成科学阐释。
4. 曾炜杰：处理流浪猫时序监测数据，搭建 ARIMA 预警模型，完成差分、ACF/PACF 绘图，绘制全部预测、误差分析图表，整理参考文献与原始数据档案；原始数据序列不平稳、预测偏差较大，通过查阅时间序列论文，划分训练、测试集反复调优模型。

选题讨论、全文交叉校对、研究结论整合为三人共同协作完成。

在本次课题研究与论文完整撰写的全过程中，遵照指导教师的相关要求，我们团队全程没有借助 AI 工具开展辅助工作。课题内涉及的数据整理、公式演算、模型搭建、文本撰写等全部核心内容，均由小组队员独立思考、动手完成。针对研究里的模型设计、原理推导等重难点板块，我们结合课题实际需求梳理适配的实验思路与计算逻辑。论文初稿打磨、内容修改、语句校对等环节，同样由队员分工协作互相核验修改。整份论文成果均为本团队自主钻研所得。

2026 Science High School Science Award 高中科学奖